

Física

**Ciencias Naturales**  
**Mecánica**

Programa de Estudio  
Tercer Año Medio

**Formación Diferenciada**



GOBIERNO DE CHILE  
MINISTERIO DE EDUCACION



## Índice

Presentación	5
Organización del programa	6
Organización del tiempo y orden en el tratamiento de las unidades	7
Objetivos Fundamentales	8
Unidades, contenidos y distribución temporal	9
Objetivos Fundamentales Transversales y su presencia en el programa	10
<b>Unidad 1: Estática</b>	<b>11</b>
Contenidos mínimos	11
Aprendizajes esperados	11
Recomendaciones al docente	12
(a) Centro de gravedad y estabilidad de los cuerpos	13
(b) Condiciones de equilibrio de rotación y traslación	17
<b>Unidad 2: Dinámica de rotaciones</b>	<b>26</b>
Contenidos mínimos	26
Aprendizajes esperados	26
Recomendaciones al docente	27
(a) Movimiento circunferencial con aceleración angular	28
(b) Conservación del momento angular	33
<b>Unidad 3: Gravitación y leyes de Kepler</b>	<b>36</b>
Contenidos mínimos	36
Aprendizajes esperados	36
Recomendaciones al docente	37
(a) Movimiento cerca de la superficie terrestre	38
(b) Las leyes de Kepler	47
(c) La ley de gravitación universal de Newton	59
(d) La energía y el momento angular en los astros	70

<b>Unidad 4: El mundo relativista</b>	75
Contenidos mínimos	75
Aprendizajes esperados	75
Recomendaciones al docente	76
(a) Relatividad clásica e invarianza de la velocidad de la luz	77
(b) Postulados relativistas y sus consecuencias	87
(c) Relación entre masa y energía	96
(d) La antimateria en el Universo	101
(e) Teoría de la gravitación de Einstein	106
Anexo A: Unidades, símbolos y constantes fundamentales	113
Anexo B: Glosario de fórmulas	114
Anexo C: Evaluación	117
Anexo D: Elementos de laboratorio	134
Anexo E: Datos astronómicos	136
Anexo F: Bibliografía (libros, revistas, software, videos, direcciones de internet)	139
Índice	144

## Presentación

COMO REFLEXIÓN CONSCIENTE ACERCA DE LA NATURALEZA INANIMADA, la física muy probablemente se originó en la observación astronómica, hacia los albores de la civilización. Su progreso fue lento hasta la llegada del renacimiento, período en que se inicia un notable y acelerado desarrollo que perdura hasta nuestros días. Espina dorsal de esta última y explosiva etapa ha sido la mecánica, que trata de los cuerpos interactuantes en el espacio y en el tiempo. El programa de formación diferenciada de Tercer Año Medio cubre importantes aspectos de esta fascinante rama de la física, que además de bella es inmensamente útil por sus innumerables aplicaciones.

Las primeras tres unidades tratan básicamente de fuerzas, primero que se compensan permitiendo el equilibrio (Estática), luego que ocasionan rotaciones (Dinámica de rotaciones), y finalmente que organizan la estructura y comportamiento del sistema planetario (Gravitación y leyes de Kepler). La cuarta y última unidad describe avances propios del siglo XX, centrándose en el gran aporte de Albert Einstein (El mundo relativista). Este conjunto excluye una rama fundamental de la mecánica que trata del entorno microscópico (El mundo cuántico), la cual, por requerir una mayor madurez, se ha dejado como última unidad del Plan de Formación Diferenciada de Cuarto Año Medio, constituyéndose así en la verdadera coronación del programa de física escolar.

Si bien la mecánica permite explicar una gran cantidad de fenómenos cotidianos, la segunda mitad del programa tratado en este volumen presenta un gran desafío a la imaginación y creatividad del docente. Su ámbito es funda-

mentalmente la astronomía y el movimiento relativo a velocidades cercanas a la de la luz, por lo que las demostraciones en clase no son en general posibles en forma directa, requiriéndose de la imaginación y de material audiovisual como principales medios de apoyo a la docencia. Estos temas pueden resultar fascinantes para los estudiantes, especialmente si se tiene en cuenta que nuestro país cuenta con las mejores condiciones e instrumentación para la observación astronómica.

Por su carácter electivo, la formación diferenciada supone que el alumno o alumna tiene alguna disposición hacia la disciplina, circunstancia que el programa y la metodología de enseñanza tienen presente. En particular, existe un mayor énfasis en lo cuantitativo y en el análisis matemático que en los cursos anteriores. No se debe olvidar, sin embargo, que la física no es una abstracción sino que se refiere al Universo que observamos, ese que es luminoso de día y oscuro de noche; se refiere al comportamiento real de las cosas, estén ellas al alcance directo de nuestros sentidos o no lo estén.

Son numerosos los jóvenes que a través de la historia optaron por el camino de la ciencia motivados por temas como los tratados en este programa. Pero indudablemente los contenidos en sí mismos no bastan. Se requiere además, y muy principalmente, del contagioso entusiasmo del profesor o profesora, de su imaginación para crear analogías en sus explicaciones, de los recursos que emplee para iluminar los temas, de la comunicación que logre establecer con alumnos y alumnas. En sus manos está que los estudiantes terminen fascinados con la experiencia, o desmotivados de por vida.

## Organización del programa

El Programa de Formación Diferenciada del subsector Física para la modalidad Humanístico-Científica consta de cuatro unidades, a saber,

- Unidad 1 Estática
- Unidad 2 Dinámica de rotaciones
- Unidad 3 Gravitación y leyes de Kepler
- Unidad 4 El mundo relativista

El texto se organiza siguiendo prácticamente los mismos criterios que los de 1º y 2º Medio y del programa de Formación General de 3º Medio. Cada unidad incluye los siguientes puntos:

- Listado de los contenidos mínimos obligatorios.
- Aprendizajes esperados.
- Recomendaciones al docente.
- Detalles de contenidos.
- Actividades genéricas y ejemplos a elegir.

### Contenidos mínimos obligatorios

Son los correspondientes al marco curricular de la Formación Diferenciada de Tercer Año Medio (Decreto 220/98)

### Aprendizajes esperados de la unidad

Constituyen un faro que orienta el quehacer pedagógico en la sala de clases. Son una síntesis global entre los Objetivos Fundamentales para el aprendizaje de Física en este curso y los Contenidos Mínimos Obligatorios, en el sentido que verdaderamente reflejan los logros conductuales que por medio de ellos se pretenden tengan lugar en los estudiantes.

### Recomendaciones al docente

Son propuestas específicas considerando el tema de cada unidad, las condiciones para su aprendizaje y comentarios pedagógicos generales.

## Detalle de contenidos

Son especificaciones del alcance de los contenidos, y de ellos se deriva el nivel de logro esperado de los mismos.

### Actividades genéricas y ejemplos a elegir

Las actividades genéricas corresponden al tipo de actividad que se espera que el docente organice para facilitar el aprendizaje del contenido que se trate. Para cada una de ellas se dan ejemplos cuidadosamente seleccionados con el objeto que alumnas y alumnos logren los aprendizajes deseados. De estos ejemplos el profesor o la profesora tomará aquel o aquellos que mejor se acomoden, por una parte, al grupo de estudiantes con que trabajará y, por otra, a los medios didácticos con que cuente, o a la metodología que crea indispensable emplear; teniendo siempre el cuidado de no dejar fuera aspectos relevantes de la actividad genérica. La lectura de los ejemplos aquí propuestos orienta en relación con el nivel y la profundidad que deben tener los aprendizajes esperados. Aquellos ejemplos que están precedidos por un punto verde (●), al igual que en los programas anteriores, son más relevantes y se sugiere darles prioridad.

Un aspecto fundamental del presente programa es que son los propios alumnos y alumnas los protagonistas principales de las actividades propuestas. Deben ser ellos quienes observen, formulen hipótesis, midan, descubran relaciones, infieran, concluyan, etc. El papel del docente es facilitar las condiciones para que esto ocurra, y dar las orientaciones necesarias para que el hacer de los estudiantes los conduzca finalmente a alcanzar los aprendizajes necesarios. También son de fundamental importancia las actividades demostrativas realizadas por el docente. El texto usa distintas formas verbales para distinguir ejemplos en que

sean los estudiantes o el docente los actores principales. Así, la palabra “observan” sugiere que los alumnos y las alumnas lo hacen, mientras “mostrar” sugiere que lo haga el docente como una demostración práctica.

Si bien al final del texto, en el Anexo C, se dan variados ejemplos destinados a ilustrar formas de evaluación, muchos de los ejemplos de actividades que se proporcionan también pueden ser adaptados para este fin.

El quehacer principal de alumnas y alumnos en el desarrollo del programa es la observación y la experimentación. La existencia de un laboratorio tradicional incompleto, o su no existencia, no justifica el que dichas actividades no se realicen. Por laboratorio no se entiende necesariamente una sala llena de aparatos e instrumentos sofisticados; debe serlo, principalmente, la propia naturaleza y el mundo ordinario que rodea a los jóvenes. Para apreciar este aspecto basta con observar la lista de materiales que se necesita para tratar los conceptos esenciales de cada una de las unidades que constituyen el presente programa.

Esto no significa que, si el liceo dispone de buenos laboratorios bien equipados, no se los use; por el contrario, el profesor o profesora tiene el deber de sacarles el mejor provecho posible.

En diversos ejemplos de actividades se sugieren e ilustran dispositivos que se pueden construir en el propio establecimiento, con los que es posible obtener resultados ampliamente probados. En la mayoría de los casos esta construcción requiere de materiales muy simples, de costos bajos, y demanda poco trabajo. Puede ser llevado a cabo por el docente o, incluso, por los propios estudiantes.

### **Indicaciones al docente**

En la mayoría de los ejemplos se encontrarán indicaciones, sugerencias y notas diversas dirigidas al docente para hacer más efectivo su uso.

### **Ejemplos de evaluación de la unidad**

La evaluación de los aprendizajes planteados en este programa se realizará por parte del maestro en forma permanente y sistemática, utilizando variadas estrategias y atendiendo a la diversidad de los jóvenes. Al final del texto, en el Anexo C, Evaluación, se dan sugerencias, ejemplos de preguntas y orientaciones que pueden resultar útiles para facilitar este proceso.

En los ejemplos de evaluación se señalan en cada caso los criterios e indicadores que correspondan.

### **Organización del tiempo y orden en el tratamiento de las unidades**

En el cuadro sinóptico se han señalado los rangos de tiempo sugeridos para que alumnos y alumnas alcancen los aprendizajes deseados.

Es fundamental que el profesor o la profesora encuentre el equilibrio entre abarcar la totalidad de los Contenidos Mínimos y el logro de los Objetivos Fundamentales que requiere el programa. Esto último exige el que existan instancias de reflexión y maduración de los conceptos, observación consciente, manipulación experimental, análisis de resultados por parte de los estudiantes, lo que a su vez significa dedicarle a ello un valioso tiempo de la clase.

Con relación al orden en que es conveniente tratar las unidades, se recomienda seguir la misma secuencia en que son presentadas aquí.

## Objetivos Fundamentales

Los alumnos y alumnas desarrollarán la capacidad de:

1. analizar situaciones de equilibrio estático; aplicar la conservación del momento angular en el movimiento curvilíneo;
2. relacionar la fuerza de gravedad sobre la Tierra con la teoría de gravitación universal en el cosmos;
3. distinguir el ámbito en que impera la teoría de la relatividad especial y reconocer sus consecuencias;
4. resolver problemas diversos aplicando los conceptos adquiridos.

## Unidades, contenidos y distribución temporal

### Cuadro sinóptico

#### Unidades y subunidades

1	2	3	4
Estática	Dinámica de rotaciones	Gravitación y leyes de Kepler	El mundo relativista

#### Contenidos

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Centro de gravedad y estabilidad de los cuerpos 7 - 9 horas</li> <li>• Condiciones de equilibrio de rotación y traslación 15 - 16 horas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Movimiento circunferencial con aceleración angular 6 - 17 horas</li> <li>• Conservación del momento angular 8 - 10 horas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Movimiento cerca de la superficie terrestre 12 - 12 horas</li> <li>• Las leyes de Kepler 5 - 6 horas</li> <li>• La ley de gravitación universal de Newton 10 - 11 horas</li> <li>• La energía y el momento angular en los astros 5 - 6 horas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relatividad clásica e invarianza de la velocidad de la luz 10 - 11 horas</li> <li>• Postulados relativistas y sus consecuencias 10 - 11 horas</li> <li>• Relación entre masa y energía 4 - 4 horas</li> <li>• La antimateria en el Universo 2 - 2</li> <li>• Teoría de la gravitación de Einstein 4 - 5</li> </ul>
---	--	--	---

#### Tiempo estimado

22 - 25 horas	24 - 27 horas	32 - 35 horas	30 - 33 horas
---------------	---------------	---------------	---------------

## Objetivos Fundamentales Transversales y su presencia en el programa

EL PROGRAMA DE FORMACIÓN DIFERENCIADA DE FÍSICA DE TERCER AÑO MEDIO refuerza algunos OFT que tuvieron presencia y oportunidad de desarrollo en la Formación General del Primer, Segundo y Tercer Año Medio y adiciona otros propios de las nuevas unidades.

- a. los OFT de ámbito crecimiento y autoafirmación personal referidos a la formación y desarrollo del interés y capacidad de conocer la realidad y utilizar el conocimiento y la información.
- b. todos los OFT del ámbito desarrollo del pensamiento. En este marco, tienen especial énfasis las habilidades de investigación y el desarrollo de formas de observación, razonamiento y de proceder características del método científico, así como las de exposición y comunicación de sus ideas frente a interrogantes planteadas, de resultados de actividades experimentales o de indagación. Adicionalmente, en las actividades experimentales que el programa plantea, se destaca en especial la formación de hábitos de rigurosidad en el trabajo de observación y medición, y de flexibilidad y creatividad en la formulación de preguntas e hipótesis. La utilización de diferentes fuentes de información, el saber seleccionarla, sintetizarla, hacer un análisis crítico de ella y presentarla mediante un informe escrito u oral. Apreciar la capacidad de obtener resultados cuantitativos de la física, y poder formular matemáticamente situaciones de la vida cotidiana que se prestan para ello.
- c. en el plano de la formación ética se pretende que los estudiantes valoren el poder del método científico usado por los grandes investigadores, el cual ha permitido conocer mejor al Universo, desmitificarlo, y admirarlo en lo que es en verdad. Existe igual preocupación por mostrar a alumnos y alumnas que la ciencia proporciona un instrumento que se puede usar en beneficio de la humanidad o en su contra. Ello lleva a comentar lo terrible que han sido las guerras y la poca inteligencia del hombre al no saber evitarlas, para de esta forma propender a valores que conducen a actitudes pacíficas.
- d. el OFT del ámbito persona y su entorno referido a comprender cómo aspectos de los contenidos de las unidades tienen expresión en fenómenos cotidianos, en aparatos tecnológicos, en el estudio del Universo. Se pretende desarrollar en los estudiantes la imaginación y la creatividad. Por sobre todo se intenta que a través de la comprensión de algunos hechos trascendentales de la historia de la física se comprenda y valore el desarrollo lógico y riguroso que debe hacerse de las principales ideas en que se fundamenta la teoría científica.
- e. además, el programa se hace cargo de los OFT de Informática incorporando en diversas actividades y tareas la búsqueda de información a través de redes de comunicación y el empleo de software.

## Unidad 1

### Estática

#### Contenidos Mínimos

- a. Planteamiento y aplicación de las condiciones de equilibrio estático en términos de fuerzas y torques.
- b. Definición de centro de gravedad. Su cálculo y determinación experimental.
- c. Clasificación y análisis de los distintos tipos de equilibrios.
- d. Resolución de problemas en situaciones diversas, en trabajo individual y grupal.

#### Aprendizajes esperados

Al completar la unidad alumnos y alumnas:

- establecen las condiciones que debe cumplir un cuerpo que se encuentra en equilibrio de traslación y rotación si sobre él actúan fuerzas;
- aplican las condiciones de equilibrio de rotación y traslación a la solución de problemas y en el análisis de situaciones de la vida diaria;
- determinan experimentalmente el centro de gravedad de un cuerpo homogéneo y no homogéneo;
- describen los diferentes tipos de equilibrios y los relacionan con situaciones cotidianas.

### Recomendaciones al docente

Es conveniente tener presente las siguientes observaciones y sugerencias para el mejor desarrollo del programa en general y de esta unidad en particular.

- El Plan de Formación Diferenciada complementa y profundiza algunos tópicos del Plan de Formación General, de modo que es necesario que exista una coordinación entre los docentes encargados de ambos programas.
- Iniciar las actividades de enseñanza y aprendizaje de cada clase, en lo posible, analizando un fenómeno o realizando una demostración experimental que motive el tema a tratar. A partir de esa actividad señalar con claridad los objetivos y desafíos a enfrentar en la clase.
- Los actores del proceso educativo son las alumnas y los alumnos. El docente es quien dirige, orienta y ayuda. Sin embargo, en algunas ocasiones el maestro deberá convertirse en expositor. En tal caso, crear un ambiente participativo en el que los estudiantes reflexionen y expongan sus ideas frente a las interrogantes planteadas.
- Las actividades propuestas han sido probadas. Dar oportunidad a los jóvenes de realizarlas y permitir la aventura creativa que ello conlleve.
- Promover actividades experimentales en que se utilice el método científico. Ellas son fundamentales para el logro de una mejor comprensión de los fenómenos. Conviene que los estudiantes las realicen tanto en forma individual o grupal, de modo de dar oportunidad de desarrollar habilidades de investigación en ambas modalidades.
- En esta unidad es necesario que los alumnos y alumnas manejen con soltura la suma y descomposición de vectores, contenido que se encuentra en el curso de Formación General. En caso que el diagnóstico pruebe que no dominan el tema, será necesario planificar actividades con el objeto de que logren tal dominio.

## (a) Centro de gravedad y estabilidad de cuerpos

---

### Detalle de contenidos

#### CENTRO DE GRAVEDAD

Definición y determinación experimental. Observación de sus propiedades. Su ubicación en función de la forma del cuerpo y del modo en que está repartida la masa en su volumen.

#### ESTADOS DE EQUILIBRIO

Observación de objetos en equilibrio. Tipos de equilibrio y formas de conseguirlos. Acción del peso sobre el centro de gravedad.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad

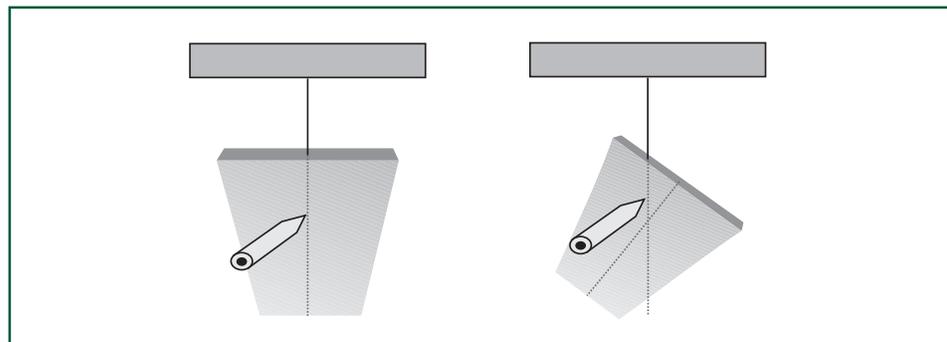
---

**Determinan experimentalmente el centro de gravedad de diferentes tipos de objetos e identifican, en diversas situaciones, el estado de equilibrio en que se encuentran los cuerpos. Lo relacionan con el equilibrio en términos de energía potencial.**

#### Ejemplo A

- Suspenden una placa de madera irregular, primero por un punto y luego por otro, y trazan en cada caso la vertical que pasa por los respectivos puntos de suspensión.

Figura 1.1.



**INDICACIONES AL DOCENTE**

Esta actividad requiere de una placa con clavos puestos en diferentes lugares del perímetro y una plomada. Comentar que la vertical dibujada en cada caso indica la dirección de la fuerza de gravedad y que el centro de gravedad del cuerpo es el punto de intersección de todas las rectas. Una vez realizada la experiencia aprovechar la oportunidad de colgar al cuerpo desde su centro de gravedad y analizar lo observado. Se recomienda hacer las trazas con tiza o plumón borrable.

**Ejemplo B**

Determinan el centro de gravedad en implementos deportivos tales como una raqueta de tenis, una paleta de ping pong, un bate de béisbol, una chueca, pelotas, etc. Discuten y analizan la relación entre el centro de gravedad y la efectividad del golpe en estos implementos.

**INDICACIONES AL DOCENTE**

Es conveniente poner énfasis en el hecho que el centro de gravedad es sólo un punto geométrico en el cual no se requiere que exista materia, como es el caso del marco de un cuadro, un anillo, una pelota de ping pong, etc.

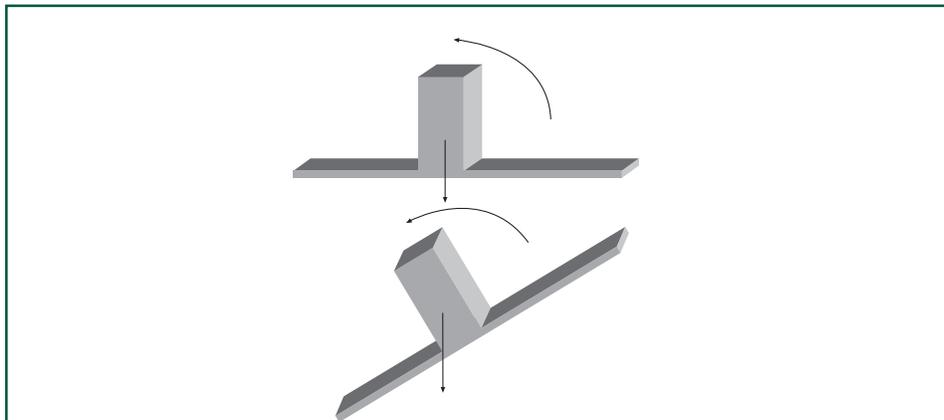
**Ejemplo C**

- Fijan una plomada en el centro de una cara de una caja de zapatos que se encuentre sobre un tablón de madera. Inclinan poco a poco el tablón de modo que se observe que la plomada mantiene su dirección vertical. Identifican la posición de la plomada en el momento en que la caja vuelca.

**INDICACIONES AL DOCENTE**

Esta actividad es útil para ilustrar el hecho de que un objeto no se cae mientras la dirección de la fuerza de gravedad, actuando sobre el centro de gravedad, intercepta la base de apoyo del objeto. Comentar el caso de la Torre de Pisa, la necesidad de ampliar la base de una mesa o silla, etc.

Figura 1.2.



## Ejemplo D

Explican por qué es difícil mantener el equilibrio al sostenerse en un pie y por qué un luchador separa las piernas para mantener el equilibrio.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Con la ayuda de un alumno, experimentar diversas posiciones que llevan al límite la posibilidad de mantener el equilibrio. En base a ello ubicar en forma aproximada su centro de gravedad.

## Ejemplo E

- Identifican objetos que se encuentren en equilibrio estable, inestable o neutro (indiferente) y analizar en ellos cómo se mueve el centro de gravedad cuando se los aparta levemente del equilibrio. Vincular el comportamiento cuando se les suelta, al afán de los sistemas de minimizar la energía potencial.

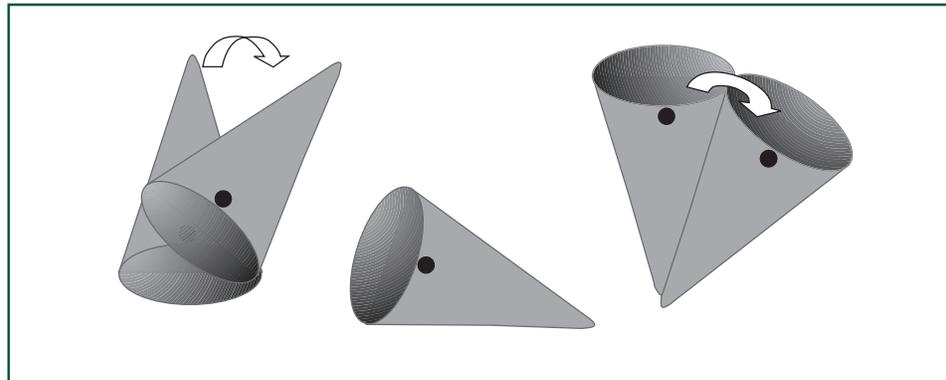
## Ejemplo F

- Discuten acerca de la dificultad de equilibrar un lápiz sobre su punta.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Resulta muy gráfico utilizar esta actividad para definir los tres tipos de equilibrio. Mostrarlos, por ejemplo con un cono, una pera, una zanahoria, un plátano. Orientar a los alumnos a concluir que el cuerpo vuelve a la posición inicial en el caso del equilibrio estable y que en tal caso se encuentra en un mínimo de energía potencial. En el equilibrio neutro el centro de gravedad no sube ni baja y en el inestable, un desplazamiento cualquiera lo hace descender.

Figura 1.3.



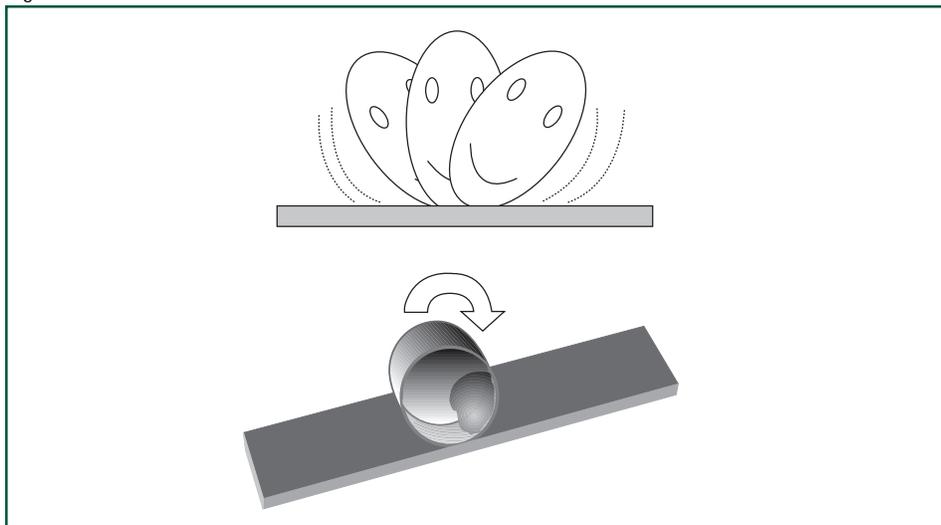
## Ejemplo G

- Analizan el comportamiento de los "monos porfiados" y discuten el motivo por el cual no se vuelcan a pesar del esfuerzo para desequilibrarlos.

**INDICACIONES AL DOCENTE**

Si no se cuenta con el juguete, la demostración se puede realizar con un tarro con tapa al cual previamente se ha pegado una masa grande de plastilina a una de sus paredes internas. Se puede utilizar el montaje para hacer subir al tarro por un plano inclinado sin aplicarle impulso, aprovechando que el tarro busca el equilibrio estable (ver figura 1.4).

Figura 1.4.

**Ejemplo H**

- Alumnos y alumnas se sientan con el tronco erguido e intentan ponerse de pie sin inclinar el tronco hacia adelante. Discuten y analizan lo que ocurre en función del centro de gravedad.

**INDICACIONES AL DOCENTE**

Aprovechar la actividad para enfatizar el hecho que el cambio del centro de gravedad permite ejecutar una variedad de acciones, tales como pararse, inclinarse, caminar, etc. Comentar que uno demuestra que “sabe” física a nivel intuitivo cuando hace estos movimientos.

**Ejemplo I**

Clasifican diferentes objetos según su estado de equilibrio.

**INDICACIONES AL DOCENTE**

Conviene mencionar diversos ejemplos que puedan haber observado los alumnos, como el caso de los camiones con y sin carga, los vehículos que utilizan escaleras telescópicas, diversas máquinas pesadas que se utilizan en la construcción de edificios y caminos, escaleras de tijera, juguetes de balancín, etc.

## (b) Condiciones de equilibrio de rotación y traslación

---

### Detalle de Contenidos

#### EQUILIBRIO DE TRASLACIÓN Y ROTACIÓN

Diagrama de fuerzas sobre el cuerpo libre. Descripción cualitativa del equilibrio de traslación de un cuerpo. Primera condición de equilibrio ( $\Sigma F = 0$ ). Caso de fuerzas en una y dos dimensiones. Torque y segunda condición de equilibrio ( $\Sigma \tau = 0$ ). Aplicaciones.

#### COMPOSICIÓN DE VECTORES

Proyección de un vector sobre ejes de coordenadas rectangulares, su determinación geométrica. Cálculo de las componentes de un vector.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Experimentan y discuten acerca del equilibrio. Deducen de la observación, analizan y aplican la condición de equilibrio estático a diferentes situaciones de la vida cotidiana.**

#### Ejemplo A

- Experimentan con diversas situaciones en que se da o no se da, o se pierde, el equilibrio. Discuten y determinan las magnitudes involucradas en la existencia del equilibrio.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Esta actividad tiene como objeto que los estudiantes se den cuenta que son fuerzas y torques los que determinan que un cuerpo esté en equilibrio o no. Puede experimentarse con distintas posiciones del cuerpo, la acción de alguien que empuja a otro, el sostener un libro con los dedos, el empujar un péndulo o un columpio, etc.

### Ejemplo B

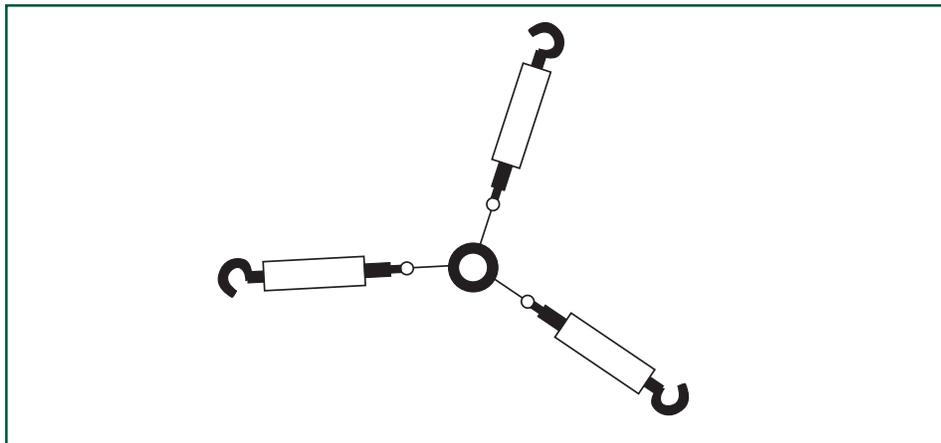
Por medio de dinamómetros experimentan aplicando fuerzas concurrentes en un punto (ver figura 1.5); dibujan el diagrama de fuerzas sobre el cuerpo libre y demuestran que, para este caso, la suma de las fuerzas es cero si el cuerpo se encuentra en equilibrio.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Esta actividad puede realizarse en forma demostrativa, o en grupos de cuatro estudiantes, tres de ellos sosteniendo cada uno un dinamómetro, mientras el cuarto anota lo que observa.

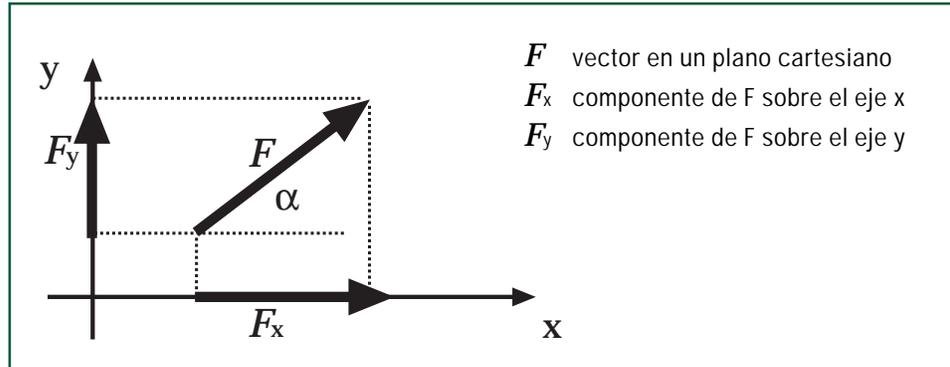
Se sugiere montar el sistema sobre una mesa, colocando una hoja de papel por debajo de las cuerdas que unen a los dinamómetros, de modo que el cuarto estudiante dibuje con el mayor cuidado la dirección y sentido de los tres vectores fuerzas y anote el valor de la magnitud de cada una de ellas. Dibujan las fuerzas como vectores y luego, sumándolos, se verifica lo pedido. Se sugiere repetir la experiencia cambiando los ángulos y las fuerzas aplicadas. Hacer presente que los dinamómetros están usualmente diseñados para realizar mediciones en posición vertical, por lo que en este caso es posible que se detecten pequeños errores.

Figura 1.5.



## Ejemplo C

Dibujan vectores en un plano cartesiano y los proyectan sobre los ejes de coordenadas. Usando un paralelogramo verifican que la adición de las componentes de un vector genera al vector original.



## INDICACIONES AL DOCENTE

Indicar a los estudiantes que estos vectores son llamados componentes rectangulares o cartesianas del vector original. Es conveniente que esta actividad se repita con vectores en diferentes posiciones y que analicen en cada caso lo que ocurre al sumar sus componentes. Hacer notar que, dado que las componentes del vector son perpendiculares, se puede aplicar el teorema de Pitágoras para relacionar algebraicamente las magnitudes de los tres vectores involucrados.

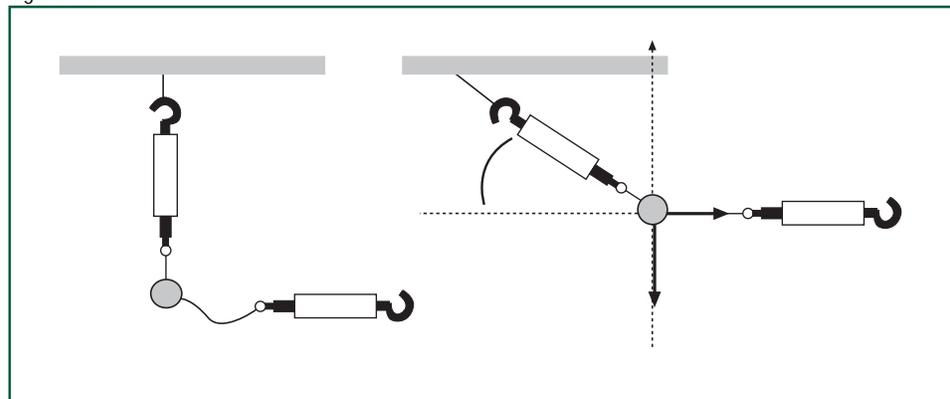
Si el o la docente lo estima instructivo y oportuno, señalar que los módulos de la componente horizontal y vertical de un vector se determinan utilizando las siguientes expresiones:

$$F_x = F \cos \alpha \quad F_y = F \sin \alpha$$

## Ejemplo D

Determinan experimentalmente en diversas situaciones el valor de las componentes rectangulares de un vector fuerza y verifican sus medidas utilizando un método matemático.

Figura 1.6.



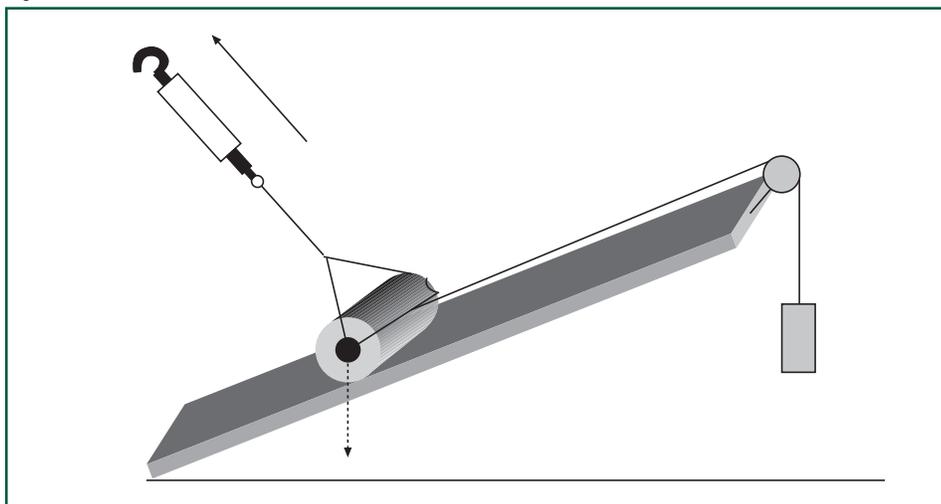
## INDICACIONES AL DOCENTE

La idea se puede concretar colgando un objeto de un dinamómetro y tirando horizontalmente con una cuerda que esté atada a otro dinamómetro (figura.1.6). Usando los valores que indican los dinamómetros, alumnas y alumnos pueden dibujar el diagrama de fuerzas que actúan sobre el cuerpo libre. Aplicando adición geométrica de vectores, se muestra que la suma de los vectores perpendiculares es igual a lo que marca el dinamómetro que forma un ángulo agudo con al horizontal. Se puede desafiar a los estudiantes a buscar otros métodos de verificación de la primera condición de equilibrio (usando Pitágoras o trigonometría). Esta actividad se presta para analizar lo que ocurre con las fuerzas si el ángulo de inclinación del dinamómetro que cuelga aumenta con respecto a la vertical.

## Ejemplo E

Representan vectorialmente las fuerzas que actúan sobre un cilindro que se encuentra en reposo en un plano inclinado y verifican experimentalmente que su suma es cero.

Figura 1.7.



## INDICACIONES AL DOCENTE

Esta experiencia se puede realizar utilizando un tubo metálico equilibrado sobre el plano inclinado mediante dos cuerdas que pasan por su interior (ver figura 1.7). Hacer notar que al estar en reposo el sistema, las fuerzas que actúan sobre el cilindro son la tensión de la cuerda que pasa por la polea (igual al peso del cuerpo que cuelga), la que va al dinamómetro, y el peso del cilindro. Si los estudiantes tiran poco a poco el dinamómetro, cuidando de mantenerlo perpendicular al plano inclinado, podrán determinar lo que marca cuando el cilindro se separe de la superficie es decir, la fuerza que ejerce sobre el plano.

Conviene aprovechar la oportunidad para observar cómo varía esta fuerza normal al cambiar la inclinación del plano. Se recomienda insistir en el dibujo de las fuerzas sobre el cuerpo libre y además descomponer el peso del cilindro en la dirección del plano y la normal.

## Ejemplo F

- Analizan las fuerzas que actúan sobre un objeto que se encuentran en reposo, tales como letreros, cuadros u otros cuerpos que cuelgan, vehículos en reposo en una pendiente, etc. Describen la función de cada fuerza que actúa y demuestran que la suma de ellas es cero.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Considerar situaciones reales y contingentes a los estudiantes en la que, en lo posible concurren más de dos fuerzas, sean éstas paralelas como en el caso del columpio, o no paralelas, como en el caso de un cuadro que cuelga en una pared. Se puede analizar el caso de las anclas y tensores en un parronal, los tirantes de carpas, postes, automóviles estacionados en la subida de un cerro, etc.

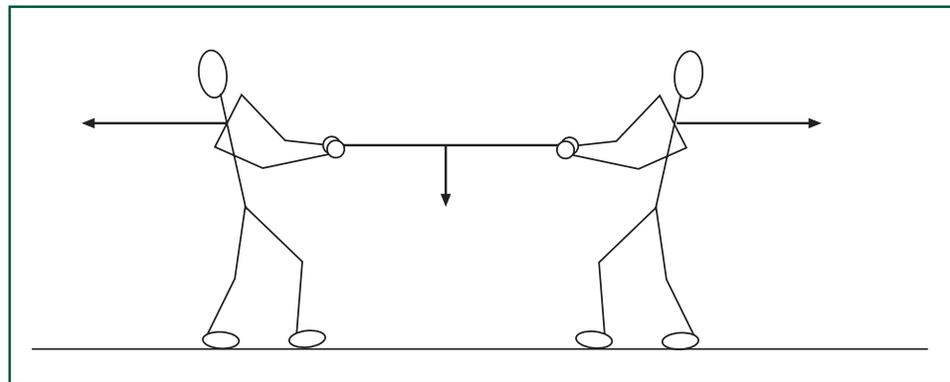
## Ejemplo G

- Discuten y analizan los efectos observados al aplicar una fuerza en el centro de una cuerda que tiran, en sentido opuesto, dos estudiantes.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Este ejemplo puede ser muy instructivo. Llamar la atención al hecho de que la cuerda no permanece horizontal por más fuerza que le apliquen los jóvenes desde los extremos y, más aún, que la pequeña fuerza central puede desestabilizarlos. Utilizar este principio para explicar el que se puede mover una gran masa con sólo una pequeña fuerza como, por ejemplo, al sacar un automóvil de un pantano utilizando una cuerda tirante atada a un árbol.

Figura 1.8.



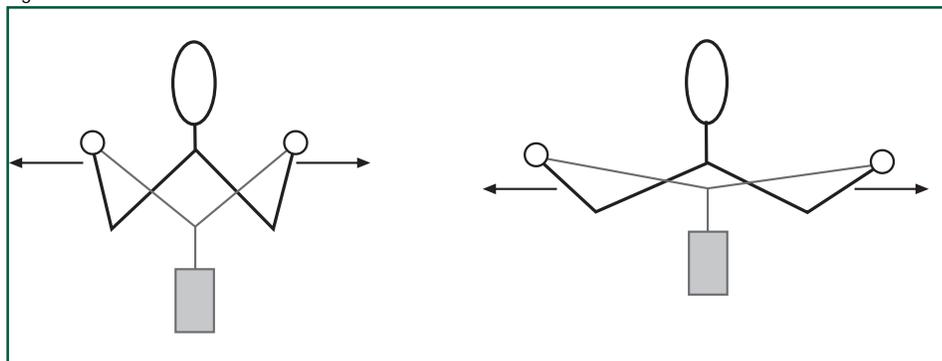
## Ejemplo H

- Experimentan tomando los extremos de una cuerda de la cual cuelga un objeto de aproximadamente 1 kg. Comentan acerca del esfuerzo considerable que significa tensar la cuerda y analizan las variaciones de las componentes vertical y horizontal de las fuerzas.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Hacer ver a los estudiantes que las componentes verticales no cambian con el esfuerzo, pero que las horizontales aumentan considerablemente. Una variación que permite una mejor visualización del fenómeno se logra al cambiar la cuerda por elásticos o resortes y observar cómo se estiran a medida que el ángulo entre ellos aumenta. Conociendo el peso del cuerpo y el ángulo, los alumnos y las alumnas podrán calcular la tensión de la cuerda o elástico.

Figura 1.9.



## Actividad 2

**Analizan el efecto del torque sobre la estabilidad de los cuerpos y aplican la condición de equilibrio de rotación.**

## Ejemplo A

- Aplican fuerzas sobre puertas, ventanas, una rueda de bicicleta o cualquier cuerpo que pueda girar. Calculan torques. Diferencian entre torque positivo y negativo.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Es conveniente que el profesor o profesora recuerde a los estudiantes el concepto de torque visto en Segundo Año Medio. Restringir el caso para fuerzas perpendiculares al brazo, pero si el maestro lo estima, puede analizar otros casos con diferentes ángulos y empleando trigonometría. Considerar positivos los torques generados por fuerzas con sentido opuesto al movimiento de los punteros de un reloj. De ser posible, es conveniente que la fuerza se aplique a través de un dinamómetro y se estime la magnitud de los torques aplicados.

## Ejemplo B

- Analizan diferentes situaciones en las que estén presentes torques, identificando la fuerza que los genera, y los clasifican según el signo.

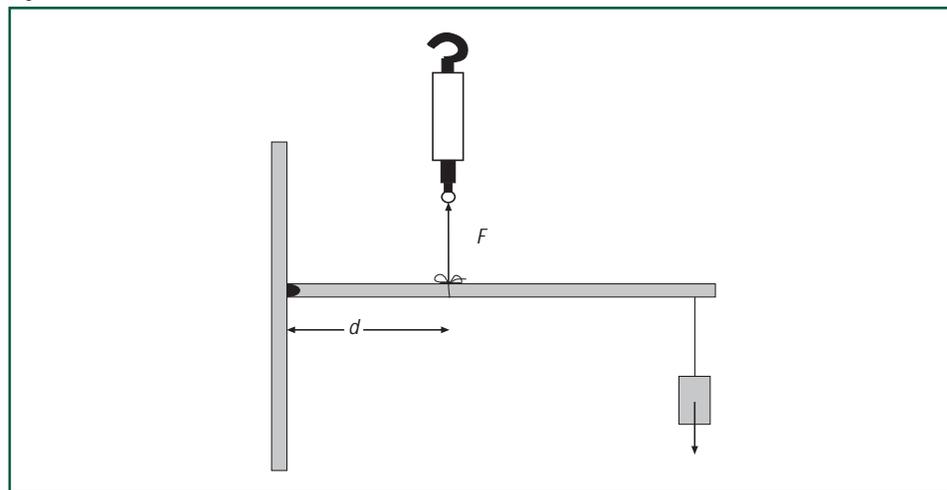
## INDICACIONES AL DOCENTE

Niños en un balancín, balanzas, herramientas y letreros colgantes pueden ser útiles para identificar los torques.

## Ejemplo C

- Utilizando una barra horizontal con un eje en un extremo (figura 1.10), demostrar experimentalmente que la fuerza aplicada por el dinamómetro es directamente proporcional a la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y el eje de giro. Verifican en cada situación que la suma de los torques es cero.

Figura 1.10.



## INDICACIONES AL DOCENTE

Este dispositivo permite variar el punto de aplicación de la fuerza. Se sugiere que el docente explique a los alumnos y alumnas la tarea a realizar y que ellos hagan un montaje (puede ser tarea). Cuidar que el dinamómetro esté siempre en dirección vertical y la barra horizontal. No olvidar de considerar, además del torque producido por la pesa del extremo, el que genera el peso de la barra desde su centro de gravedad. Después de construir un gráfico de la fuerza en función de la distancia  $F(d)$ , orientar a los estudiantes a deducir la relación aproximadamente lineal que resulta.

Se puede utilizar el montaje para demostrar que si el ángulo entre el brazo y la fuerza cambia, ésta debe aumentar considerablemente para generar el mismo torque.

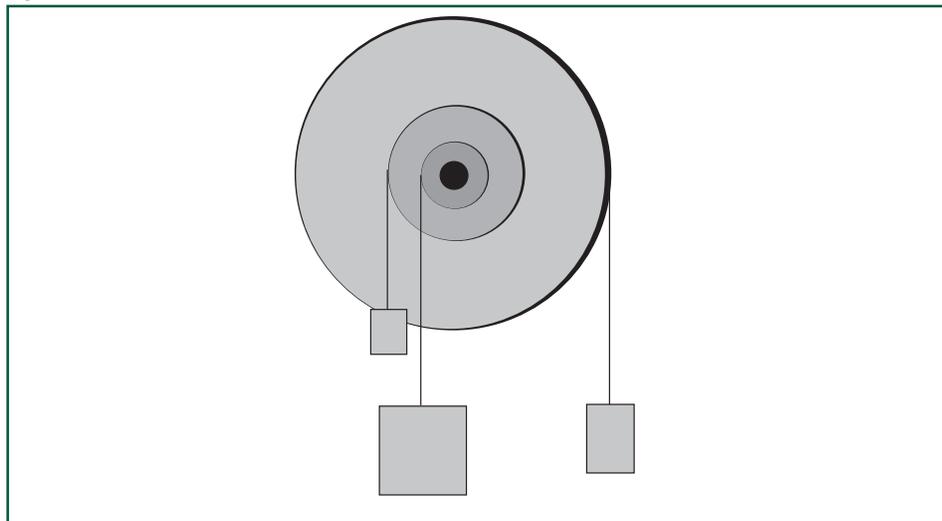
### Ejemplo D

Fabrican un sistema de poleas con centro común y solidarias, le cuelgan pesas y determinan el valor del torque neto cuando el sistema está en equilibrio.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Ruedas de madera de diferentes diámetros clavadas una sobre otra, con una perforación en el centro común (figura 1.11) permiten disponer del sistema. Cuidar que la broca del taladro sea de diámetro mayor que la barra que se use como eje, y así asegurar una rotación libre. Se recomienda que los alumnos y alumnas apliquen su ingenio para proveer de pesas adecuadas, y analicen las fuentes de error más significativas.

Figura 1.11.



### Ejemplo E

Diseñan y construyen una balanza de brazos desiguales aplicando las condiciones de equilibrio de los cuerpos.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Esta actividad puede plantearse como un trabajo en grupo para realizarlo en dos etapas: la primera, de planificación, en el liceo, y la segunda, de ejecución, en la casa.

### Ejemplo F

Resuelven problemas aplicando las condiciones de equilibrio de rotación.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

**Restringirse a problemas sencillos, en lo posible, donde las fuerzas que se ejerzan formen un ángulo recto con el brazo como, por ejemplo, la plataforma que sostiene a un limpiador de vidrios de un edificio.**

### Ejemplo G

- Analizan las situaciones de equilibrio relacionadas con las articulaciones del cuerpo humano como, por ejemplo, el sostener un ladrillo con la mano colocando el brazo en diferentes poses, el levantar una piedra pesada inclinándose, etc.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

**Estas actividades pueden ser enfrentadas por los alumnos y alumnas en grupos a modo de investigación. Temas posibles son, por ejemplo: identificar las diferentes partes del esqueleto humano como palancas de clase adecuada; resolver problemas implicando esqueleto y músculos; estimar aproximadamente los centros de masa de diferentes partes del cuerpos, etc. Aprovechar la oportunidad para enseñar buenas costumbres en distintas situaciones de esfuerzo físico, como por ejemplo, el flectar las piernas ayudándose de ellas para levantar un objeto pesado. En este caso, el mantener el torso erguido y proteger la columna.**

## Unidad 2

### Dinámica de rotaciones

#### Contenidos Mínimos

- a. Caracterización del movimiento circular no uniforme. Definición y aplicación a situaciones de la vida diaria de la aceleración angular. Desarrollo de un ejemplo, como el péndulo.
- b. Definición vectorial del momento angular. Eje de rotación, velocidad angular y momento de inercia. Definición vectorial de torque. Fuerza y brazo.
- c. Conservación del momento angular en ausencia de torques externos. Demostración y análisis de algún ejemplo, como la estabilidad de una bicicleta.

#### Aprendizajes esperados

Al completar la unidad alumnos y alumnas:

- calculan y determinan experimentalmente la aceleración angular de un cuerpo que rota;
- diferencian rotaciones con aceleración angular constante, como la de un cilindro que baja por un plano inclinado, de movimientos con aceleración angular variable como el caso del péndulo;
- aplican el principio de conservación del momento angular en la resolución de problemas;
- reconocen la importancia del principio de conservación del momento angular para explicar situaciones tales como el movimiento de satélites, planetas, etc.

### Recomendaciones al docente

Es conveniente tener presente las siguientes observaciones y sugerencias para el desarrollo de la unidad.

- Antes de tratar los temas relacionados con esta unidad, es recomendable realizar un diagnóstico para evaluar el manejo de conceptos tales como momento de inercia, torque, etc. Si los estudiantes muestran un nivel deficiente en el manejo de estos conceptos, diseñar estrategias remediales. Una de ellas podría ser integrar al desarrollo de este plan la actividad del Programa de Formación General que se estime necesaria.
- Tener presente que el concepto de momento angular es difícil de aprender. Se recomienda evitar la excesiva abstracción, enfatizando el uso de ejemplos cotidianos en que haya rotación y, particularmente, se manifieste la conservación de dicha magnitud.

## (a) Movimiento circunferencial con aceleración angular

---

### Detalle de contenidos

#### ACELERACIÓN ANGULAR

Rotación de cuerpos con aceleración angular constante. Relación entre aceleración tangencial y angular. Determinación experimental de la aceleración angular de un cuerpo rígido.

#### LA ACELERACIÓN EN UN PÉNDULO

Consecuencia de las fuerzas variables en un péndulo. Fuerza que depende de la amplitud.

#### TORQUE Y ACELERACIÓN Y VELOCIDAD ANGULAR Y SU NATURALEZA VECTORIAL

Giro de un cuerpo bajo la influencia de una fuerza externa. Relación entre torque y aceleración angular, método teórico y experimental. Dirección y sentido del torque, la aceleración y la velocidad angular.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad

---

**Identifican cuerpos con aceleración angular constante y variable. Aplican y determinan empíricamente la aceleración angular de un cuerpo que rota, la relacionan con la aceleración tangencial y encuentran su relación con el torque.**

#### Ejemplo A

- Dan ejemplos de cuerpos con movimientos rotatorios uniformes y no uniformes, asociándolos con aquellos que tienen o no tienen aceleración angular. Relacionan la aceleración angular con la tangencial.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Llevar un ventilador a la sala de clase puede ser muy instructivo. El hacerlo funcionar y después de un instante desconectarlo, permite abordar el tema haciendo que los estudiantes clasifiquen, según la aceleración, el movimiento de las aspas.

Este tema complementa el contenido de la primera Unidad del Plan de Formación General. Si los alumnos o alumnas no han estudiado esta materia es necesario introducir conceptos básicos referidos a la rotación. Hacer notar que en un movimiento circunferencial uniforme se verifican las relaciones

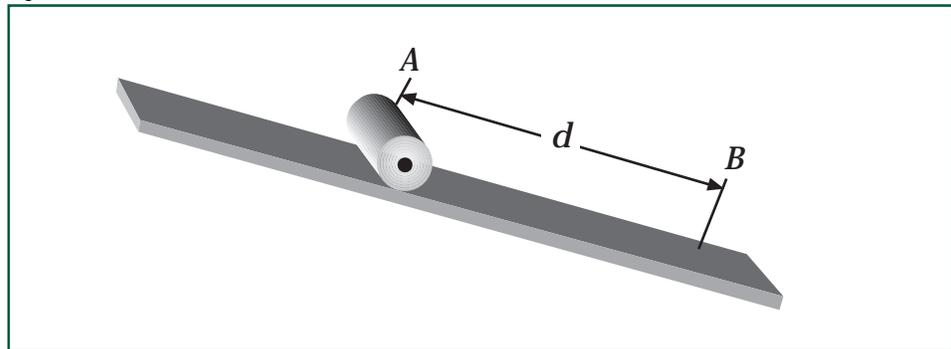
$$v = \omega r \quad a_t = \alpha r$$

donde  $r$  es la distancia al centro de rotación,  $\omega$  es la velocidad angular y  $\alpha$  es la aceleración angular. Hacer notar que  $a_t$  es la aceleración tangencial, puesto que existe una radial o centrípeta  $a_c$  de magnitud  $\omega^2 r$ .

#### Ejemplo B

- Determinan experimentalmente la aceleración angular con que desciende un cilindro por un plano inclinado. Discuten el origen de la aceleración medida.

Figura 2.1.



#### INDICACIONES AL DOCENTE

Como cilindro se puede usar un trozo de tubo de PVC o tarro. Al bajar por el plano inclinado la aceleración lineal del eje es constante y su valor es el mismo que el de la aceleración tangencial en un punto del borde del cilindro. Para que comprendan lo anterior se requiere llamar la atención al hecho de que, al completar una vuelta, un punto del borde del cilindro recorre una distancia igual a  $2\pi r$  y que el eje ha recorrido la misma distancia en el mismo tiempo (lo pueden verificar usando el mismo cilindro). Por lo tanto las variaciones de velocidades del eje y del borde son iguales en magnitud en tiempos iguales.

Al soltar al cilindro en el punto A, éste parte con velocidad inicial cero de modo que los estudiantes pueden medir el tiempo  $t$  que emplea en recorrer la distancia  $d$ . Recordándoles que  $d = \frac{1}{2} at^2$ , pueden determinar la aceleración tangencial del borde del cilindro. Como la aceleración en el borde del cilindro es igual a la de su eje de rotación, es lícito aplicar la relación  $\alpha = \frac{a}{r}$  para calcular la aceleración angular.

La discusión del experimento se enriquece si se repite con una bolita y se pregunta por la aceleración angular en distintos puntos de su superficie.

### Ejemplo C

Discuten la analogía entre las ecuaciones cinemáticas para el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y las de un movimiento rotacional con aceleración angular constante.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Se recomienda escribir esas ecuaciones para que los estudiantes relacionen los coeficientes y hagan las analogías correspondientes:

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 & \theta &= \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\v &= v_0 + a t & \omega &= \omega_0 + \alpha t\end{aligned}$$

donde los ángulos están medidos en radianes. Aclarar que las ecuaciones precedentes son válidas sólo si la fuerza y el torque neto son constantes.

### Ejemplo D

- Resuelven problemas calculando la aceleración angular en ejemplos tales como una hélice, una esfera rodante, un neumático cuando un auto está frenando, una máquina Atwood, etc.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Plantear sólo problemas para los cuales pueda considerarse una aceleración constante, y relacionados con la vida cotidiana de los estudiantes.

### Ejemplo E

- Observan un objeto que oscila colgando de un hilo (péndulo) y describen los cambios de su velocidad y aceleración angular en función del tiempo. Comprueban que este es un ejemplo en que las expresiones anteriores no pueden utilizarse. Discuten por qué ocurre esto, si la aceleración de gravedad  $g$  es constante.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Es conveniente que los estudiantes dibujen las fuerzas sobre el péndulo en diferentes posiciones de modo de visualizar sus cambios, y que se den cuenta que la que define el movimiento es la componente tangencial, que varía con el ángulo y resulta, para movimientos pequeños, proporcional a la amplitud.

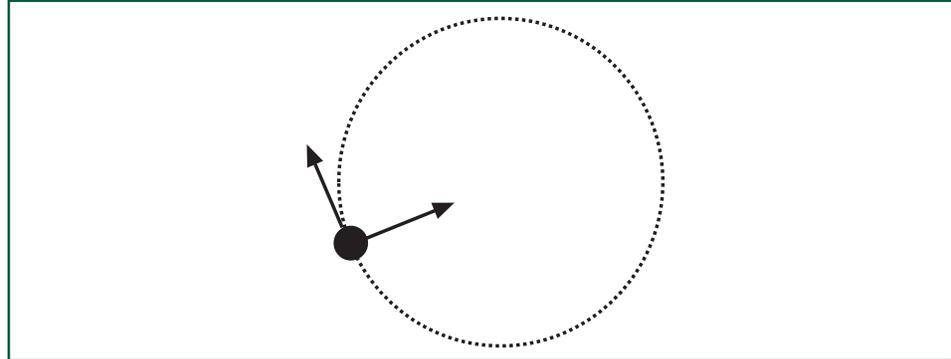
## Ejemplo F

Demostrar que si una fuerza tangencial constante actúa sobre un objeto que gira, se cumple que la aceleración angular es directamente proporcional al torque.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Lo más simple es trabajar con un objeto que pueda tratarse como un punto de masa  $m$ . Entonces, usando las expresiones  $F_t = m a_t$ ,  $\tau = F_t r$  y  $a_t = \alpha r$  se obtiene fácilmente el resultado  $\alpha = \frac{\tau}{mr^2}$ . Hacer notar que esta última expresión puede escribirse en términos del momento de inercia como  $\tau = I\alpha$ , ecuación en general válida también para cuerpos extensos, como una rueda de bicicleta por ejemplo. Es necesario hacer notar que la fuerza centrípeta debe estar presente en este movimiento aunque a veces no se dibuje.

Figura 2.2.



## Ejemplo G

- Encuentran experimentalmente la relación entre el torque y la aceleración angular.

## INDICACIONES AL DOCENTE

El montaje de la figura 2.3 puede hacerse con una rueda de bicicleta de aro pequeño, montada sobre su eje. Tal vez sea necesario explicar a los alumnos y alumnas que durante el proceso de aceleración el torque no es el producido por el peso del cuerpo sino por la tensión de la cuerda. Para determinar la se aplica la segunda ley de Newton de la siguiente forma:

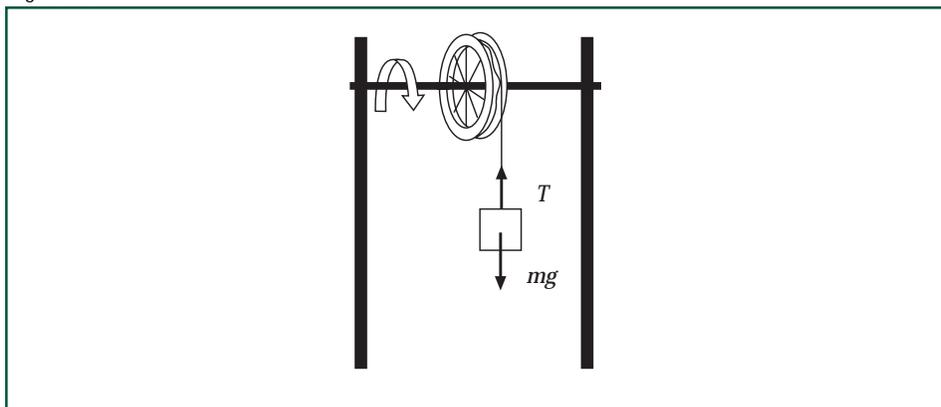
$$mg - T = ma,$$

de donde

$$T = mg - ma.$$

Como esta fuerza es constante,  $a$  se determina conociendo el tiempo  $t$  que emplea la masa en bajar cierta distancia  $d = \frac{1}{2} at^2$ . Usando las relaciones  $\tau = Tr = Ia$ , donde  $r$  es el radio de la rueda e  $I$  su momento de inercia, se obtiene finalmente  $a = \frac{mr}{I} \left[ g - \frac{2d}{t^2} \right]$ .

Figura 2.3.



Al analizar la experiencia, enfatizar en que la constante de proporcionalidad encontrada corresponde al momento de inercia de la rueda y desafiar a los alumnos y alumnas a diseñar otro trabajo experimental que permita encontrar el momento de inercia de otros cuerpos.

#### Ejemplo H

- Utilizan “la regla de la mano derecha” para determinar la dirección y sentido del vector asociado a la velocidad angular de cuerpos que giran en diferentes planos.

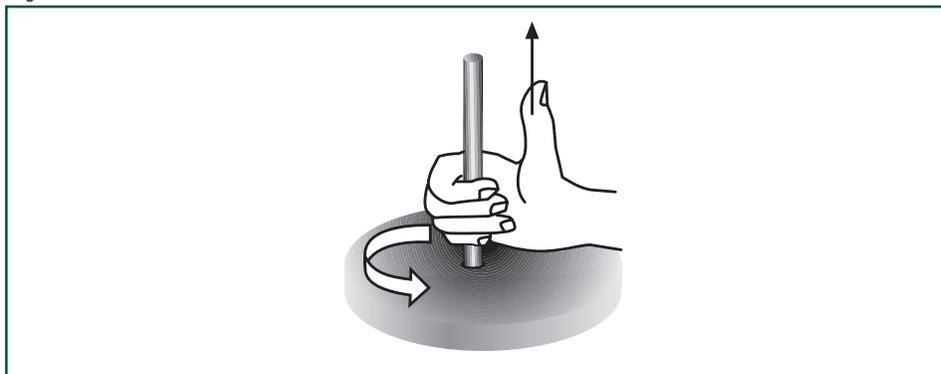
#### INDICACIONES AL DOCENTE

Indicar a los estudiantes que se escoge el eje de rotación como dirección del vector velocidad angular y que su sentido puede determinarse usando una convención, como por ejemplo, “la regla de la mano derecha”. Esta dice, “si suponemos que tomamos el eje de rotación del cuerpo con la mano derecha de modo que los dedos apunten en el sentido de la rotación, el pulgar colocado paralelo al eje indicará el sentido del vector velocidad angular”. Figura 2.4.

Es conveniente hacer notar que ningún punto del cuerpo que rota lo hace en la dirección del vector velocidad angular.

Aplicar la convención a diversos ejemplos como los punteros del reloj, las aspas de un ventilador, el giro de un alumno o alumna sobre sus talones, la rotación de la Tierra en torno a su eje y el Sol, etc.

Figura 2.4.



## (b) Conservación del momento angular

---

### Detalle de contenidos

#### EL VECTOR MOMENTO ANGULAR

Definición del momento angular y su relación con la cantidad de movimiento lineal. Las expresiones  $L = I\omega$ ,  $L = mvr$ . Cálculo del momento angular de un cuerpo rígido y determinación de su dirección y sentido.

#### APLICACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR

Ejemplos de su conservación en ausencia de torques externos. Capacidad predictiva de la ley de conservación del momento angular.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Calculan y determinan la dirección y sentido del momento angular de un cuerpo que rota y aplican el principio de conservación de esta magnitud a la resolución de problemas considerando situaciones cotidianas.**

#### Ejemplo A

- Usando la rotación deciden si un huevo está cocido o crudo. Discuten el concepto de "tendencia a seguir rotando" o inercia de rotación.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Esta instructiva experiencia es también útil en la cocina. Traer un huevo cocido y uno crudo. Hacerlos rotar sobre una mesa deteniéndolos con un dedo para inmediatamente después soltarlos. El huevo crudo reanuda su rotación y el cocido queda inmóvil. Discutir con los alumnos el origen de esta diferencia de comportamiento.

## Ejemplo B

- Definir momento angular a través de ejemplos como el movimiento de la Tierra en torno al Sol o el giro de un trompo.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Usar algunos ejemplos para los cuales sea razonable tratar el objeto como una masa puntual, a fin de definir  $\vec{L}$  como el producto  $m\vec{v}r$ . Tratar luego la rotación de un cuerpo rígido como el trompo, introduciendo la expresión  $\vec{L} = I\vec{\omega}$ . Enfatizar el carácter vectorial de la velocidad angular.

## Ejemplo C

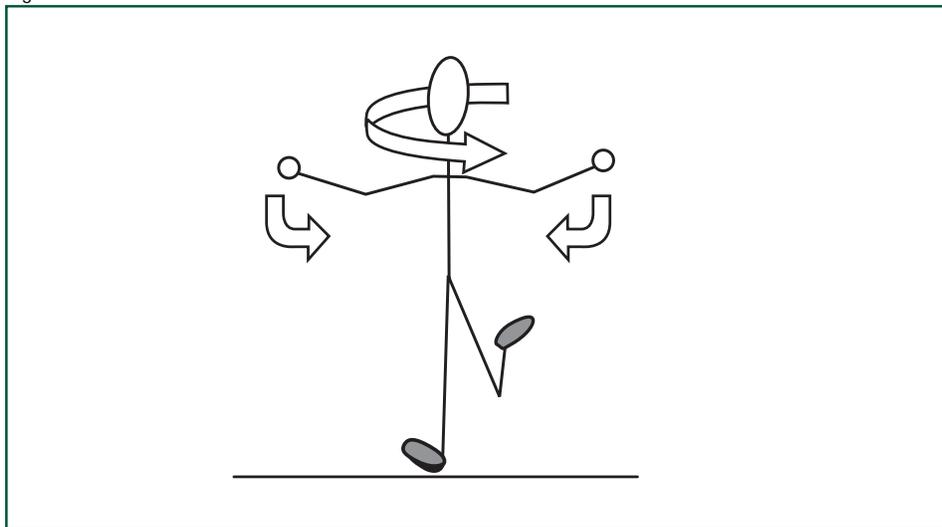
- Observan y dan argumentos para explicar los cambios de velocidad angular que experimenta una alumna o alumno al girar en torno al taco de un zapato con los brazos extendidos, que luego junta.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Si se coloca un plástico o papel grueso entre el taco y el suelo se logra un menor roce, de modo que el movimiento de rotación se mantiene por mayor tiempo después del impulso inicial. El efecto se hace muy evidente si el estudiante junta con rapidez los brazos y, más aún, si sostiene en sus manos algo pesado (libros, ladrillos, etc.). La experiencia permite demostrar la relación entre el momento de inercia y la velocidad angular e ilustrar la afirmación que el momento angular se conserva.

Si es posible, realizar esta demostración utilizando una silla o una plataforma rotatoria.

Figura 2.5.



#### Ejemplo D

Aplican el principio de conservación del momento angular para explicar los cambios de velocidad de la Tierra en su órbita en torno al Sol, de un satélite en torno a la Tierra, etc.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Un dibujo que represente la órbita elíptica de un cometa en torno al Sol puede ser utilizado como una herramienta eficaz para visualizar los cambios en la distancia al Sol (centro de giro) y en la velocidad, de modo que el momento angular se conserve. El maestro puede aprovechar esta aplicación para motivar el estudio de las leyes de Kepler.

#### Ejemplo E

- Discuten acerca de la estabilidad que da a bicicletas, motocicletas y automóviles de carrera, el girar veloz de sus ruedas.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

El ejemplo del ciclista se presta para una demostración práctica. Sacar la rueda de una bicicleta, hacerla girar, y experimentar la dificultad de cambiar de posición el eje cuando la rueda gira. Este cambio de posición equivale a un cambio del vector momento angular. Ilustrarlo usando un simple diagrama de vectores haciendo ver que el momento angular se conserva a no ser que se aplique un torque. Comentar la dificultad de equilibrarse sobre una bicicleta en reposo.

#### Ejemplo F

Realizan una investigación bibliográfica acerca de fenómenos físicos y aplicaciones relacionadas con el movimiento de rotación y del principio de conservación del momento angular. Ejemplos de interés son la cuantización del momento angular de un electrón, el giroscopio, el uso del volante en lijadoras y cortadoras, el efecto de las estrías en un cañón, la función que cumple la segunda hélice o rotor de un helicóptero, etc.

#### Ejemplo G

Resuelven problemas aplicando el principio de conservación del momento angular.

## Unidad 3

# Gravitación y leyes de Kepler

### Contenidos Mínimos

- a. Descripción y cálculo de la trayectoria de proyectiles en la superficie de la Tierra.
- b. Demostración de que la energía y el momento angular se conservan en el movimiento de objetos como planetas y cometas en el sistema solar.
- c. Las leyes de Johannes Kepler y las circunstancias históricas de su descubrimiento. Clasificación de órbitas de planetas y cometas.
- d. Ley de gravitación universal de Isaac Newton. Aplicaciones a situaciones como el cálculo de la masa de la Tierra, la órbita de satélites alrededor del planeta, etc.

### Aprendizajes esperados

Al completar la unidad alumnos y alumnas;

- conocerán y aplicarán las leyes que determinan el movimiento de objetos masivos cerca de la superficie terrestre (velocidades de impacto, alturas máximas, tiempos de vuelo, etc.) y comprenderán el peso de un objeto como un caso particular de la ley de gravitación que determina el de los astros;
- conocerán el origen histórico de las leyes de Kepler, el significado y la utilidad astronómica que poseen (cálculo de radios orbitales, por ejemplo), y la contribución de ellas a la cosmovisión newtoniana;
- conocerán el origen histórico de la ley de gravitación universal de Newton, sus aplicaciones prácticas en astronomía (cálculo de la masa de algunos astros, explicación de las mareas, predicción de la existencia de planetas, etc.) y su impacto científico y cultural;
- comprenderán el movimiento de los astros del sistema solar desde el punto de vista de la energía mecánica (calculando, por ejemplo, órbitas de satélites, velocidades de escape, etc.) y del momento angular.

### Recomendaciones al docente

A continuación se listan algunas sugerencias para un mejor desarrollo de la unidad.

- Abordar el tema de la primera subunidad: caída libre, lanzamiento de objetos, etc., recurriendo con tanta frecuencia como sea posible a la observación y experimentación.
- Las subunidades siguientes: las leyes de Kepler, la ley de gravitación universal, la energía y el momento angular en el sistema solar requieren un tipo de trabajo en general distinto, tanto de parte del profesor o profesora como de los alumnos y las alumnas. Se recomienda que, guiados por el docente, éstos
  - 1) realicen algunas observaciones con el fin de identificar el movimiento de los planetas en relación al fondo estrellado, al Sol y a la Luna, y constaten directamente lo que plantean algunas de las actividades que se proponen. La idea es que de algún modo se pongan en el lugar de los antiguos astrónomos y comprendan al menos que la elaboración de modelos astronómicos, por triviales que hoy nos parezcan, no fueron logros fáciles;
  - 2) construyan modelos de cartón o plumavit<sup>MR</sup>, o cualquier otro material que permita describir o simular el movimiento planetario según se ve desde la Tierra o desde el Sol;
  - 3) realicen actividades que dramaticen la vida y descubrimientos de Kepler, Galileo, Newton, etc., siempre buscando el modo que los sitúe en el lugar de ellos.

## (a) Movimiento cerca de la superficie terrestre

---

### Detalle de contenidos

#### CLASIFICACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS DEBIDOS A LA GRAVEDAD

Movimiento vertical: caída libre y lanzamiento vertical hacia arriba. Lanzamientos horizontales e inclinados. Forma de la trayectoria en cada uno de los casos y descripción cualitativa de la velocidad y aceleración del objeto en movimiento.

#### ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Principio de independencia de los movimientos horizontal y vertical de un objeto que se traslada por la acción de la gravedad. Cálculo de la altura máxima y lugar de impacto.

#### CONDICIONES EN QUE LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO SON VÁLIDAS

Desprecio del roce con el aire. Constancia de la aceleración de gravedad  $g$ .

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Observan, describen y explican, tanto cualitativa como cuantitativamente, el movimiento de objeto debidos a la gravedad cerca de la superficie de nuestro planeta.**

#### Ejemplo A

- Observar que hay diversas maneras de lanzar un objeto y que ello implica trayectorias diferentes. Describen cualitativamente y clasifican dichos movimientos.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Se puede mostrar con un pequeño pedazo de tiza los diversos movimientos debidos a la acción de la gravedad: dejarlo caer libremente, lanzarlo verticalmente hacia arriba o hacia abajo, implicando en todos los casos un movimiento rectilíneo. Lanzarlo horizontalmente, o con diversas inclinaciones respecto de la horizontal, originando movimientos que se ajustan a un plano y cuya trayectoria corresponde a una parábola, curva ésta probablemente ya estudiada por los alumnos y alumnas en Matemática. Si es posible, ilustrar las trayectorias usando el chorro de una manguera de jardín.

Es necesario recordar a los estudiantes que el aire frena estos movimientos y altera sus trayectorias en mayor o menor medida, dependiendo de las características del objeto que se mueve. Mencionar que este descubrimiento se debe a Galileo y que en esta subunidad consideraremos situaciones en que estos efectos son mínimos y pueden ser despreciados.

#### Ejemplo B

Describen lo que se siente cuando un ascensor parte o termina su recorrido. Discuten la situación en el caso de la caída libre.

#### Ejemplo C

Describen cuantitativamente la caída libre y los lanzamientos verticales debidos a la acción de la gravedad.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

El propósito de la actividad es que alumnas y alumnos recuerden algunos temas aprendidos en 2º Medio. Particularmente, que en la caída libre el espacio  $d$  recorrido en el tiempo  $t$  es  $d = \frac{1}{2} gt^2$ , y la rapidez  $v = gt$ , donde  $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$ . Hacer algunos cálculos simples con estas expresiones. Por ejemplo: 1) calcular la altura de un puente si al dejar caer de su baranda una piedra ella tarda 3,5 s en llegar al agua, la rapidez con que la piedra impacta al agua, etc. 2) calcular el tiempo que tarda en caer al suelo una moneda desde un pupitre de 90 cm de alto, etc. Resolver algunos problemas tales como: 1) ¿qué altura alcanza una piedra que es disparada verticalmente hacia arriba con una rapidez de 5 m/s? 2) ¿qué velocidad debe imprimirle un malabarista a una pelota cuando la lanza hacia arriba y asciende 10 m sobre el nivel de lanzamiento?, etc.

Por último, mostrar que el movimiento producido al lanzar verticalmente hacia arriba un objeto es simétrico respecto a su caída, con la única diferencia que cambia la dirección de la velocidad.

#### Ejemplo D

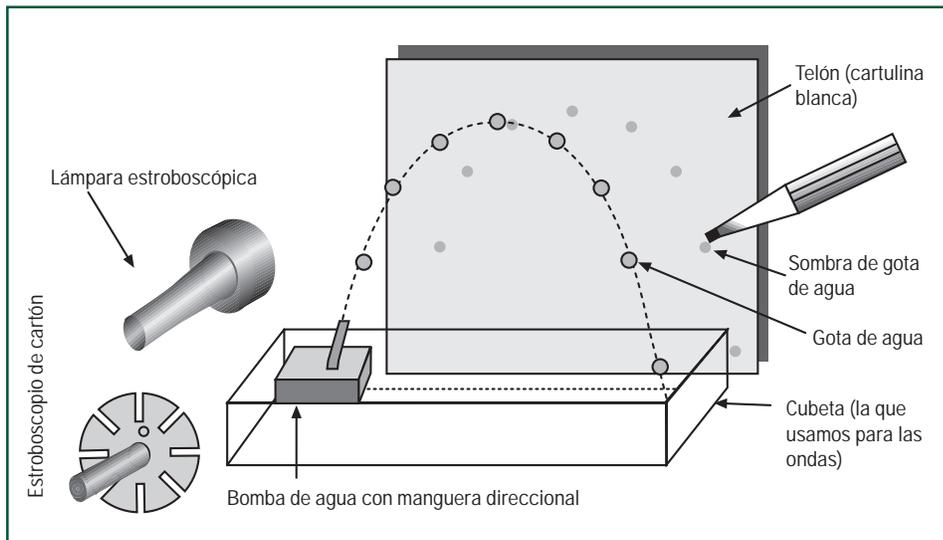
- Verifican que el movimiento parabólico de un objeto que se mueve bajo la acción de la gravedad se puede analizar descomponiéndolo en dos movimientos independientes: el horizontal, en que el movimiento es rectilíneo y uniforme, y el vertical, que se ajusta a un movimiento uniformemente acelerado.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Si se posee el equipo de laboratorio apropiado para analizar este tipo de situación, se recomienda encarecidamente emplearlo. A continuación se proponen dos montajes experimentales de fácil construcción:

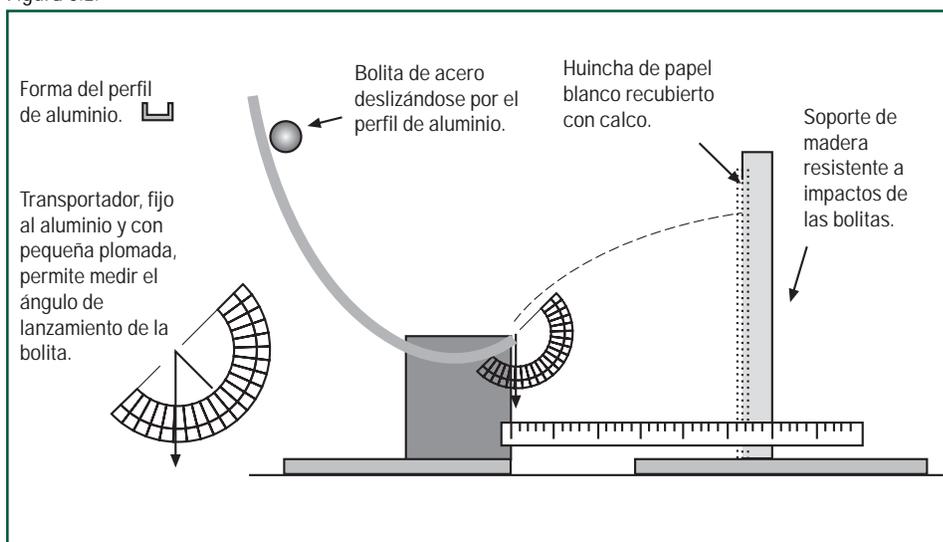
- 1) En la figura 3.1 se utiliza una pequeña bomba de agua como las que se usan en las peceras, una manguera, una lámpara estroboscópica variable o un disco estroboscópico de cartón, y una cartulina como telón de proyección para dibujar en él con un lápiz grafito las sombras de las gotas de agua. El montaje experimental puede encomendarse a los estudiantes a modo de trabajo de proyecto, ayudándolos y orientándolos en forma permanente.

Figura 3.1.



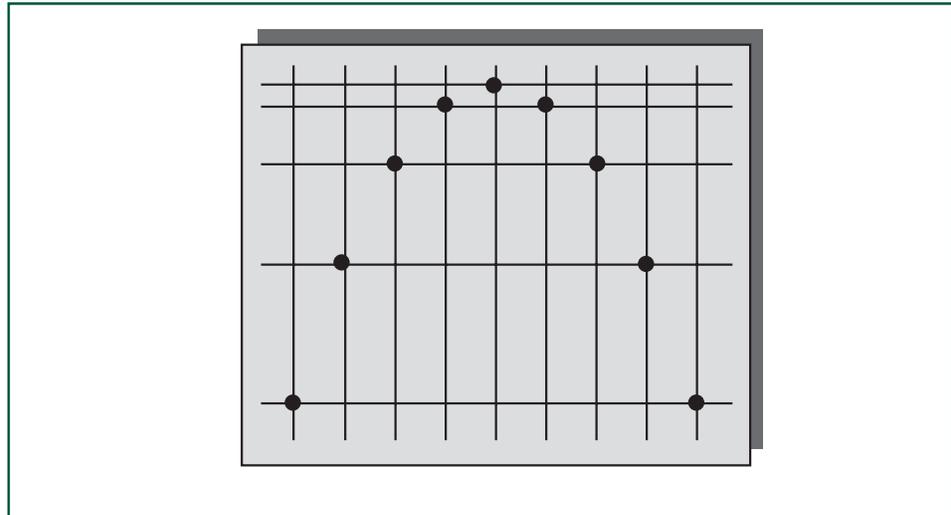
- 2) El montaje de la figura 3.2 es menos ilustrativo y directo que el anterior, pero tiene la ventaja de que es más fácil de implementar. Básicamente consiste en una lanzadera de bolitas con igual rapidez, la cual, si permite variar y medir el ángulo de salida de la bolita, puede ser útil en otros experimentos. Al cambiar el ángulo de lanzamiento hay que preocuparse que no cambie su altura. También se requiere de una barrera resistente que se pueda revestir de papel calco y cartulina para registrar los sucesivos impactos de las bolitas. Si la barrera se sitúa verticalmente como se ilustra en la figura y después de cada lanzamiento idéntico de la bolita se desplaza horizontalmente unos 5 cm, se dispondrá de la información necesaria para analizar el movimiento requerido. En efecto, será posible construir un gráfico como el que se ilustra en la figura 3.3.

Figura 3.2.



- 3) Si no hay equipamiento alguno disponible, puede optarse por analizar una fotografía existente de un movimiento como el que interesa. Figuran en muchos libros de física y se pueden fotocopiar ampliándolas. Un trazado adecuado de líneas verticales y horizontales permite comprobar que el movimiento horizontal se realiza con velocidad constante y el vertical, como un lanzamiento vertical hacia arriba. Véase figura 3.3.

Figura 3.3.



## Ejemplo E

- Justifican las fórmulas que permiten predecir el movimiento de un proyectil: posición  $(x, y)$  y velocidad  $(v_x, v_y)$ , a partir de condiciones iniciales: posición inicial  $(x_0, y_0)$  y velocidad inicial  $(v_{0x}, v_{0y})$  en el instante  $t = 0$ , y aceleración constante  $(0, g)$ , por ejemplo:

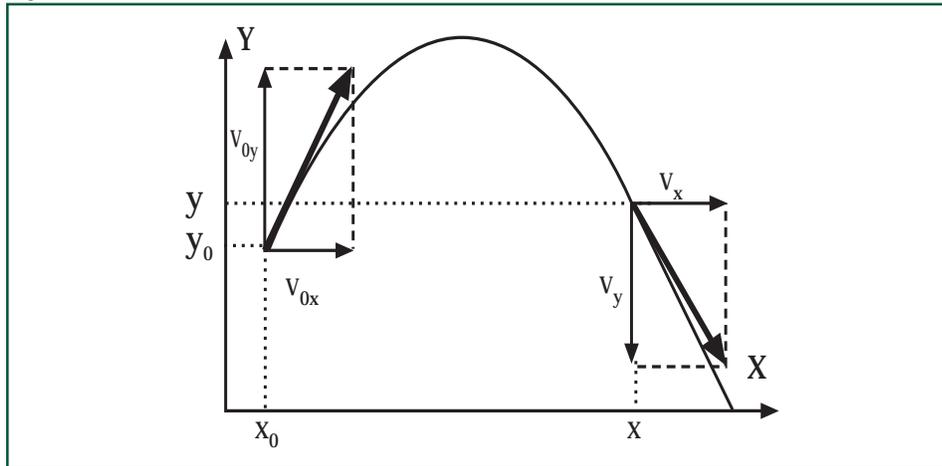
$$\begin{aligned}v_x &= v_{0x} \\v_y &= v_{0y} + gt \\x &= x_0 + v_{0x}t \\y &= y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2\end{aligned}$$

en el contexto que se indica en la figura 3.4.

## INDICACIONES AL DOCENTE

La justificación de ecuaciones como estas puede hacerse analizando las proyecciones en los ejes X e Y de los vectores posición y velocidad del objeto que se mueve, en base a conocimientos ya adquiridos sobre movimiento rectilíneo uniforme, para el eje X, y en base a los análisis realizados en una actividad como la del anterior ejemplo B para el eje Y.

Figura 3.4.



Hay algunos juegos didácticos que se pueden bajar de internet en que se lanzan proyectiles con diferente rapidez y dirección y se dibujan las trayectorias. Pueden servir para motivar a los estudiantes e introducir el tema. Se puede preguntar, por ejemplo, ¿cómo el software calcula las posiciones futuras del proyectil?

La flechas que en la figura adjunta ilustran las velocidades y su descomposición en las direcciones de los ejes X e Y no requieren de un tratamiento formal de los vectores en sistemas de ejes cartesianos.

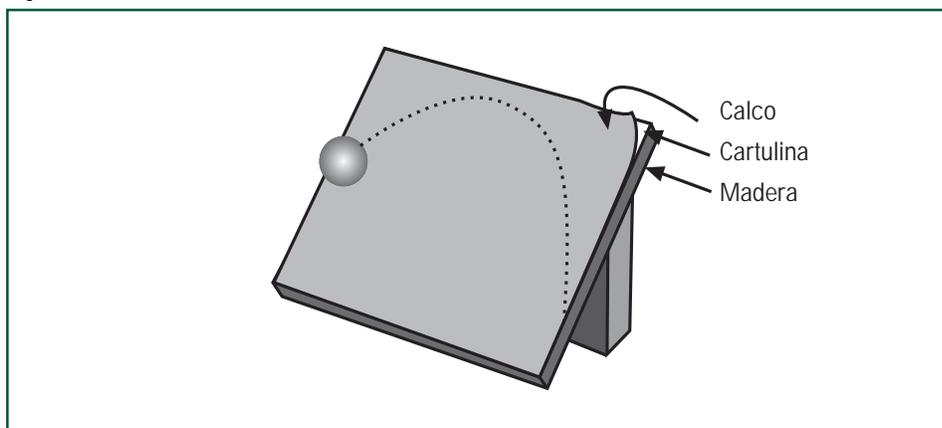
Puede ser adecuado recordar la expresión para la velocidad total:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

basándose en el teorema de Pitágoras.

Una manera simple de obtener un gráfico de la trayectoria parabólica de un objeto que se mueve por la acción de la gravedad es lanzando una bolita pesada sobre una plataforma de madera, con una cartulina revestida de papel calco, como se ilustra en la figura 3.5. Los diferentes “disparos” quedarán registrados y en condición de ser analizados física y geoméricamente.

Figura 3.5.



## Ejemplo F

- Determinan la altura máxima que alcanza un proyectil, el tiempo de vuelo, el lugar en que impacta al llegar a tierra, la mínima rapidez durante el vuelo, etc. bajo diversas condiciones iniciales. Comentan cada uno de los resultados obtenidos.

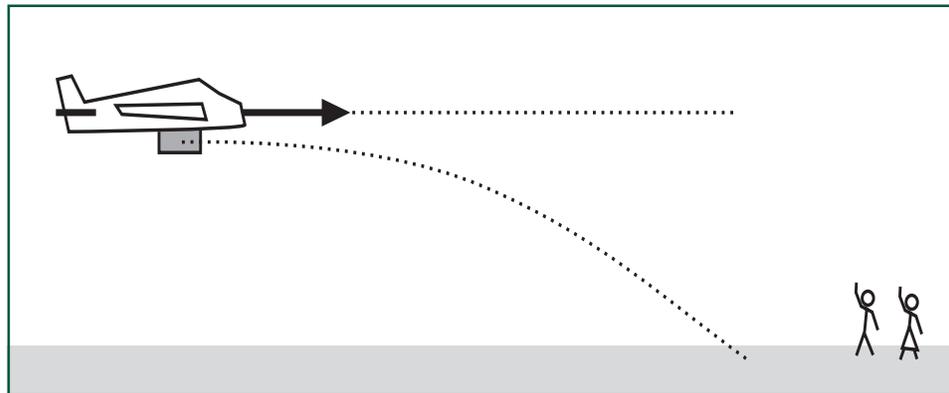
## INDICACIONES AL DOCENTE

Será suficiente analizar detalladamente un par de situaciones en la clase, y asignar una variedad de ejercicios como tarea. Se recomienda tratar el lanzamiento horizontal y el caso de un lanzamiento inclinado respecto de la horizontal. Para simplificar los cálculos conviene considerar  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , recordando siempre que es una aproximación más gruesa que el valor  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  (se aproxima el decimal, al entero más próximo).

Es conveniente contextualizar los problemas y presentarlos en forma atractiva e interesante para los estudiantes. Evitar ejemplos de carácter bélico. Si se les usara, comentar lo terrible que han sido las guerras y la poca inteligencia del hombre al no poder evitarlas.

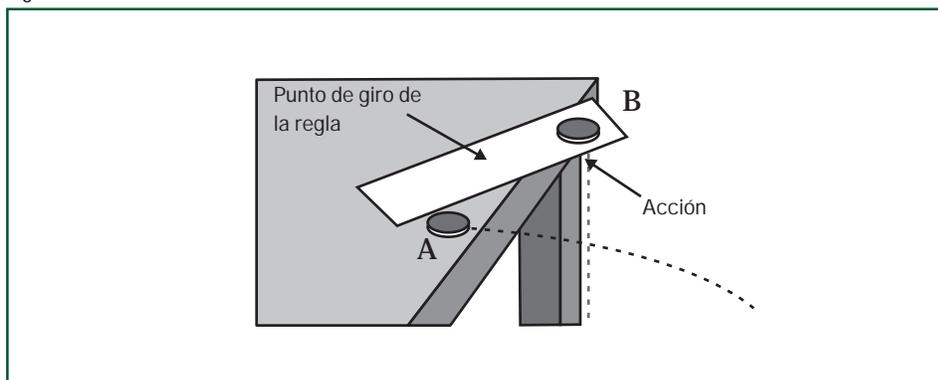
Un ejemplo es el que se ilustra en la figura 3.6. Un avión que viaja a una altura de 300 m con una rapidez constante horizontal de 144 km/h (40 m/s) lanza una caja con víveres a un grupo de exploradores que se encuentran aislados. Despreciando los efectos de roce con el aire y considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a) ¿cuál es la velocidad de impacto que debe soportar la caja que contiene los víveres?, b) ¿cuánto tiempo antes de estar sobre los exploradores debe soltarse la caja para que caiga a unos 10 m de las personas?, c) si la caja se deja caer libremente de un helicóptero que está detenido a 300 m de altura ¿cuánto tiempo tarda en caer comparado con el que tarda desde que es soltado del avión?

Figura 3.6.



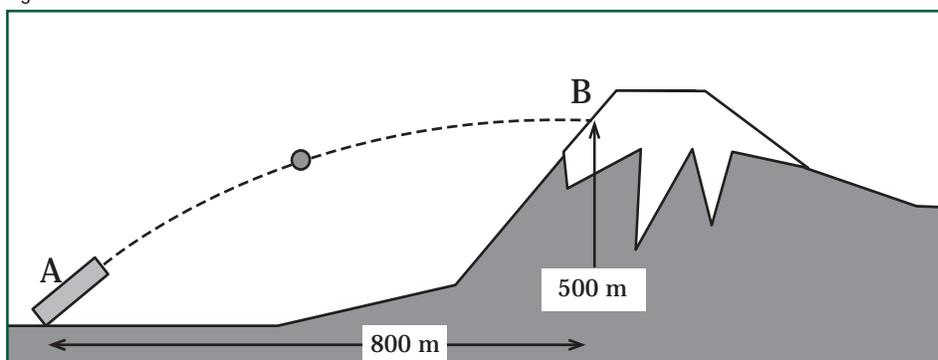
La respuesta a esta última pregunta suele sorprender a los estudiantes y con frecuencia algunos no la creen. Para convencerlos se les puede proponer un experimento como el que se sugiere en la figura 3.7. Una regla al borde de una mesa que es accionada con rapidez puede lanzar horizontalmente la moneda A y simultáneamente dejar caer libremente la moneda B. Si el suelo es plano, la simple inspección ocular permite verificar que las dos monedas llegan al suelo simultáneamente.

Figura 3.7.



Otro ejemplo es el disparo de una bala de cañón para producir una avalancha de nieve, antes que su excesiva acumulación se convierta en un peligro para las personas en pueblos y carreteras (como se hace en algunos países). Si el proyectil se lanza desde el punto A y la bala impacta en el punto B 1,5 s después (ver el resto de los datos en la figura 3.8): a) ¿con qué rapidez sale la bala del cañón? Si manejan la trigonometría, b) ¿qué ángulo debe formar el cañón con la horizontal? c) ¿con qué rapidez llega la bala al punto B? d) ¿cuál será la altura máxima que alcanza la bala durante el vuelo? e) ¿cuál es la mínima rapidez de la bala durante el vuelo?

Figura 3.8.

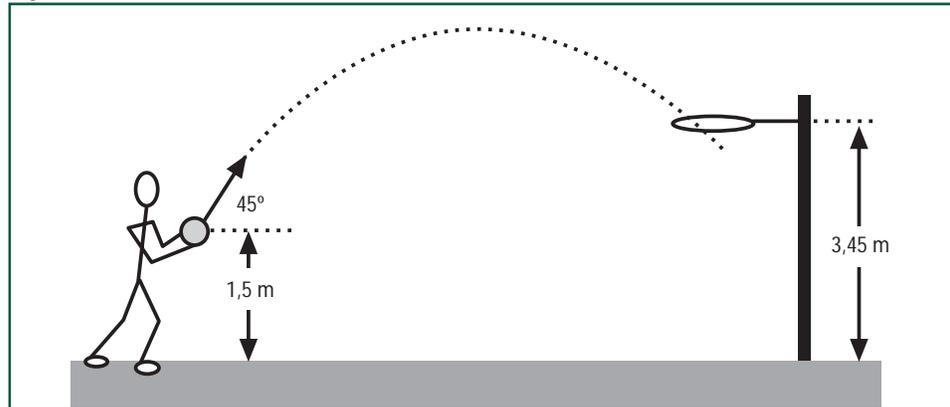


Es importante que el alumno o alumna resuelva problemas como estos aplicando el principio de independencia de los movimientos de un modo consciente, es decir, de modo que no use fórmulas en forma mecánica. Se recomienda no dar fórmulas especiales para situaciones particulares.

Si los estudiantes están familiarizados con las ecuaciones cuadráticas, pueden plantearse problemas como el siguiente, en que se les pide calcular el tiempo de vuelo, entre otras magnitudes. Una basquetbolista lanza la pelota desde la posición que se indica en la figura 3.9 con un ángulo de  $45^\circ$ , y una rapidez de  $10\sqrt{2}$  m/s, haciéndola pasar justo por el aro.

¿Cuánto tiempo transcurre desde que la pelota abandona las manos de la jugadora hasta que pasa por el aro? ¿A qué distancia se encontraba la jugadora del aro? ¿Con qué rapidez pasa la pelota por el aro?, etc.

Figura 3.9.



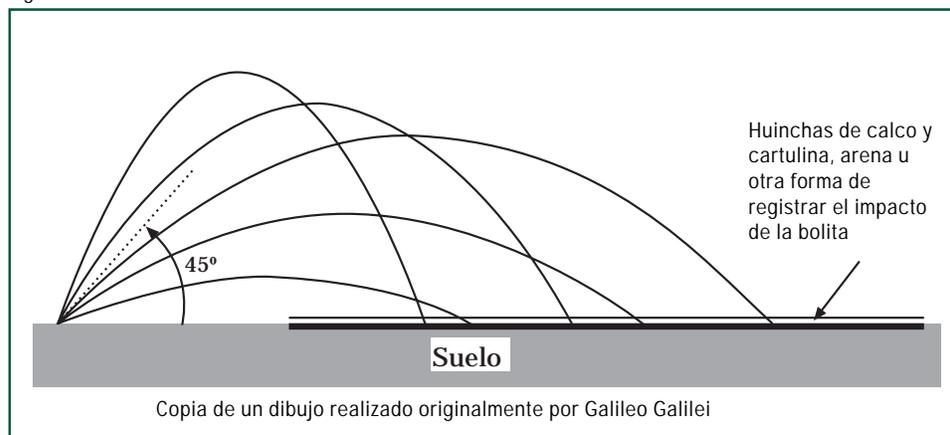
## Ejemplo G

- Especulan y formulan hipótesis en relación al modo más eficaz de lanzar un objeto para alcanzar una máxima distancia.

## INDICACIONES AL DOCENTE

El alcance máximo se obtiene cuando el disparo se realiza con un ángulo de  $45^\circ$  respecto de la horizontal. Recalcar que este resultado es válido sólo si se pretende el máximo alcance a la misma altura que se lanza, no siendo correcto, por ejemplo, en el lanzamiento de la bala en competencias deportivas. Instar a las alumnas y alumnos a realizar un experimento como el que ilustra la figura 3.10. Se puede emplear la lanzadera descrita en la figura 3.10 y colocar el calco y la cartulina en la superficie horizontal en que impactará la bolita al final de su vuelo. Conviene proponer a los estudiantes el probar alternativamente con ángulos de disparo como:  $30^\circ - 60^\circ$ ,  $25^\circ - 55^\circ$ , etc. y finalmente el de  $45^\circ$ . Después de la discusión y posible experimentación que alumnas y alumnos puedan realizar en el patio de la escuela, es conveniente comentar que fue Galileo Galilei el primero en analizar el movimiento de proyectiles, logrando resultados como los descritos aquí.

Figura 3.10.



### Ejemplo H

Especulan acerca de cómo se vería modificado el movimiento de un proyectil en una situación tal que el alcance del disparo es tan grande que ya no sea posible considerar la Tierra plana, y se haga necesario tener en cuenta su curvatura.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Dibujar la Tierra como un disco e imaginar que desde su superficie se lanza un proyectil con gran velocidad. Instar a los estudiantes a dibujar las probables trayectorias que podría realizar. Suponer siempre que el roce experimentado entre el proyectil y la atmósfera es despreciable. Después de este análisis cualitativo conviene mostrar y analizar el dibujo realizado por Isaac Newton en sus “Principios Matemáticos de Filosofía Natural” (ver figura 3.11) el cual constituye una pieza clave en el desarrollo de la ley de gravitación universal, tema central de esta unidad. Puede ser este un buen momento para ver algún documental sobre el despegue, puesta en órbita y descenso de vehículos espaciales.

Figura 3.11.



Esta actividad es importante porque conecta la física cerca de la superficie de la Tierra con la del espacio exterior, haciéndoles comprender más adelante que las leyes aquí y allá son las mismas. Comparar, por ejemplo, la continua “caída” de la Luna, con la de una piedra que se lanza a una gran velocidad cerca de la Tierra.

### Ejemplo I

Investigan los deportes en que los movimientos debidos a la acción de la gravedad desempeñan un papel importante. Describen tales deportes destacando en cada caso la presencia de la física.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Esta actividad se presta para que los estudiantes realicen tanto investigaciones experimentales como bibliográficas, en cuya evaluación el maestro podrá asesorarse por el profesor o profesora del sector Educación Física.

## (b) Las leyes de Kepler

---

### Detalle de contenidos

#### MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS EN LA BÓVEDA CELESTE

Movimiento del Sol y los planetas en la bóveda celeste. El modelo geocéntrico de Claudio Ptolomeo y otros. Los aportes de Tycho Brahe. El modelo de Nicolás Copérnico y su impacto cultural.

#### LOS DESCUBRIMIENTOS DE KEPLER

Enunciado y análisis de cada una de sus tres leyes. El quiebre de la circularidad y uniformidad atribuida al movimiento de los astros. Aplicaciones de la tercera ley de Kepler.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Describen y analizan el movimiento del Sol, de las estrellas y los planetas según se observa desde la Tierra. Comparan modelos cosmológicos como los de Ptolomeo y Copérnico.**

#### Ejemplo A

- Describen el movimiento aparente que sigue el Sol durante el día. Verifican que las estrellas y planetas realizan durante la noche un movimiento semejante: salen por el oriente y se esconden por el poniente siguiendo el camino señalado por el astro rey. Constatan que, en nuestro país, hacia el sur, encontramos estrellas que no alcanzan a ponerse. Reconocen que las estrellas se mueven todas juntas, manteniendo sus posiciones relativas, como si se encontraran fijas a una gran esfera centrada en la Tierra y que rota en torno a ella. Advierten que por esta razón las estrellas se pueden agrupar en constelaciones. Identifican y observan algunos ejemplos de constelaciones boreales, australes y zodiacales.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Para comprender los modelos cosmológicos antiguos y el valor de las ideas de Copérnico, Kepler, Galileo y Newton, es conveniente realizar actividades como las de este ejemplo y los siguientes asumiendo una postura geocéntrica e imaginando el Universo como se lo concebía antes de ellos.

Encomendar a los alumnos y alumnas que observen las estrellas durante algunas noches, identifiquen algunas constelaciones y aprecien el movimiento de conjunto. Lo ideal es que el docente los acompañe y guíe en esta aventura, para la cual se requiere una fotocopia de una carta estelar, una pequeña linterna cubierta con celofán rojo, tal vez una brújula y un lugar oscuro y seguro para hacer las observaciones nocturnas.

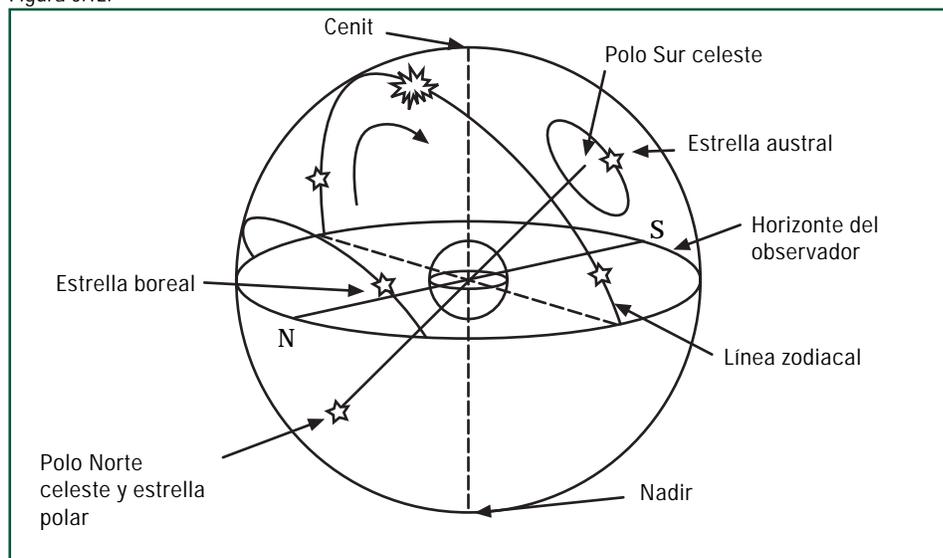
Para reforzar lo observado, en el aula puede ser conveniente construir y examinar un modelo, como un globo más o menos esférico en que se dibujen los polos celestes y algunas constelaciones. Al hacerlo rotar sobre el eje determinado por los polos, se puede dibujar el horizonte de un observador situado en su centro y trazar con líneas el movimiento de dichas estrellas. El análisis de una imagen como la que se ilustra en la figura 3.12 puede ayudar a diseñar y trabajar con este modelo, factible de construir con cartulina, procurando que sea lo suficientemente grande para que en conjunto pueda examinarlo todo el grupo de estudiantes. Existen también grandes esferas de plumavitMR útiles para este propósito.

Para mostrar las constelaciones puede ser útil que alumnas y alumnos examinen una carta celeste en que figuren ambos hemisferios celestes. En relación a las constelaciones zodiacales es conveniente ver la primera constelación que se observa al atardecer inmediatamente después de la puesta del Sol, o al amanecer, antes de que el Sol aparezca en el horizonte, y deducir en cuál se encuentra el Sol.

También sería instructivo visitar un planetario. Existen además diversos programas computacionales que consisten en planetarios virtuales, en base a los cuales el alumno o alumna puede reforzar esta actividad. Hay que tener cuidado con algunas simulaciones computarizadas que describen el movimiento del Sol según se lo observa en el hemisferio norte, no correspondiendo a lo que ocurre en nuestro país, no obstante estar escritas y narradas en español, lo cual puede confundir a los estudiantes.

Es importante señalar que el no advertir el movimiento de unas estrellas con relación a sus vecinas se debe sólo al hecho de que están muy lejos de nosotros. Como ejemplo, mencionar que el Sol gira en torno al centro de la galaxia a una velocidad del orden de los 300 km/s.

Figura 3.12.



### Ejemplo B

Fotografían el cielo estrellado durante una noche diáfana.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Si en la escuela hay una cámara fotográfica con trípode, que permita mantener abierto el diafragma durante algunos minutos, es posible obtener espectaculares fotos de las trazas dejadas por las estrellas debidas a la rotación de la Tierra. Una película convencional de ASA 100 es suficiente; no obstante, si se desea acortar el tiempo de exposición puede emplearse ASA 400. Probar con diferentes tiempos de exposición. Conviene dirigir la cámara hacia el polo sur celeste para apreciar la aparente curvatura de la bóveda celeste.

### Ejemplo C

- Observan y describen la trayectoria que siguen los planetas en relación al fondo estrellado y analizan el significado que dichos movimientos tuvieron en el contexto de una astronomía naciente de una astrología.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Esta es una actividad algo compleja de realizar en la práctica con todo el curso. No obstante, se puede intentar si en el momento de tratar la unidad está visible el planeta Marte. Hay programas computacionales que indican dónde se encuentran los astros cada día particular del año. En el caso de Marte, sin embargo, no es necesario acudir a ellos. Enseñar primero a distinguir a simple vista un planeta de una estrella. Si la atmósfera está diáfana aquellos no titilan, y Marte, en particular, se distingue por su color rojizo. Ubicado entonces este planeta, hay que reparar en las estrellas vecinas y repetir la observación durante algún tiempo, una o dos veces por semana. Un dibujo como el de la figura 3.13 puede ayudar a entender el movimiento retrógrado que en algunos momentos experimentan los planetas.

Es importante explicar a los estudiantes que este movimiento algo caprichoso de los planetas es conocido desde la antigüedad y que precisamente la palabra planeta significa algo así como “vagabundo”.

Este es un buen momento para hacer algunos alcances acerca de la historia de la astronomía, quizás la rama más antigua de la ciencia, cultivada hasta en las civilizaciones más primitivas. Mencionar que a menudo se asoció a los astros cualidades divinas, como en las mitologías griega y romana. Citar el caso de la astrología, la cual intentaba leer el destino humano en la posición de los astros en el momento de nacer. Mencionar que el cultivo de la astrología exigía anticipar la posición de los planetas lo que, dada la complejidad de sus movimientos, resultaba prácticamente imposible. La necesidad de resolver este problema apresuró el nacimiento de la astronomía y de la mecánica en general. Si el Sol hubiese tenido a la Tierra como único planeta girando a su alrededor, quizás Copérnico, Kepler, Galileo, Newton, etc. no serían conocidos y en materia científica estaríamos aún en la Edad Media. Si la humanidad se hubiese desarrollado en un planeta nublado como Venus, en que no se pueden ver las estrellas, probablemente, a pesar del tiempo transcurrido, estaríamos aun en la época de las cavernas.

Figura 3.13.

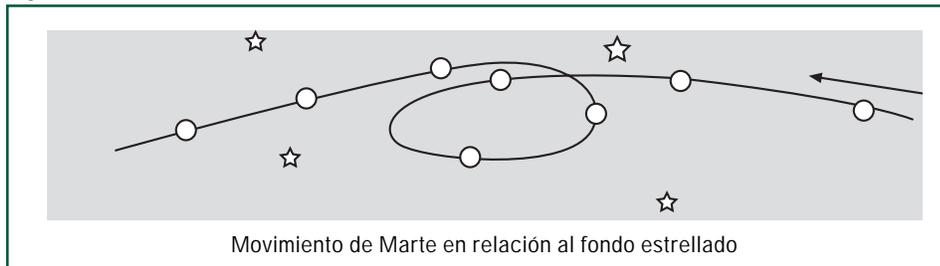
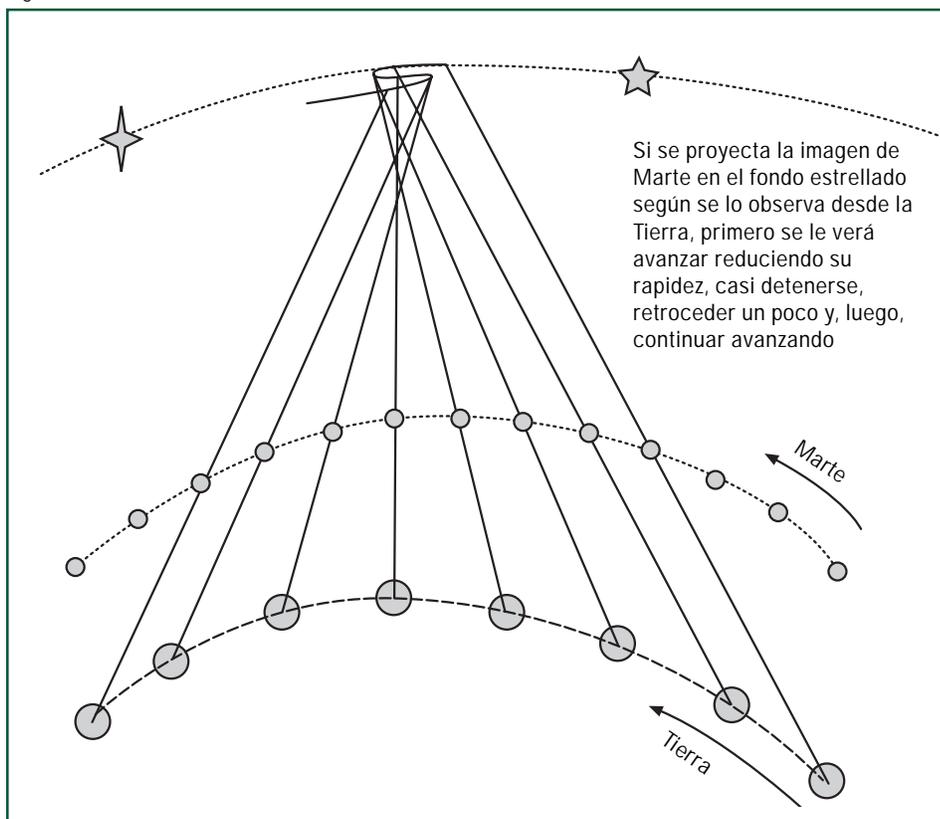


Figura 3.14.



Aprovechar para destacar el poder del método científico usado por esos grandes personajes de la historia el cual ha permitido conocer mejor al Universo, desmitificarlo, llevándonos a apreciarlo y admirarlo en lo que en verdad es. Mencionar el peligro de negar el conocimiento científico adquirido y dejarse llevar por la pseudociencia, que suele ser propugnada por personas inescrupulosas en el ámbito de la predicción del futuro, la salud, etc.

Una imagen como la 3.14 puede ser útil para comprender desde el punto de vista heliocéntrico por qué se observa el movimiento retrógrado en un planeta como Marte. La clave es advertir que la rapidez orbital de la Tierra es mayor que la de este planeta. Para simular el efecto un estudiante puede hacer de planeta Marte y otro de Tierra, y este último observar el movimiento del primero en relación a estrellas dibujadas en el pizarrón.

## Ejemplo D

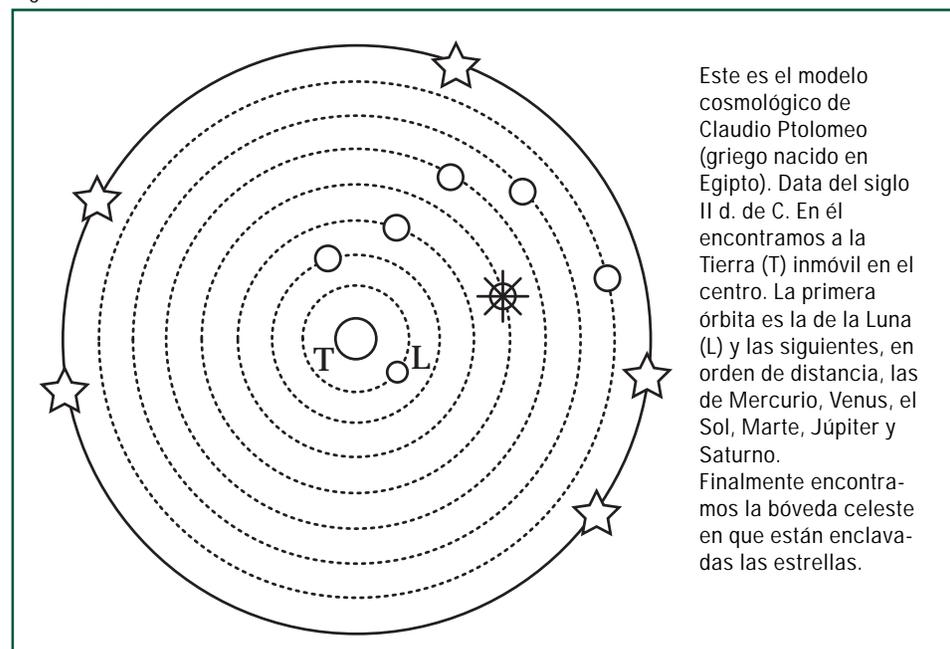
- En base a una investigación bibliográfica en grupos o personal, describen algunos modelos cosmológicos de la antigüedad, particularmente el de Claudio Ptolomeo, y los contrastan con las observaciones del movimiento de estrellas y planetas.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Las figuras 3.15, 3.17 y 3.18 muestran simplificada algunos de los modelos cosmológicos más interesantes. Todos ellos se caracterizan por ser geocentristas y estar las estrellas fijas a una bóveda celeste. Lo curioso es que el modelo de Ptolomeo, que se impuso a la sombra del gran Aristóteles, predominó por más tiempo, aun cuando es el más ingenuo.

Mencionar a los estudiantes el hecho que estos modelos del cosmos están basados en observaciones a ojo desnudo por lo que en ellos no figuran los planetas Urano, Neptuno y Plutón que fueron descubiertos en la era del telescopio. Las observaciones con el antejo astronómico vendrían después, con Galileo Galilei, Christian Huygens, Isaac Newton y otros.

Figura 3.15.



Puede ser interesante explicar que el modelo geocéntrico de Ptolomeo fue un poco más complejo que el descrito aquí. En efecto, los planetas describían una pequeña circunferencia con centro en O denominada epiciclo (ver figura 3.16) y a su vez el punto O recorría una gran circunferencia centrada en la Tierra y denominada deferente. La combinación de ambos movimientos, que daba por resultado el movimiento verdadero de los planetas, se denominaba epicicloide. Un problema especial lo constituían los planetas Mercurio y Venus pues el punto O debía permanecer siempre en la línea que unía a la Tierra y el Sol.

A pesar de todas las complejidades adicionadas a estos modelos, por lo general consistentes en agregar más y más circunferencias y condiciones, ellos no lograban dar cuenta en forma satisfactoria de las posiciones de los planetas. Ello obligó a abandonar los modelos geocéntricos.

Figura 3.16.

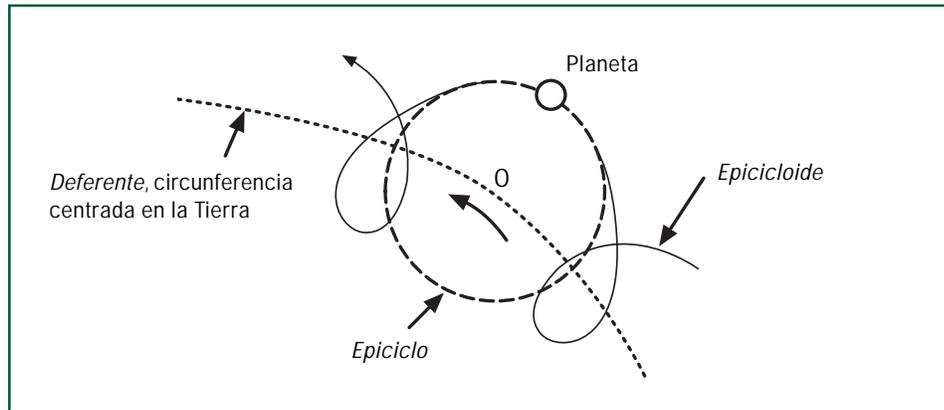


Figura 3.17

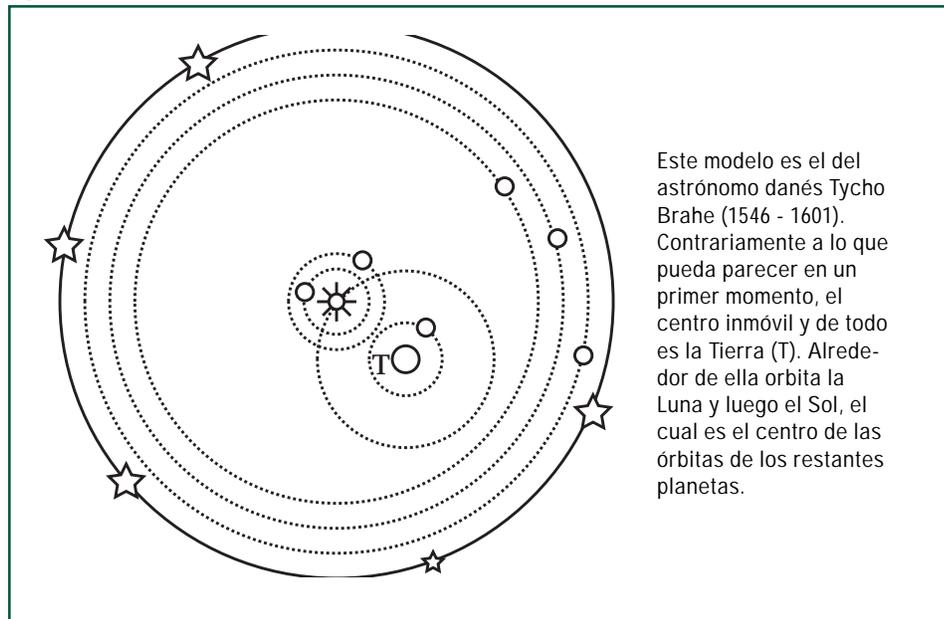


Figura 3.18.

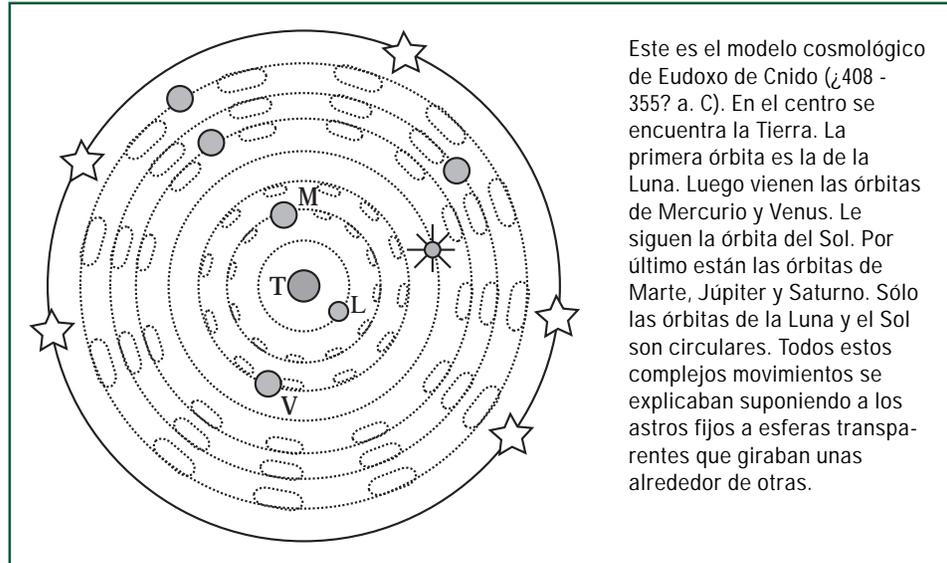
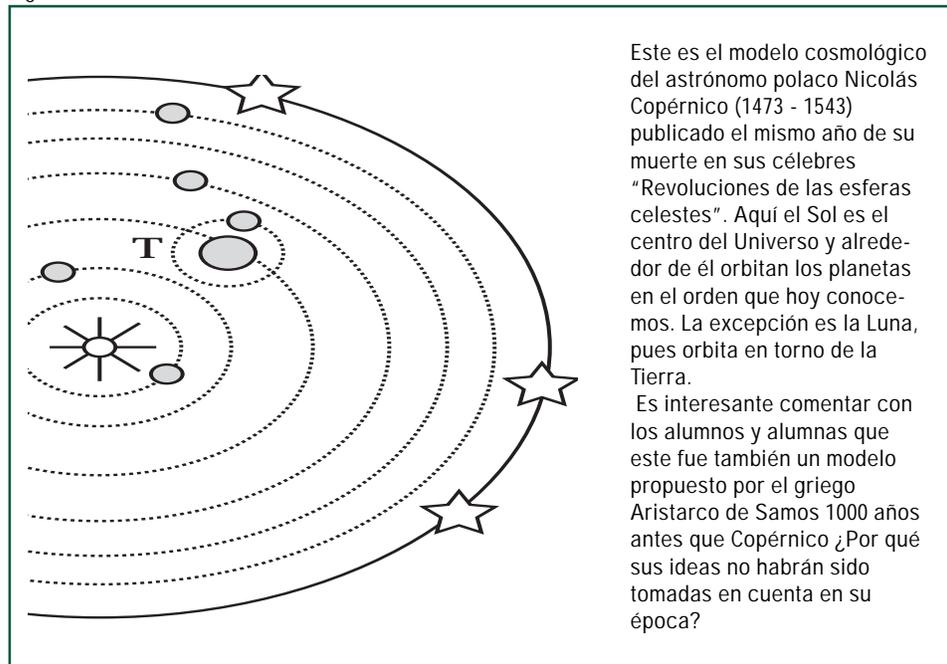


Figura 3.19.



Es instructivo que los estudiantes construyan con cartulina o cartón modelos cosmológicos móviles, como los Ptolomeo, Brahe y Copérnico.

## Actividad 2

**Analizan el significado histórico, astronómico y práctico de las leyes de Kepler.**

Ejemplo A

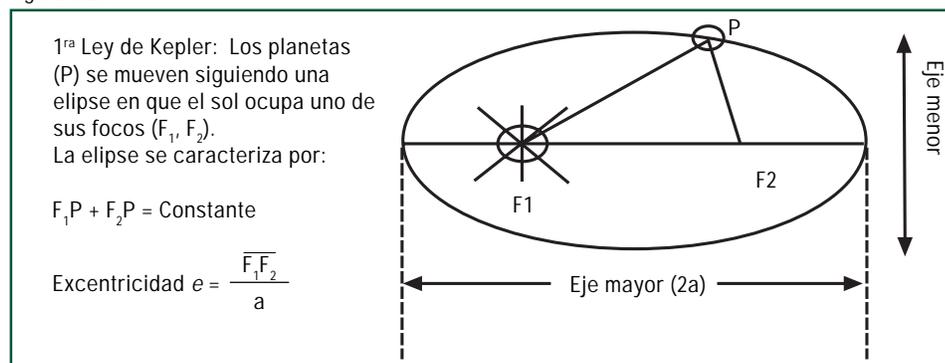
- Analizan críticamente la primera ley de Kepler y su significado.

### INDICACIONES AL DOCENTE

En la Unidad 3 del Programa de Física de 2º Medio, “La Tierra y su entorno”, el estudiante ya conoció algunos detalles del movimiento de los planetas del sistema solar; particularmente el hecho de que la forma de sus órbitas se ajusta a una elipse. Ahora debe integrar este conocimiento a los hechos siguientes: el descubridor de la elipticidad de las órbitas planetarias fue Kepler y ello marca el quiebre de un prejuicio milenario: la circularidad atribuida al movimiento de los astros, consecuencia de la supuesta perfección del círculo y del firmamento.

Conviene recordar las características geométricas de una elipse, el cómo se puede trazar con un par de alfileres y un hilo, y los parámetros que caracterizan las órbitas. Véase figura 3.20. Hacer ver que la excentricidad es muy pequeña en el caso de la Tierra, de modo que su trayectoria es casi un círculo.

Figura 3.20.



Ejemplo B

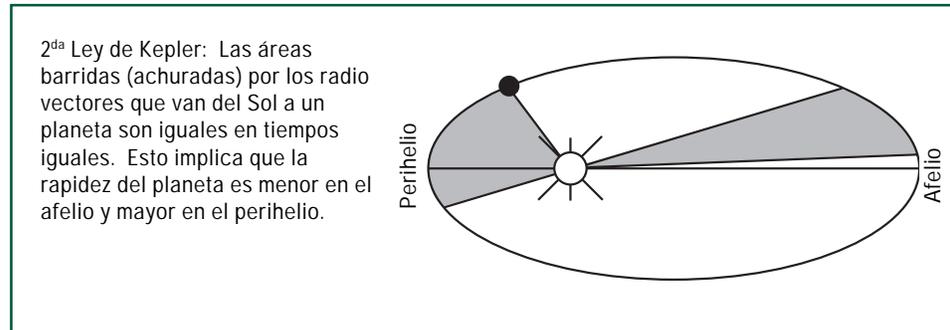
- Analizan la segunda ley de Kepler y su significado.

### INDICACIONES AL DOCENTE

Recalcar que las leyes de Kepler son el resultado de una cuidadosa reflexión acerca de datos obtenidos a través de una sistemática observación de los cielos a lo largo de años de trabajo, particularmente debido a Tycho Brahe. Mencionar que hoy la segunda ley la entendemos en base a la conservación del momento angular. Para hacer ver esto, es útil un esquema como el que se ilustra en la

figura 3.21, el cual debe estar hecho de modo que se vea que al ser las áreas barridas iguales (al igual que los tiempos que tardan en barrerse), los arcos descritos son distintos, implicando una mayor rapidez del planeta cerca del perihelio que del afelio. Mencionar que esta ley puede deducirse fácilmente de las leyes de Newton teniendo presente la forma de la interacción gravitacional. Los estudiantes deben advertir que el aporte de Kepler con esta ley incluye el quiebre de otro prejuicio milenario unido a la perfección supuesta en los cielos: la uniformidad de los movimientos de los astros.

Figura 3.21.



## Ejemplo C

- Deducen la tercera ley de Kepler a partir de datos astronómicos, analizan su significado y la aplican a algún cuerpo del sistema solar.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Esta ley puede obtenerse de un gráfico como el que se ilustra en la figura 3.22. Para cada uno de los planetas se ha representado en él el cuadrado del período de traslación  $T$  y el cubo del semi eje mayor  $a$  teniendo presente las correspondientes barras de incerteza. Como se puede trazar una recta que pasa por el origen se trata de dos magnitudes directamente proporcionales, de modo que se puede escribir:  $T^2 = Ka^3$ , donde  $K$  es una constante que se puede determinar de la pendiente de la recta, o de los mismos datos del gráfico.

Figura 3.22.

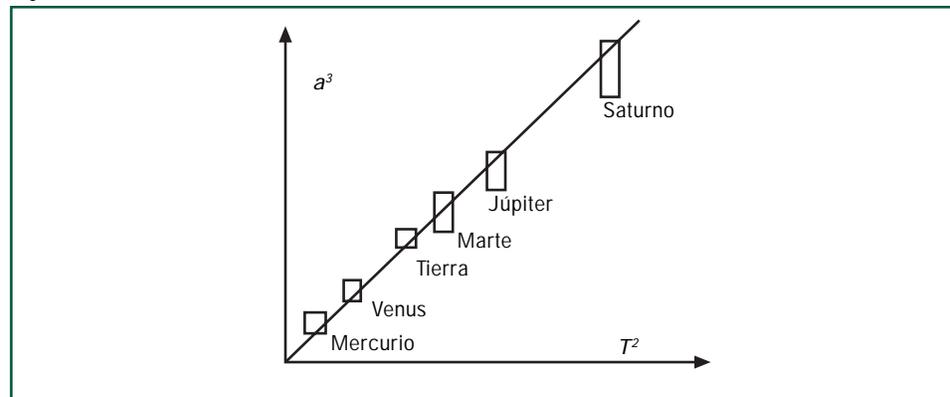
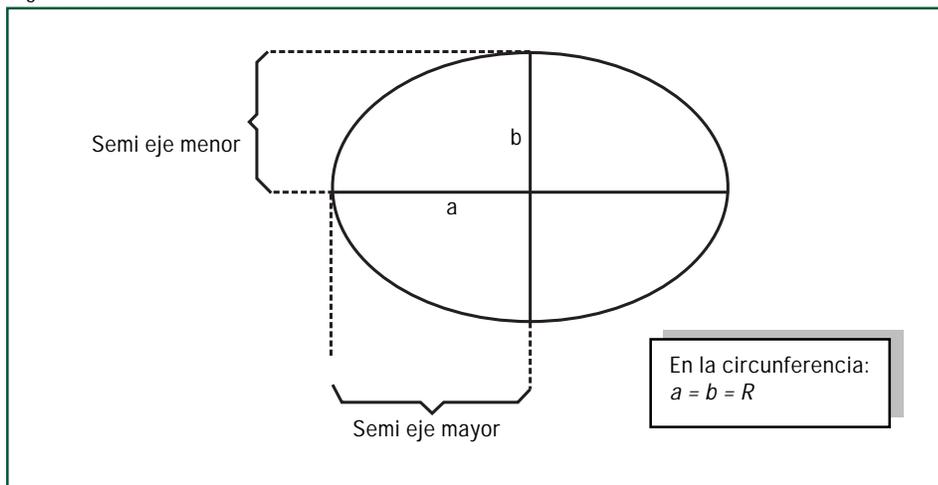


Figura 3.23.



Es ilustrativo aplicar esta ley a través de algún cálculo numérico. Por ejemplo, pueden determinar el radio de la órbita del planeta Saturno a partir de su período de traslación en torno del Sol (aproximadamente 30 años) y comparar el resultado  $r \approx \sqrt[3]{30^2} \approx 9,66$  U.A. con los datos que figuran en los libros. Señálese la conveniencia de emplear como unidades el año y la unidad astronómica (UA) para realizar los cálculos, y el hecho de que se ha considerado la órbita de Saturno como circular. Como este dato se usó para obtener el gráfico, calcular también el caso de otro cuerpo celeste: un asteroide, el cometa Halley, etc. Destacar el hecho de que en astronomía por lo general es fácil medir tiempos (períodos de traslación, por ejemplo) con gran exactitud, y que en cambio en la determinación directa de las distancias astronómicas (radios orbitales, por ejemplo) las incertezas son muy grandes. Por ello la tercera ley de Kepler resulta ser de una tremenda utilidad.

#### Ejemplo D

- Describen las circunstancias históricas en que Johannes Kepler obtiene sus leyes y reflexionan acerca de su significado.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Hay varias circunstancias históricas relativas al descubrimiento de las tres leyes de Kepler que es conveniente que los estudiantes sepan. Por ejemplo, que siendo Kepler un joven y hábil matemático, llega a servir de ayudante al observatorio del más grande astrónomo de su época, Tycho Brahe, el cual realizaba mediciones de los movimientos de los astros con una exactitud sorprendente en un momento en que el telescopio no era aún instrumento de la astronomía. Tycho, aunque geocentrista y sometido a los prejuicios de sus antecesores (circularidad, uniformidad del movimiento de los astros), intuía acertadamente que en base a la exactitud en las mediciones y a la perseverancia de la observación se podrían resolver los enigmas que planteaban los complejos movimientos de los planetas y que hasta ese momento ningún modelo había logrado. A la muerte de su maestro, Kepler hereda la gran cantidad de datos acumulados a lo largo de una vida. Entre ellos estaban las cuidadosas observaciones del planeta Marte, del cual Tycho se había encargado personalmente, por intuir

que en el análisis de su movimiento se encontrarían las respuestas esperadas. Tras años de análisis de esta información y buscando inspiración en diversas fuentes (en la música, por ejemplo), Kepler encuentra finalmente las leyes que, con justa razón, le hicieron famoso. Tal como lo había imaginado Tycho, los datos del planeta Marte resultan fundamentales para este estudio ya que, de los planetas conocidos en su época, éste era el que poseía mayor excentricidad. Es de destacar que la obtención de estas leyes constituye una verdadera proeza por cuanto el movimiento de los planetas es prácticamente circular y uniforme.

#### Ejemplo E

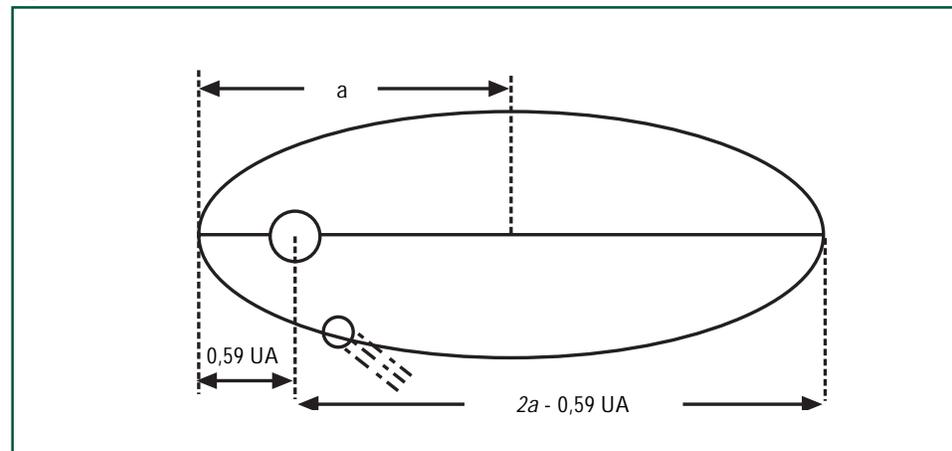
- Discuten algunas aplicaciones más avanzadas de las leyes de Kepler.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Para las posteriores aplicaciones al cálculo de órbitas de asteroides, cometas<sup>1</sup> y satélites, las leyes de Kepler han resultado fundamentales. Para ilustrar su utilidad se las puede aplicar al legendario cometa Halley a través de un problema como el siguiente. En las últimas apariciones de este cometa (1910, cuando su cola tocó a la Tierra, y 1986), su distancia al Sol en el perihelio fue de 0,59 UA y su rapidez, de unos 196.000 km/h. a) ¿A qué distancia del Sol se encuentra en el afelio? b) ¿Qué rapidez posee en el afelio?

De los datos se lee que el período de traslación es del orden de 76 años. Aplicando la 3<sup>ra</sup> ley obtenemos que su semi eje mayor  $a$  es:  $a = \sqrt[3]{76^2} \approx 17,9$  UA. Aquí hemos usado el hecho que si el semi eje está en unidades astronómicas (UA) y el período en años, entonces la tercera ley se escribe  $a^3 = T^2$  (válido trivialmente para la Tierra). De la observación de la figura 3.24 se ve que la distancia pedida es  $(2a - 0,59)$  UA = 35,21 UA.

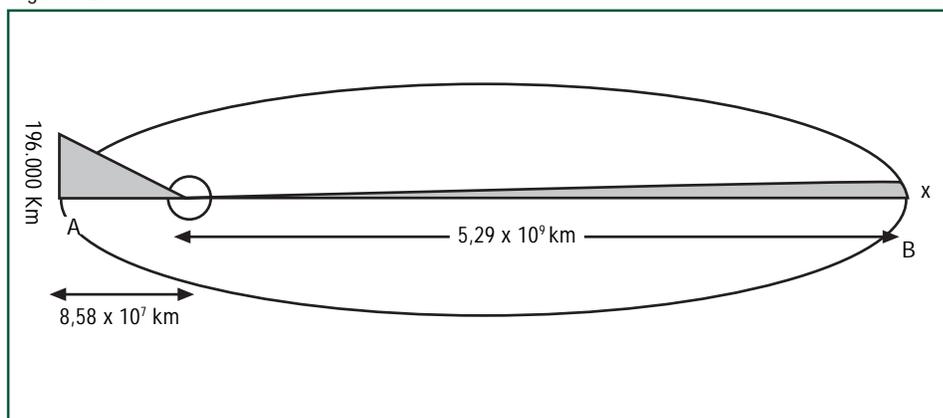
Figura 3.24.



<sup>1</sup> Midiendo el paralaje de un cometa, el propio Tycho Brahe probó por primera vez que se trataba de astros y no de fenómenos de la atmósfera como se pensaba desde los tiempos de Aristóteles.

Como la rapidez en el perihelio es de  $196.000 \text{ km/h}$ , el cometa recorre casi rectilínea y uniformemente una distancia de  $196.000 \text{ km}$  en una hora. En la figura, este pequeño sector de la trayectoria se muestra (fuera de escala) como la perpendicular a la recta AB o línea de los apsidés. Como  $1 \text{ UA}$  es  $(150.000.000 \text{ km})$ , el área barrida por el Halley en  $1 \text{ h}$  debe ser como la del triángulo rectángulo que se ilustra en la figura. Por su parte, el área del segundo triángulo, del cual desconocemos uno de sus catetos, debe ser igual al área barrida en el perihelio. En consecuencia, como se deduce de igualar las áreas en la figura 3.25, la rapidez del cometa Halley cuando se encuentra en las proximidades de la órbita de Neptuno, debe ser de sólo unos  $3.000 \text{ km/h}$ . Recalcar que estos resultados son sólo aproximados, ya que los datos también lo son.

Figura 3.25.



Al realizar esta actividad puede ser oportuno comentar las interesantes características de los cometas, los que siempre han causado expectación. La información actualizada que se tiene sobre ellos se encuentra en internet. Destacar sus grandes excentricidades y períodos de traslación, su constitución, con gran contenido de agua, la naturaleza y orientación en relación al Sol de su cola, el origen de ésta, su carácter de verdaderos fósiles del sistema solar, etc. El tema se presta para encomendar un trabajo para la casa y posterior exposición al curso.

## (c) La ley de gravitación universal de Newton

---

### Detalle de contenidos

#### FUERZA GRAVITACIONAL

Factores de los cuales depende la fuerza de gravedad entre dos cuerpos: distancia, masa, y el modo en que depende de ellos. Expresión matemática de la ley de gravitación universal de Newton. La constante de gravitación universal y su medición por parte de Cavendish.

#### RELEVANCIA DE LA LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL DE NEWTON

El carácter de gran síntesis que tiene la teoría gravitatoria de Newton. Su importancia en la determinación de la masa de la Tierra, la del Sol, la de los planetas que poseen satélites, la de las estrellas principales de los sistemas binarios, etc. La explicación de las mareas. Predicción de la existencia de los planetas Neptuno y Plutón.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Analizan la ley de gravitación universal de Newton desde los puntos de vista de sus ingredientes, las circunstancias históricas en que fue propuesta, su utilidad para explicar fenómenos diversos y calcular propiedades de los planetas.**

#### Ejemplo A

- Hacen una investigación bibliográfica acerca de la vida de Isaac Newton y sus contribuciones a la ciencia.

#### Ejemplo B

- Proponen explicaciones para el hecho de que la Luna orbite la Tierra sin alejarse y sin caer hasta estrellarse en ella.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Recordar las ideas relativas a movimiento de proyectiles elaboradas en la primera subunidad y la actividad vinculada a la figura 3.11.

## Ejemplo C

- Discuten acerca de la constancia de la aceleración de gravedad ( $g$ ) cerca de la superficie terrestre y su posible variabilidad con la altura. Comprueban su dependencia inversa del cuadrado de la distancia al centro de la Tierra y la grafican.

## INDICACIONES AL DOCENTE

El estudiante sabe o intuye que la fuerza de gravedad se reduce con la altura; el problema es entender cómo lo hace y también cómo ello fue descubierto en base a la simple observación del sistema planetario solar.

Es conveniente que el docente muestre con un ejemplo sencillo cómo, a partir de la tercera ley de Kepler aplicada a cuerpos que orbiten la Tierra, se deduce que la aceleración de gravedad ( $g$ ) decrece en forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro del planeta. Lo más simple es tratar el caso de un satélite con movimiento circular uniforme y hacer ver que la aceleración centrípeta,  $a_c = \frac{v^2}{r}$ , debe ser la misma que la aceleración de gravedad  $g$  en la posición en que está el satélite. Teniendo presente que  $v = \frac{2\pi r}{T}$ , donde  $T$  es el período, y reemplazando, obtenemos  $g = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ . De la 3<sup>ra</sup> ley de Kepler:  $T^2 = Kr^3$ , tenemos entonces que  $g = \frac{4\pi^2}{K} \cdot \frac{1}{r^2}$ , donde se ve claramente que esta magnitud es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro del planeta. Con la ayuda de un gráfico como el de la figura 3.26 se pueden hacer preguntas tales como:

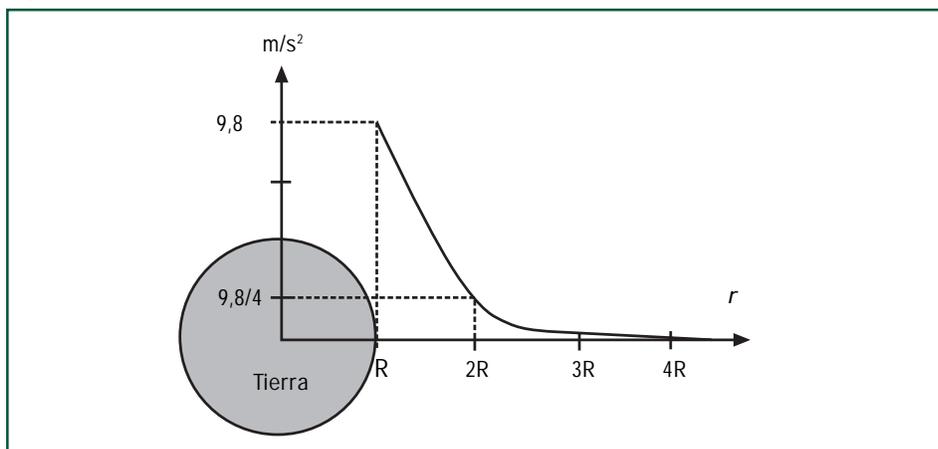
¿A qué distancia del centro de la Tierra la aceleración de gravedad es:

- 4,9 m/s<sup>2</sup>?
- 0,098 m/s<sup>2</sup>?
- Cero m/s<sup>2</sup>?

o ¿Cuál es la aceleración de gravedad a una altura de la superficie terrestre de:

- 3R?
- 60R?

Figura 3.26.



Hacer notar que el valor  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  es sólo aproximado y da sentido a sólo dos cifras significativas en cualquier resultado que se obtenga a partir de dicho valor. Observar que, puesto que la Tierra es achatada, mientras en Talca  $g \approx 9,80 \text{ m/s}^2$  en el Polo Sur  $g \approx 9,83 \text{ m/s}^2$ .

## Ejemplo D

- Especulan acerca de la posibilidad de verificar en base a la observación la relación

$$g \propto \frac{1}{r^2}$$

## INDICACIONES AL DOCENTE

Para apreciar la dificultad de verificar experimentalmente la hipótesis del inverso del cuadrado de la distancia para la aceleración de gravedad, se recomienda calcular  $g$  a nivel del mar en un lugar cualquiera, y a la altura de una montaña, por ejemplo a 3.000 m sobre el nivel del mar. Newton se dio cuenta que el análisis del movimiento de la Luna permitiría verificarla. En efecto, si consideramos que este satélite está a unos 61 radios terrestres de distancia, la aceleración de gravedad que la Tierra produce donde ella se encuentra es de  $\frac{9,8 \text{ m/s}^2}{61^2} = 0,00263 \text{ m/s}^2$ . Si por otra parte consideramos que el radio de la órbita de la Luna es de unos 3.864.000 m y tarda 28 días en completar una vuelta alrededor de la Tierra, su aceleración centrípeta resulta ser

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4 \cdot 3,24^2 \cdot 3,864 \cdot 10^8}{(2,4192 \cdot 10^6)^2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,00260 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

La semejanza entre los dos valores encontrados por caminos diferentes es bastante concluyente.

## Ejemplo E

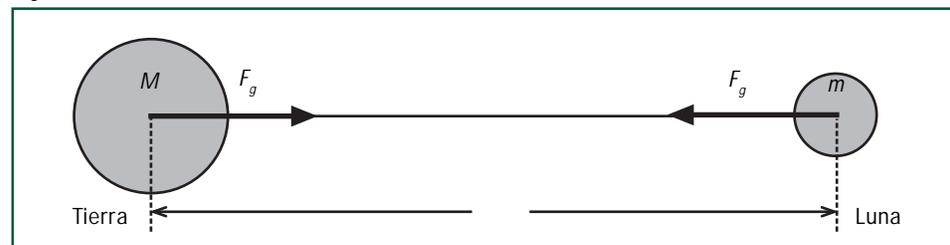
- Analizan la expresión de la fuerza de atracción gravitacional de Newton, recalcando su simetría respecto de ambos cuerpos, su dependencia de la masa, etc. Aplican la ley al caso Tierra - Sol.

## INDICACIONES AL DOCENTE

El estudiante recuerda seguramente la expresión de esta importante ley de lo aprendido en la Unidad “La Tierra y su entorno” tratada en 2º Medio, mas no conoce su justificación a partir de lo observado. Una manera de proceder es la siguiente. Si la aceleración de gravedad producida por la Tierra a la distancia  $r$  es  $g \propto \frac{1}{r^2}$ , entonces la fuerza que la Tierra ejerce sobre la Luna, que supondremos de masa  $m$ , debe ser  $F_g \propto \frac{m}{r^2}$ . Como esta fuerza también depende, según Newton, de la masa  $M$  de la Tierra y con seguridad es también proporcional a ella, es posible escribir  $F_g = G \frac{mM}{r^2}$ , donde  $G$  es una constante de proporcionalidad.

La fuerza gravitacional es del tipo acción - reacción. Por ejemplo, la Tierra y la Luna ejercen una sobre otra fuerzas de igual magnitud aunque en sentido contrario. Una figura como la 3.27 puede ayudar a fijar estas ideas. Discutir el que esto ocurra, a pesar de que los cuerpos sean muy diferentes.

Figura 3.27.



## Ejemplo F

- Discuten el carácter “universal” que se asocia a la ley de gravitación propuesta por Newton.

## INDICACIONES AL DOCENTE

La generalización que hace Newton sigue más o menos el siguiente camino: si esta ley permite explicar el movimiento relativo de la Tierra y la Luna, es razonable suponer que también debe ser válida para la atracción entre el Sol y cada uno de los planetas, entre Júpiter y sus cuatro satélites (que eran los que se conocían en la época de Newton), entre el Sol y los cometas, etc. explicando así los movimientos de los astros que conforman el sistema solar.

Pero la generalización de Newton no llega hasta allí. Propone que su ley también da la fuerza entre nuestro planeta y una manzana (el peso de los objetos) y, por último, propone también que entre dos manzanas actúa una fuerza dada por la misma expresión. En otras palabras, todo objeto de masa  $m_1$  se atrae con otro de masa  $m_2$  a una distancia  $r$  entre sus centros con la fuerza  $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ . Para expresar esta generalidad puede ser adecuado hacer un dibujo como la figura 3.27 cambiando la Tierra y la Luna por un lápiz y una goma de borrar, o por una manzana y una pera, etc.

## Ejemplo G

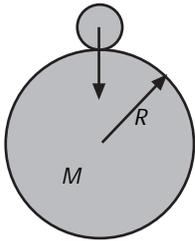
- Proponen y comentan críticamente posibles experimentos que permitan determinar el valor de la constante  $G$  de gravitación universal.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Los y las estudiantes suelen ver este problema como de una excesiva e ingenua simplicidad: basta reemplazar la masa de dos astros, la Tierra y la Luna por ejemplo, la distancia que hay entre sus centros y la fuerza que se ejercen mutuamente. Hay que hacerlos reflexionar sobre la imposibilidad de esta metodología, por cuanto no conocemos a priori la fuerza que ellos se ejercen, y que sus masas han sido determinadas sólo después de conocer el valor de  $G$ .

Figura 3.28.

$m = 0,1 \text{ kg}$



$$M = DV$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Usando:  $D = 4.370 \text{ Kg/m}^3$   
 $R = 6.370.000 \text{ m}$

Se obtiene que:  $M = 4,7 \times 10^4 \text{ Kg}$

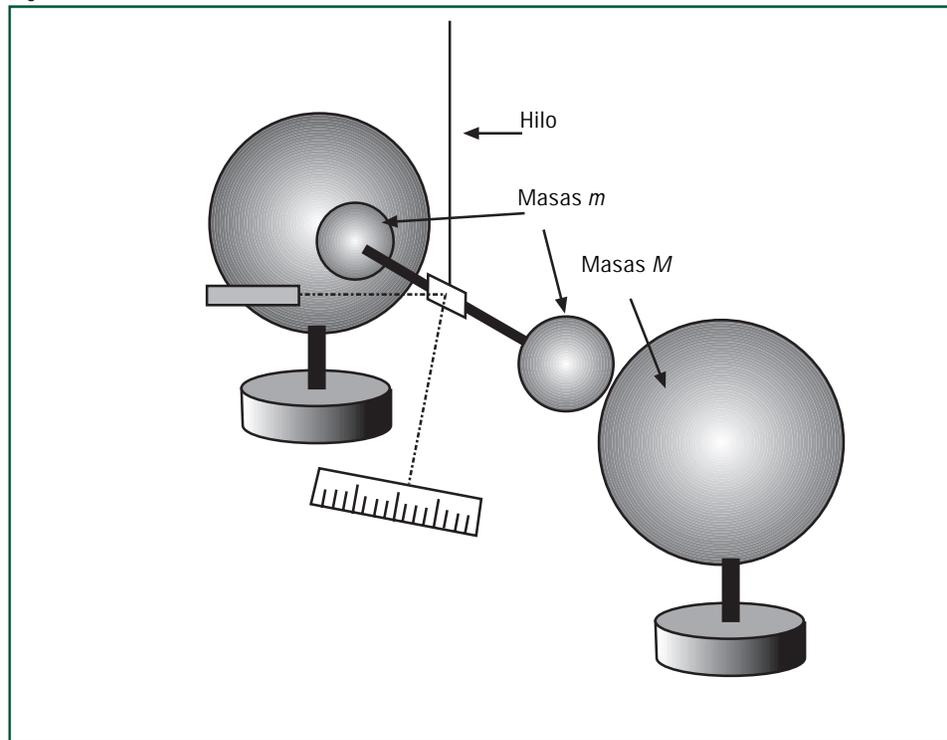
Como la fuerza con que se atraen ambos cuerpos es  $F_g = mg = 0,98 \text{ N}$ , reemplazando estos datos en  $G = \frac{F_g R^2}{mM}$  obtenemos el valor  $8,40 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{Kg}^2}$ , el cual da un correcto orden de magnitud para la constante gravitacional ( $6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{Kg}^2}$ )

La metodología antes descrita puede, sin embargo, utilizarse para obtener una estimación del valor de  $G$  en una situación que considere, por ejemplo, una manzana y la Tierra. La masa de la manzana la podemos medir, la de la Tierra la podemos estimar suponiendo que su densidad es igual a la de las rocas de la superficie terrestre, la distancia entre ellas es igual al radio de la Tierra, etc. Esto conduce a un valor un tanto tosco (véase el resultado de una estimación en la figura 3.28), pero muestra claramente que se trata de un valor extremadamente pequeño, explicando así el porqué no notamos que un lápiz y la goma de borrar se atraigan gravitacionalmente.

Es conveniente dar a investigar a los estudiantes el famoso experimento del inglés Henry Cavendish (1731 - 1819), quien midiera por vez primera el valor de  $G$  en el laboratorio con una gran exactitud. El montaje de este experimento se reproduce en muchos textos (ver figura 3.29) y de él conviene destacar:

- 1) las características del hilo: hecho de cuarzo, con excelente capacidad de regresar a su estado original después de ser torcido; la utilidad del rayo de luz y el espejo en la medición de la desviación de la balanza;
- 2) el diferente modo de oscilación de la barra horizontal con masas  $m$  en sus extremos, con y sin la presencia de las masas  $M$  en el vecindario. De esta diferencia medible puede inferirse con gran exactitud el valor de  $G$ .

Figura 3.29.



Este trabajo de Cavendish también constituye una prueba experimental de la forma matemática de la ley de gravitación universal de Newton.

## Ejemplo H

- Calculan la masa de la Tierra usando la ley de gravitación universal de Newton y discuten otras aplicaciones de la metodología empleada.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Una estimación como la realizada en la figura 3.28 es bastante incierta debido a que no conocemos cómo es la densidad en el interior de la Tierra. Podemos preguntar a nuestros estudiantes ¿existirá un método más exacto de hacer este cálculo?

Se dice simbólicamente que Cavendish fue el hombre que puso a la Tierra en una balanza. Esto debe comprenderlo el alumno y la alumna en el sentido que la determinación de la constante  $G$  que él hiciera permite medir la masa de la Tierra con mucha exactitud. En efecto, consideremos nuevamente una manzana de masa  $m$  en la superficie terrestre. Su peso lo podemos calcular, usando la expresión  $F_g = mg$  ó  $F_g = G \frac{mM}{R^2}$ , donde  $M$  es la masa de la Tierra y  $R$  la distancia entre el centro de la manzana y el centro de la Tierra. Igualando ambas expresiones y despejando  $M$ , se obtiene la expresión  $M = \frac{gR^2}{G}$ . Reemplazando aquí los valores conocidos ( $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $R = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$ ) encontramos que la masa de la Tierra resulta ser  $5,96 \times 10^{24} \text{ kg}$ .

Los estudiantes deben notar que la medición más exacta de  $g$ , del radio de la Tierra y de la constante  $G$  permitirán obtener un valor también más exacto de la masa terrestre. Comentar que esta fórmula permite calcular la masa de cualquier astro del cual conozcamos la aceleración de gravedad en su superficie, y su radio. Un buen ejercicio puede ser calcular la masa de la Luna a partir de la aceleración de gravedad medida por los astronautas que la visitaron,  $1,62 \text{ m/s}^2$ , y su radio, unos  $3.476 \text{ km}$ .

## Ejemplo I

- Calculan la masa del Sol por medio de la ley de gravitación de Newton y discuten los alcances de la metodología empleada.

## INDICACIONES AL DOCENTE

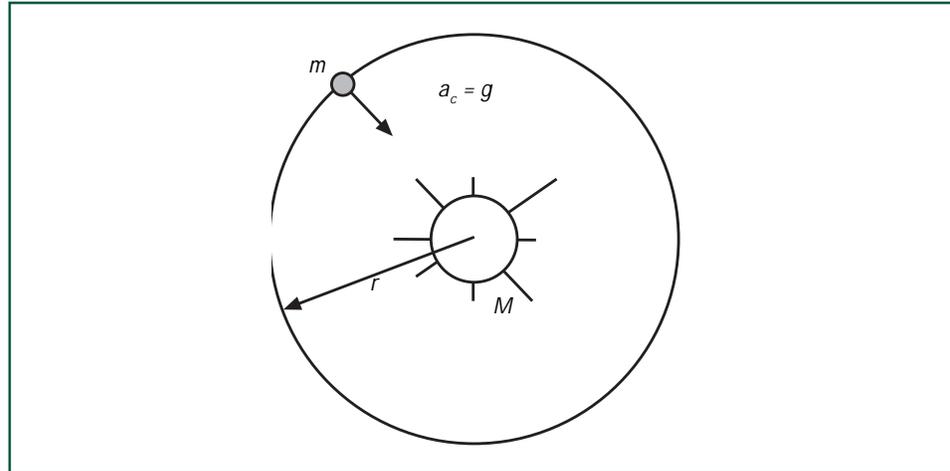
Es menos frecuente que alumnas y alumnos lleguen por sí solos a la solución de este problema y por lo general requerirán de bastante ayuda del profesor o profesora. Usar por ejemplo una figura como la 3.30, donde se muestra un planeta (por ejemplo la Tierra) orbitando al Sol. Como la excentricidad de la órbita de los planetas es en general pequeña, no se cometen grandes errores aproximando su movimiento a uno circular y uniforme. La clave radica aquí en advertir que la aceleración centrípeta ( $a_c$ ) que posee el planeta es también la aceleración de gravedad ( $g$ ) producida por el Sol en el sitio en que está orbitando el planeta en cuestión.

Suponiendo un movimiento circular y uniforme podemos escribir,  $F_g = ma_c = m \frac{v^2}{r} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$  donde  $T$  es el período de traslación del planeta.

Por otro lado, tenemos que  $F_g = G \frac{mM}{R^2}$ . Igualando ambas fuerzas y despejando la masa  $M$  se obtiene  $M = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G}$ . Reemplazando datos de nuestro planeta:  $r = 150 \times 10^6 \text{ km} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ ,  $T = 1 \text{ año} = 3,1536 \times 10^7 \text{ s}$ , obtenemos  $M = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ .

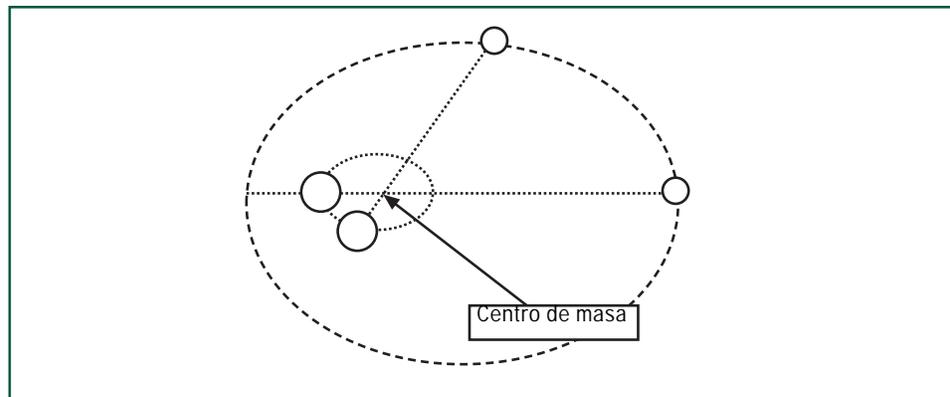
Como lo percibirán los alumnos y las alumnas sin dificultad, este es un método valioso para determinar la masa de cualquier astro que posea satélites, como Júpiter, por ejemplo. Basta conocer

Figura 3.30.



el radio orbital del satélite y su período de traslación. Por otra parte, el método descrito se proyecta más allá del sistema solar. En efecto, un gran número de estrellas forman sistemas binarios y los astrónomos observan cómo una estrella satélite orbita en torno de la estrella central cuya masa es por tanto determinable a partir de la medición del radio orbital y el período de traslación de la estrella satélite. Hacer notar que el movimiento rotatorio es relativo, y sólo en el caso de diferencias muy grandes de masa se puede aproximar la situación considerando al más masivo como inmóvil. Por ejemplo, en los siguientes casos formados por dos astros de masa comparable: Tierra - Luna, Sol - Júpiter, Plutón - Caronte, el astro de mayor masa orbita también en relación a un centro de masa del conjunto, como lo indica la figura 3.31. Es de notar que el centro de masa del sistema Mercurio - Sol está prácticamente en el centro del Sol por ser la masa de Mercurio despreciable frente a la de aquél, mientras en el sistema Sol - Júpiter, el centro de masa está casi en la superficie del Sol. Destacar que el método hoy permite descubrir planetas que giran en torno a estrellas lejanas, invisibles a los telescopios, simplemente a través de sus efectos sobre la posición de la estrella madre.

Figura 3.31.



Puede ser instructivo que los estudiantes calculen la masa de algunos planetas usando este método y la información sobre los radio orbitales y períodos de traslación que figuran en diversas fuentes, y confirmen en las mismas fuentes, la exactitud de sus cálculos. Este trabajo puede ser asignado para la casa.

#### Ejemplo J

- Analizan diversas consecuencias de la ley de gravitación de Newton, como las mareas y otras.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Es posible que en Segundo Año Medio se haya tratado este tema; sin embargo lo aprendido ahora le da una dimensión mucho más interesante. Usando la ley de gravitación de Newton, es posible entender en mucho mejor forma aspectos como los siguientes:

- 1) el hecho que en rigor las órbitas de planetas, satélites, asteroides, cometas, etc. no son estrictamente circulares ni elípticas, pues las cambiantes posiciones de los astros de mayor masa, como Júpiter, Saturno, Urano, afectan a los restantes, modificando la forma de su trayectoria;
- 2) debido a la influencia gravitacional de los gigantes del sistema solar, astros pequeños y asteroides pueden haber modificado su trayectoria hasta haberse convertido en satélites de ellos. Este puede ser el caso de los satélites de Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno;
- 3) cometas han cambiado su período de giro en torno al Sol, desde unos miles de años a tan sólo unos pocos años, al pasar por las proximidades de los grandes planetas. Júpiter, por ejemplo, el año 1994 desvió, trituró e hizo chocar consigo al cometa Shoemaker-Levy-9, en un espectáculo memorable. En internet hay mucha información sobre este evento, incluidas fotografías y animaciones;
- 4) las mareas que principalmente produce la atracción de la Luna sobre los océanos y también los continentes, ha ido frenando el movimiento de rotación tanto de la Luna como de la Tierra. Esta última ha aumentando su período desde alrededor de unas 9 horas, cuando el planeta recién se formaba, a 24 horas en la actualidad. El mismo fenómeno ha terminado por casi detener la rotación de la Luna, razón por la cual nos muestra siempre el mismo rostro. En estos casos los astrónomos hablan de rotaciones capturadas, situación que termina siendo el destino de varios astros. En efecto, algo similar ha ocurrido con Mercurio y el Sol, y entre Venus y el Sol;
- 5) si la Luna se aproximara más a la Tierra las deformaciones producidas por la gravedad terrestre en la Luna podrían ser tan grandes, como para romper la Luna en fragmentos, que terminarían formando anillos como los que rodean al hermoso Saturno, Júpiter y Urano. Esta es una posible explicación del origen de los anillos de estos planetas;
- 6) si un planeta no se mueve exactamente por donde lo predice la ley de gravitación universal, considerando los astros conocidos, posiblemente exista un planeta no observado que produce tal desviación. Así ocurrió con el planeta Urano descubierto por William Hershell (1738-1822) en 1781, cuya trayectoria pareció apartarse de aquella asignada por las leyes de Newton. El francés Urbain Le Verrier (1811-1877) calculó con un éxito extraordinario la posición y características del planeta invisible, motivando su pronta observación. Se trata del planeta Neptuno.

Años después la historia se repitió. Las perturbaciones observadas por Percival Lowell (1853-1916) en Neptuno condujeron, con bastantes dificultades, al descubrimiento en 1930 del planeta Plutón, mediante ingeniosas técnicas fotográficas inventadas por el norteamericano Clyde Tombaugh (1906-1997). Plutón está muy lejos del Sol, le llega por tanto muy poca luz y es muy difícil de observar, incluso con los grandes telescopios de hoy. Años después, en 1978, James W Christy descubrió Caronte, su satélite natural. En realidad la existencia del sistema de Plutón y Caronte parecen no explicar del todo las perturbaciones de Neptuno, razón por la cual muchos astrónomos creen en la existencia de otro planeta aún más lejano, el planeta X.

Recaltar que el hecho de que una teoría científica permitiera realizar tantas predicciones, con tanta precisión y éxito, terminó por darle a su autor y a la teoría misma un prestigio enorme. Las influencias filosóficas que esto tuvo en la visión del Universo y del hombre mismo están básicamente reflejadas en los pensamientos mecanicistas y deterministas de filósofos como Emanuel Kant (1724-1804), Pierre Simón de Laplace (1749-1827), etc.

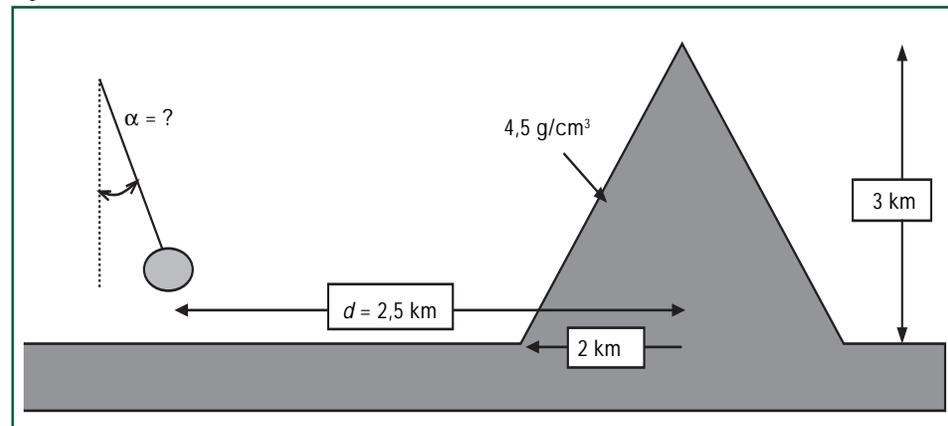
#### Ejemplo K

- Estiman la desviación gravitacional que produce una montaña sobre una plomada. Proponen para ello formas de modelar geoméricamente la montaña de modo que el cálculo sea posible con matemáticas elementales.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

En la expresión más burda la montaña se puede modelar como una esfera de igual masa. Más realista es un modelo como el de la figura 3.32 (no a escala). Si aproximamos la montaña a un cono de piedra de densidad media  $4,5 \text{ g/cm}^3$  y los estudiantes se manejan con la trigonometría, cosa bastante probable si siguen la Formación Diferenciada en Matemática, pueden estimar la desviación que experimentará una plomada de  $1 \text{ kg}$  y  $1 \text{ m}$  de longitud.

Figura 3.32.

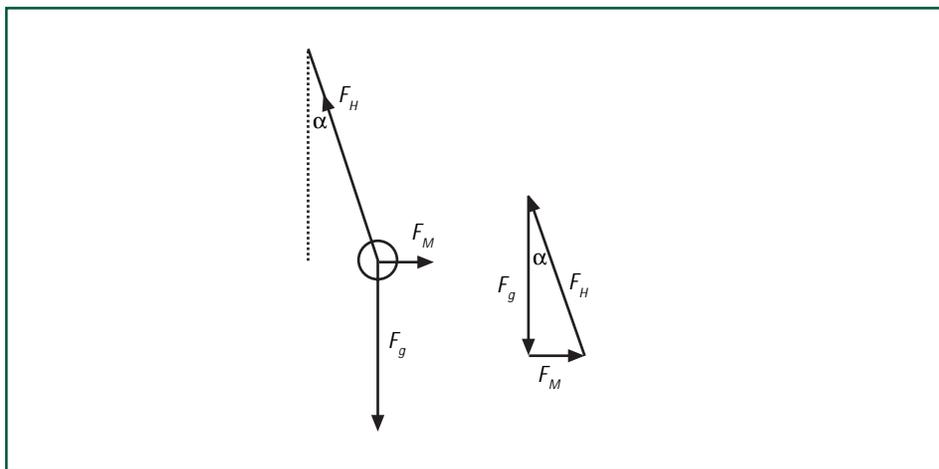


Para resolver un problema como éste es necesario que los estudiantes realicen una serie de cálculos y aproximaciones en los cuales es adecuado apoyarlos desde cerca. Se les puede sugerir que estimen primero la masa  $M$  de la montaña, la cual corresponderá al producto de su densidad por su volumen:  $M = DV$ . Como el volumen de un cono es  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ , donde  $r$  es el radio de la

base y  $h$  la altura, reemplazando los datos del problema se encuentra que  $M \approx 5,7 \times 10^{13}$  kg.

Luego es conveniente hacer un análisis de las fuerzas que actúan sobre el péndulo. Una figura como la 3.33 puede ayudar en este propósito. Sobre la masa  $m$  que cuelga del hilo hay tres fuerzas

Figura 3.33.



actuando: su peso en relación a la Tierra  $F_g = mg$ , la fuerza gravitacional que ejerce la montaña, donde  $d$  es la distancia entre el péndulo y el centro de la montaña  $F_g = G \frac{mM}{d^2}$  y, finalmente, la fuerza que ejerce el hilo  $F_H$ . Como el sistema está en equilibrio, la suma de estas tres fuerzas debe ser cero como lo explica el diagrama vectorial adjunto. Aquí el alumno o alumna puede ver que lo que anda buscando (a) se obtiene de la siguiente relación:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_M}{F_g}$$

Calculando  $F_M$  y  $F_g$  de los datos proporcionados encontramos,  $F_M = 6,08 \times 10^{-4}$  N y  $F_g = 9,8$  N, de donde:  $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \approx 6,2 \times 10^{-5}$  radianes (13 segundos), donde hemos usado la pequeñez del resultado. Es interesante hacer ver que la fuerza que ejerce el planeta entero sobre la plomada es de más de 16.000 veces la que ejerce la montaña. Premiar al estudiante que propone el método más ingenioso para medir esta pequeña desviación.

#### Ejemplo L

- Calcular la órbita de un satélite geostacionario. Discuten la importancia de este tipo de satélites para las comunicaciones.

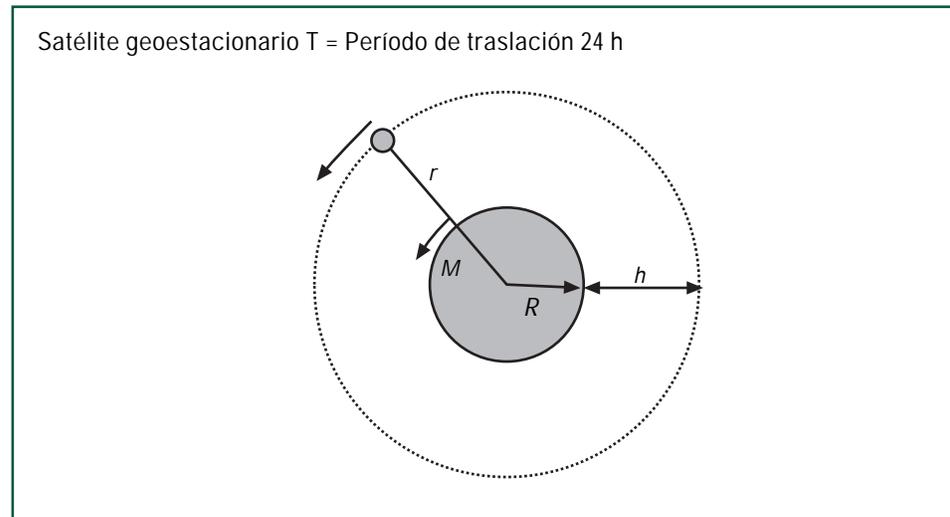
#### INDICACIONES AL DOCENTE

Antes de hacer cálculo alguno hay que discutir con alumnas y alumnos el concepto de satélite geostacionario o geosincrónicos, como también se les denomina. Lo primero que es necesario que se comprenda es que mas allá de la atmósfera podemos colocar satélites artificiales a cualquier altura, con la condición que tengan la rapidez exacta y se muevan en la dirección apropiada. Ahora bien, si el satélite se coloca en una órbita justo sobre la línea del ecuador terrestre y con la velocidad tal que su período de rotación sea de 24 h, para los observadores en suelo firme parecerá estar fijo

en el cielo. Este tipo de satélite hoy se ha convertido en elemento fundamental, principalmente en el mundo de las comunicaciones.

Para calcular la altura  $h$  a que debe situarse este tipo de satélite (ver figura 3.34), igualamos la fuerza centrípeta  $F = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ , donde  $T$  es el período de rotación, con la fuerza de gravitación de Newton  $F_g = G \frac{mM}{r^2}$ . Despejando  $r$  encontramos,  $r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$ . Evidentemente  $h = r - R$ .

Figura 3.34.



Como  $M = 6 \times 10^{24}$  kg,  $T = 8,64 \times 10^4$  s y  $R = 6,37 \times 10^6$  m, se encuentra que la altura sobre el ecuador a que debe colocarse uno de estos satélites es  $h$  ( 36.000 km, es decir, más de 5,6 radios terrestres de altura. Hacer notar que la masa del satélite no influye en el resultado, siempre que sea despreciable frente a la del planeta.

Es posible que alumnas y alumnos hayan observado antenas parabólicas dirigidas fijamente a ciertos lugares del cielo; señalar que en esos lugares hay satélites estacionarios.

## (d) La energía y el momento angular en los astros

### Detalle de contenidos

#### ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Energía potencial de un astro en relación a otro y en relación a un punto considerado de energía potencial cero situado en el infinito.

#### APLICACIONES DE LA LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

Determinación de la energía mecánica total de un astro en relación a su astro central. Cálculo de la velocidad de escape de un astro. Descripción clásica de un agujero negro.

#### MOMENTO ANGULAR EN EL SISTEMA SOLAR

Consideraciones generales sobre el momento angular total del sistema solar y las implicancias de su conservación.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad

Desarrollan y aplican la ley de conservación de la energía mecánica a la obtención de la velocidad de escape de un planeta; aplican la ley de conservación del momento angular para explicar el sentido de movimiento de los astros en el sistema solar.

#### Ejemplo A

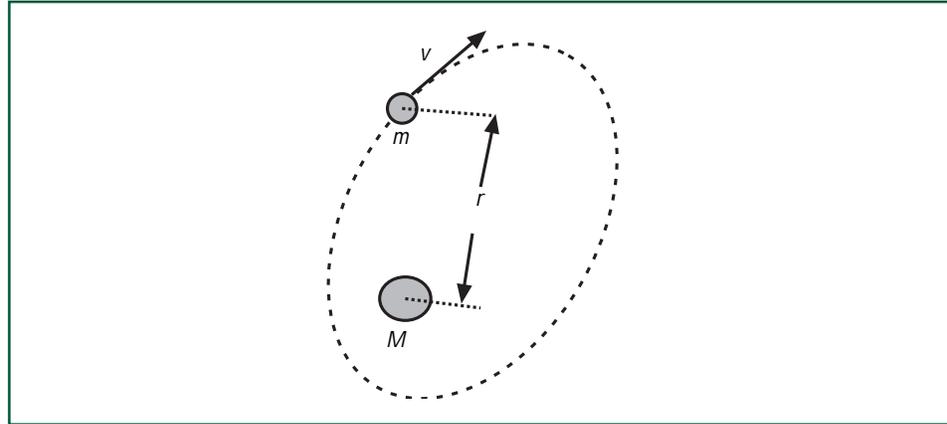
- Calculan la energía mecánica de un satélite en relación al astro central en torno al cual orbite.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Sea  $m$  la masa de un satélite que en cierto instante posee la rapidez  $v$  y se encuentra a la distancia  $r$  del centro del astro que acompaña, cuya masa es  $M \gg m$ , (figura 3.35). Evidentemente la energía del satélite  $E$  será la suma de su energía cinética  $E_c$  y su energía potencial  $E_p$ . Por razones de simplicidad, no considerar la energía cinética de rotación del satélite sobre su eje. La energía cinética de traslación se calcula, como siempre, a través de la expresión:  $E_c = \frac{1}{2} mv^2$ . La energía poten-

cial, en cambio, no se puede obtener de  $E_p = mgh$  pues ésta es una aproximación válida sólo si  $g$  puede ser considerada constante. Para encontrar la expresión general para la energía potencial en el caso que nos ocupa debemos hacer otras consideraciones.

Figura 3.35.



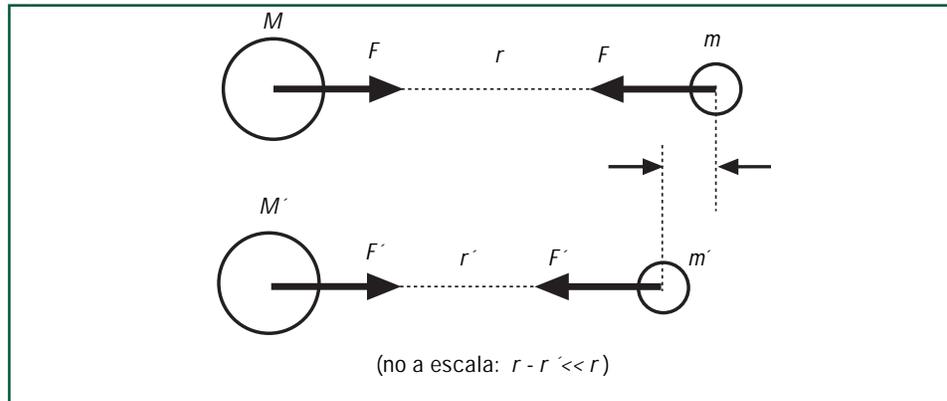
Se sugiere guiar a alumnos y alumnas en el siguiente razonamiento, y apoyados por la figura 3.36. Si la distancia entre los cuerpos es  $r$ , la fuerza gravitacional es  $F_g = G \frac{mM}{r^2}$ . Cuando la distancia es un poco menor, digamos  $r'$ , la fuerza será ahora  $F_g = G \frac{mM}{r'^2}$ . El trabajo realizado al ir de una posición a otra y, por lo tanto, la diferencia de energía  $\Delta E$ , corresponderá aproximadamente a la fuerza promedio multiplicada por la distancia recorrida, es decir,  $\Delta E = F_{\text{Promedio}} \times (r - r')$ .

Con un buen grado de aproximación, la fuerza promedio puede tomarse igual a la media geométrica, es decir,  $F_{\text{Promedio}} = \sqrt{FF'} = \sqrt{G \frac{Mm}{r^2} G \frac{Mm}{r'^2}} = G \frac{Mm}{rr'}$ . Luego el cambio de energía resulta ser:

$$\Delta E = \left[ G \frac{Mm}{rr'} \right] (r - r') = GMm \left[ \frac{1}{r'} - \frac{1}{r} \right]$$

Escogiendo, como es costumbre y cómodo, el nivel de energía potencial cero en un punto infinitamente alejado, la energía potencial del sistema será  $E_p = -\frac{GmM}{r}$ . En relación a esta última expresión es conveniente hacer ver que es siempre negativa. Recalcar también que el exponente de  $r$  es 1, pues con el uso de la ley de gravitación universal, los estudiantes tienden a usar el exponente 2.

Figura 3.36.



La energía total es por lo tanto  $E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{r}$ . Enfatizar el hecho de que mientras un planeta o cometa orbita el Sol (o su astro central), esta energía permanece constante. Discutir qué ocurre con la rapidez de un cometa cuando se aproxima al Sol y cuando se aleja.

Puede ser adecuado calcular la energía total del sistema Tierra - Sol en relación al Sol, con el único propósito de aplicar la fórmula y esclarecer el significado de las letras que en ella aparecen. Como aproximadamente  $v = 30.000$  m/s,  $m = 6 \times 10^{24}$  kg,  $M = 2 \times 10^{30}$  kg y  $r = 1,5 \times 10^{11}$  m, se encuentra que  $E = -2,6 \times 10^{33}$  joule. Comentar que en el movimiento “atrapado” la energía total siempre resulta negativa. Si la velocidad se aumentara hasta hacerla positiva, la Tierra se alejaría del Sol para siempre.

Por último, como la fuerza centrípeta y la de gravedad son iguales en órbitas circulares, podemos escribir  $m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$ , de donde  $v^2 = \frac{GM}{r}$ , que reemplazado en la expresión para la energía total obtenida líneas arriba nos conduce a la siguiente expresión para la energía total de una órbita circular  $E = -G \frac{Mm}{2r}$ . Recaltar que esta expresión no es válida para órbitas elípticas.

#### Ejemplo B

- Discuten acerca del concepto de velocidad de escape y la calculan en la superficie terrestre y en la de otros astros.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Antes de realizar el cálculo el alumno o alumna debe comprender lo que significa el término “velocidad de escape”. Para lograrlo, es conveniente desarrollar con ellos el siguiente razonamiento, ayudado de una figura como la 3.37. Si se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una cierta rapidez  $v$ , subirá hasta alcanzar la altura en que se detiene y luego caerá nuevamente al suelo. Mientras mayor sea la rapidez del lanzamiento, más alto llegará. Ahora bien, como la aceleración de gravedad disminuye con la altura, es razonable pensar que debe existir una rapidez  $V_E$  tal que el objeto ascienda indefinidamente hasta detenerse en un punto infinitamente alejado. Esta rapidez se denomina “velocidad de escape” y es tal que si  $v < V_E$ , el objeto vuelve a caer, mientras si  $v \geq V_E$ , el objeto se alejará indefinidamente sin regresar jamás.

Desde el punto de vista de la ley de la conservación de la energía mecánica el problema es de una gran simplicidad. Un objeto de masa  $m$  en el punto de disparo (A) de la superficie de un planeta de masa  $M$  y radio  $R$  tiene una energía mecánica.

$$E_A = \frac{1}{2} m V_E^2 - \frac{GMm}{R}$$

La condición buscada es que el objeto se detenga en un punto infinitamente alejado, de tal manera que allí tanto la energía cinética como la potencial sean cero, de modo que  $E_\infty = 0$ .

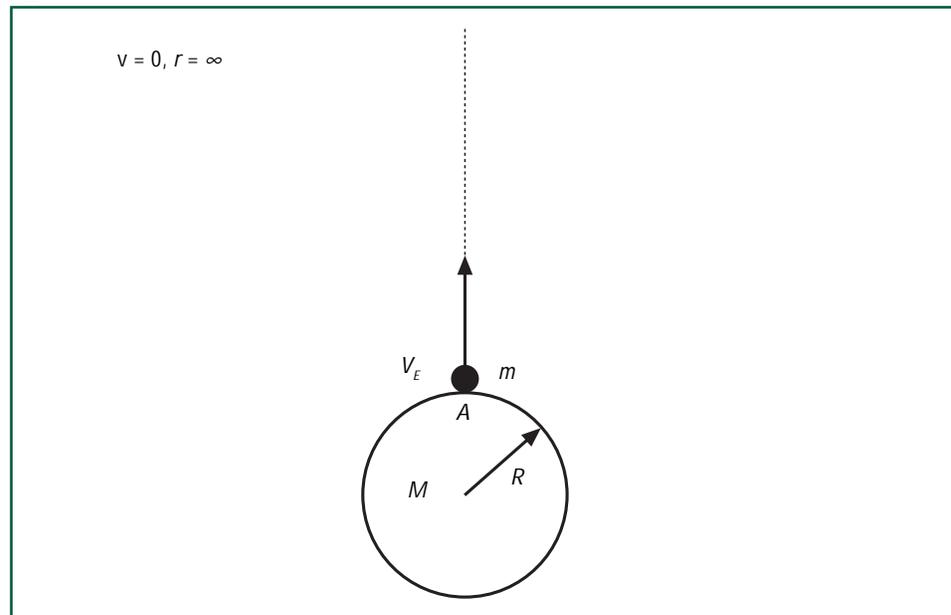
Como en virtud de la ley de conservación de la energía  $E_A = E_\infty$ , igualando las dos expresiones y despejando  $V_E$  encontramos.

$$V_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Como la masa de nuestro planeta es aproximadamente  $M = 6 \times 10^{24}$  kg y su radio  $R = 6,37 \times 10^6$  m, la velocidad de escape es  $V_E = 11.209$  m/s  $\approx 11,2$  km/s  $\approx 40.000$  km/h. Esta es la velocidad que debe alcanzar un cohete para llegar a la Luna, Marte, etc., es decir, para escaparse de la atracción gravitacional de la Tierra.

Es interesante notar que la fórmula que hemos encontrado para calcular la velocidad de escape de la superficie de un astro no depende de la masa  $m$  del objeto que se disparará, sino sólo de la posición de disparo y de la masa  $M$  del astro en que nos encontremos. Para apreciar esto es conveniente calcular las velocidades de escape en la Luna, Júpiter, Sol, etc. Se puede mencionar también que, por la cantidad de combustible que necesita, el tamaño de un cohete debe ser más grande mientras mayor sea la masa del astro del cual se desea salir y, por esta razón, para ir de la Tierra a la Luna se necesitó un enorme cohete (del orden de los 120 m de altura) mientras que para escapar de la Luna en el viaje de regreso fue suficiente un pequeño cohete.

Figura 3.37.



## Ejemplo C

Discuten el origen de un agujero negro y calculan su posible masa o radio a partir de la idea de que se trataría de objetos cuya velocidad de escape sería superior a la de la luz.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Con seguridad el estudiante ha escuchado hablar de los agujeros negros sin comprender mucho de qué se trata. Este es un buen momento para relatar el colapso gravitacional de las estrellas muy masivas (más de unas diez masas solares), generando uno de estos fascinantes objetos del espacio. Para comprender el origen de su nombre, si se imagina un astro que posea una masa  $M$  y un radio  $R$  tal que la velocidad de escape resulta ser mayor a la de la luz ( $V_E > c$ ) podemos decir, que “nada, ni siquiera la luz podrá escapar de él”, y el astro sería completamente negro. Es también un buen momento para anticipar que según la teoría de la relatividad espacial, que se trata más adelante, ningún cuerpo puede ser acelerado más allá de la velocidad de la luz.

Considerando la expresión para la velocidad de escape obtenida en el ejemplo anterior, tendre-

mos que para la situación límite se cumplirá  $c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ . Despejando  $R$  obtenemos:  $R = \frac{2GM}{c^2}$ . Este radio característico es conocido como radio de Schwarzschild. Para comprender los tamaños involucrados podemos preguntar ¿a qué radio debiera reducirse un astro como nuestro planeta ( $M = 6 \times 10^{24}$  kg) para convertirse en un agujero negro? Como  $c = 3 \times 10^8$  m/s, al reemplazar en la expresión anterior se obtiene un resultado espectacular:  $R \approx 0,0088$  m. Es decir, nuestro planeta necesitaría llegar a tener el diámetro de una arveja y su densidad llegaría a ser mayor que  $2 \times 10^{27}$  veces la del agua.

Se puede comentar a los estudiantes que los astrónomos no consideraron con seriedad la existencia de estos astros hasta que se descubrieron los cuasares, misteriosos objetos muy lejanos que emiten inmensas cantidades de energía, revelando tener una masa descomunal. Por los años 70, la observación de emisiones de rayos X asociadas al colapso gravitacional que caracterizaría la formación de estos objetos, como el famoso Cygnus X-1, sugirió al primer gran candidato a agujero negro. En la internet hay muchas ilustraciones y animaciones de la gran estrella compañera de este agujero negro que la está devorando. Crean los astrónomos que en el centro de las galaxias, incluida la nuestra, pueden existir agujeros negros.

Otra idea interesante de conversar con alumnas y alumnos es que por definición un agujero negro no se puede ver y, por tanto, si vemos una gran estrella orbitando en torno a un punto en que no vemos nada, es posible que allí haya un agujero negro.

#### Ejemplo D

- Formulan hipótesis acerca del origen y evolución del sistema solar, tomando en consideración la ley de conservación del momento angular.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

En Segundo Año Medio el alumno o alumna ya estudió al Sol y a los astros que le acompañan en su viaje por la Galaxia. No es casual que los planetas, asteroides, satélites, etc. orbiten al Sol prácticamente en un mismo plano, en la misma dirección, coincidente con el movimiento de rotación del Sol. Ocurre algo similar con los más de 60 satélites y anillos que acompañan a los planetas. Los ejes de rotación de todos los componentes del sistema solar son casi paralelos al del Sol, señalando un origen común. Las excepciones se pueden explicar en base a las pequeñas perturbaciones gravitacionales debidas a la presencia de tantos cuerpos en el sistema actuando durante 4.600 millones de años, algunos accidentes como los impactos de asteroides con planetas, etc. ¿Qué habrá ocurrido con el momento angular durante este proceso de formación y evolución del sistema solar?

Puede ser adecuado recordar los contenidos de la Unidad 2 de este programa, en la que se trata el momento angular y su conservación. Lo importante es que la alumna o alumno advierta que el momento angular se conserva en su dirección y sentido cuando el sistema planetario evoluciona a partir de una nube de gas, para ir formando el Sol en su centro y los cuerpos más fríos que giran a su alrededor, siempre conservando el momento angular, pase lo que pase.

## Unidad 4

### El mundo relativista

#### Contenidos Mínimos

- a. Discusión de las nociones de tiempo y espacio según la física hasta finales del siglo XIX. Transformaciones de Galileo Galilei. Discusión del hecho experimental de la invarianza de la velocidad de la luz.
- b. Los postulados de la relatividad especial. Derivación geométrica de la dilatación del tiempo. Presentación y discusión de otras consecuencias.
- c. Aplicaciones de la relación entre masa y energía. El efecto Compton.
- d. Discusión elemental de la existencia de antimateria en el Universo y de sus propiedades en contraste con la materia.
- e. Nociones elementales acerca de la teoría de gravitación de Albert Einstein y su contexto histórico: anomalía en el perihelio de la órbita del planeta Mercurio.
- f. Resolución de problemas variados, con énfasis en la adquisición de la habilidad de formularlos en términos de los principios de la física cuando esto no es obvio.

#### Aprendizajes esperados

Al completar la unidad alumnos y alumnas:

- reconocen que los fenómenos físicos pueden ser descritos desde diferentes marcos de referencia y que las descripciones que de ellos surgen son en general diferentes;
- distinguen sistemas de referencia inerciales y no inerciales;
- reconocen que no hay sistemas de referencia inerciales privilegiados;
- aplican la idea que la velocidad de la luz es una constante independiente al sistema de referencia a la explicación de diferentes situaciones (la dilatación del tiempo, por ejemplo);
- reconocen la existencia de partículas elementales (electrones, quarks, etc.) y de sus correspondientes antipartículas (positrones, antiquarks, etc.) y de antimateria;
- reconocen en el efecto Compton el comportamiento corpuscular de la luz;
- conocen y aplican el principio de equivalencia de la teoría general de la relatividad y analizan en base a él ideas como la de la curvatura del espacio.

### Recomendaciones al docente

A continuación se listan algunas sugerencias para un mejor desarrollo de la unidad.

- La enseñanza de un tema como la teoría de la relatividad a nivel escolar plantea problemas que exigen algunas diferencias didácticas drásticas en relación a las que se han venido proponiendo en los restantes temas de la física a partir de 1º Medio: el llegar a obtener respuestas a partir de la observación y la realización de experimentos para verificar hipótesis aquí resulta imposible. Esta dificultad, sin embargo, es más compleja que en la unidad anterior, pues si bien allí la mayoría de las observaciones y experimentos están también fuera del alcance del estudiante, son fáciles de imaginar y no chocan con nuestra experiencia diaria. El tema de esta unidad, en sí enormemente atractivo para los estudiantes, a pesar de su simplicidad intrínseca tropieza con prejuicios muy fuertemente arraigados y constatados por el acontecer cotidiano a partir de la niñez.

Para que las alumnas y alumnos logren los aprendizajes esperados de los conceptos de la teoría de la relatividad se sugiere enfatizar los siguientes aspectos:

- la comprensión de algunos hechos trascendentales de la historia de la física;
- la comprensión de que la observación y experimentación directa están aquí totalmente fuera del alcance, debiendo contentarnos sólo con la descripción de algunos espectaculares experimentos;
- el desarrollo lógico y riguroso que debe hacerse de las principales ideas en que se fundamenta la teoría;
- la comprensión de que experimentos imaginados pueden dar luces acerca de lo que es real, suceder y susceptible de ser medido;
- que una teoría científica debe ser evaluada por las predicciones de hechos nuevos que es capaz de realizar y la posterior concordancia con la observación y experimentación, y que ello puede obligar a abandonar lo que sugiere el sentido común.

## (a) Relatividad clásica e invarianza de la velocidad de la luz

---

### Detalle de contenidos

#### ECUACIONES DE TRANSFORMACIÓN DE GALILEO

Sistemas de referencia. Relatividad clásica. Coordenadas de un evento. Ecuaciones de transformación de Galileo para la posición el tiempo y la velocidad en referenciales en movimiento relativo uniforme. Ejemplos.

#### ESTADO DE LA FÍSICA INMEDIATAMENTE ANTES DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD DE EINSTEIN

El experimento de Michelson y Morley, el éter cósmico y el movimiento absoluto de la Tierra. El espacio tiempo absoluto de Newton.

#### LEY DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Constancia de la velocidad de la luz ( $c$ ).

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Analizan y discuten las diferencias en la descripción de un movimiento desde dos sistemas de referencia distintos. Reconocen los diferentes sistemas de referencia en que ocurre lo cotidiano.**

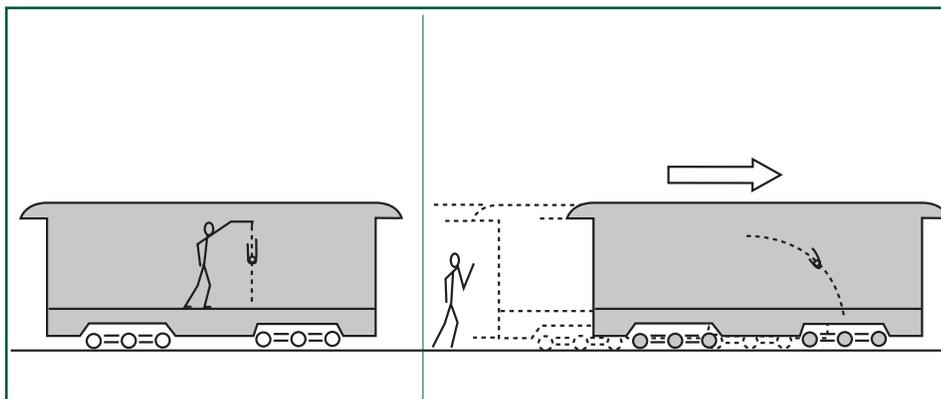
#### Ejemplo A

- Describen en términos generales la caída libre de un objeto en el interior de un tren que viaje a velocidad constante, como es registrado por un observador que viaja en él, y por otro, en el suelo, que lo ve pasar.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Destacar que para el observador situado en el tren el movimiento del objeto que cae es rectilíneo mientras que para el observador en tierra firme, describe una trayectoria curva (una parábola). Hacer ver que mientras para el observador en el tren la velocidad inicial del objeto es cero, para el otro, es la del tren. El análisis de una figura como la siguiente (4.1) puede ayudar a la imaginación de los estudiantes.

Figura 4.1.



Para introducir la idea es conveniente que los alumnos y alumnas hagan la experiencia previamente. Ella se puede realizar en un tren, bus, o simplemente en el patio de la escuela. Para ello el curso observa desde unos cuantos metros de distancia a un compañero o una compañera corriendo en línea recta a la vez que suelta de una mano una piedra. Verán que ésta describe una trayectoria parabólica como si hubiese sido disparada, mientras que el o la joven que corría ve caer la piedra al lado de sus pies, como si hubiese estado en reposo. Lo importante en una actividad como esta es que los estudiantes reconozcan que un mismo fenómeno, la caída de un objeto, por ejemplo, puede ser descrito desde diferentes lugares (tren, suelo, etc.) en movimiento relativo, que denominaremos sistemas de referencia, obteniendo en general diferentes resultados. Es también importante que reconozcan que en este caso las descripciones hechas por dos observadores diferentes de un mismo fenómeno son ambas correctas. En 2º Medio se introdujo esta idea, razón por lo cual no debe constituir una gran novedad.

Advertir que la relatividad de la que se ha hablado hasta aquí no es invención de Einstein y corresponde a un descubrimiento de hace ya varios siglos por parte de Galileo Galilei, y que hoy denominamos relatividad clásica.

#### Ejemplo B

- Relatan y analizan experiencias que pongan de manifiesto el que existen sistemas de referencia en los cuales los fenómenos se presentan en forma diferente. Distinguen sistemas inerciales y no inerciales. Discuten acerca de la posible existencia de sistemas inerciales en el Universo.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Es conveniente motivar esta actividad leyendo al curso la experiencia del propio Galileo Galilei cuando realizaba un viaje en barco. En la bibliografía del presente documento se mencionan algunas obras de historia de la física en que se puede leer el relato del propio Galileo. Lo que el estudiante debe imaginarse a partir de sus propias experiencias es que al despertar en una cabina del navío que se mueve uniformemente, Galileo no puede distinguir atendiendo a sus sentidos si el barco en que se encuentra se mueve o no; él debe salir de su camarote para darse cuenta de su movimiento. Galileo agrega que si realizara experimentos diversos al interior de su camarote éstos tampoco le

permitirían concluir si el barco se mueve o no. Si de lo alto de un mástil se dejan caer gotas de agua sobre una botella de gollete angosto, igualmente caerán dentro de ella esté el barco en reposo en el puerto o con movimiento uniforme en el alta mar. El estudiante puede recordar situaciones similares que ha experimentado estando en un bus o tren. Más de alguna vez se ha empezado a mover suavemente y hemos creído que es el bus o tren del lado el que se ha empezado a mover y nos sorprendemos al descubrir que es el nuestro.

Es fundamental que alumnas y alumnos adviertan que lo descrito no es una consecuencia de que la velocidad de un sistema de referencia respecto del otro sea pequeña, sino de que el movimiento sea rectilíneo y uniforme. Cualquier aceleración (cambio en la rapidez del movimiento o de su dirección) pone de manifiesto de un modo inmediato el movimiento del vehículo sobre el que estemos viajando. Con el propósito de que los jóvenes se vayan acostumbrando a los “experimentos pensados” que nos sugiere Einstein al explicar su teorías, podemos apelar a su imaginación haciéndoles suponer que se encuentran dentro de un bus, tren o nave espacial que viaja en línea recta y con velocidad constante, bajo la condición de que no podamos ver hacia fuera. ¿Cómo, o con qué experimento, podríamos poner de manifiesto si el vehículo en que nos encontramos se mueve o no?

Una vez realizadas estas discusiones la conclusión del debate debe ser conducido por el maestro en el sentido que alumnos y alumnas reconozcan que hay dos tipos de sistemas de referencia: aquellos en que por el hecho de acelerar, advertimos sus movimientos, y otros en que tal cosa no es posible. Puede hacerse ver que en los primeros: trenes, automóviles, bicicletas, que aumentan su rapidez, frenan o enfrentan curvas, no se cumple la ley de inercia, razón por la cual se los denomina sistemas de referencia no inerciales. En aquellos en que no es posible advertir sus movimientos, sí se cumple este principio, razón por la cual se los denomina sistemas inerciales. En una instancia de evaluación se puede recurrir a ejemplos como un carrusel en reposo o girando, una estación espacial en reposo o girando, una ultracentrífuga, etc.

Un tema central de discusión es si existen o no sistemas de referencia inerciales. Examinar este tema con los estudiantes. Discutir si la sala de clases o la superficie terrestre es o no un sistema de referencia inercial. El estudiante debe reconocer que con una muy buena aproximación tanto en la sala de clases como en el patio de la escuela se cumple la ley de inercia, y que allí no sentimos fuerzas extrañas como las que sentiríamos sobre un carrusel girando. Por tanto, con un buen grado de aproximación, se les puede considerar como sistema de referencia inercial. Puede recordarse que experimentos de gran sensibilidad, como el del péndulo de León Foucault<sup>2</sup> (1819 - 1868), muestran que en rigor nuestro planeta no es un sistema de referencia absolutamente inercial.

El profesor o profesora debe cerrar esta discusión haciendo una rigurosa formulación del principio de relatividad de Galileo: si las leyes de la mecánica son válidas en un sistema de referencia, entonces también se cumplen en cualquier sistema de referencia que se mueva rectilínea y uniformemente respecto del primero. Establecer que, como lo hace la teoría de la relatividad, en lo sucesivo supondremos que en el Universo existen sistemas de referencia inerciales.

Discutir acerca de la necesidad de contar con un sistema rigurosamente inercial para referir a él la situación de otros sistemas. Discutiendo con alumnos y alumnas su justificación, comentar que el conjunto de estrellas lejanas se toma por un sistema de referencia inercial. ¿Cómo es ello posible si se mueven a grandes velocidades?

<sup>2</sup> Véase Programa de Física de Segundo Medio.

## Actividad 2

Deducen, analizan y aplican las ecuaciones de transformación de Galileo a situaciones de movimiento relativo rectilíneo y uniforme.

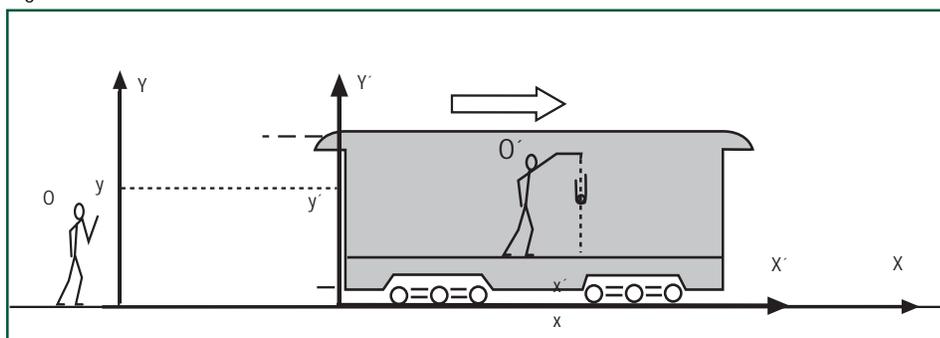
Ejemplo A

- A partir de una reflexión sobre experiencias cotidianas, deducen las ecuaciones de transformación de Galileo para sistemas de referencia inerciales (SRI) en movimiento relativo.

### INDICACIONES AL DOCENTE

Definir el concepto de evento en el espacio-tiempo, como un conjunto de valores que fija la posición en que ocurrió un hecho y el momento en que sucedió. Proporcionar a continuación ejemplos: el abrir los dedos en el acto de dejar caer un objeto, el impacto de este objeto en el suelo, el choque de dos moscas, etc. Acordar con alumnas y alumnos el diferenciar ambos SRI primando los valores medidos por el observador en “movimiento” ( $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ,  $t'$ ) y denotando ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$ ) los valores medidos por el observador en el suelo. Suponer que las reglas con las que miden los observadores  $O$  y  $O'$  están en las mismas unidades y que los relojes que emplean han sido previamente sincronizados.

Figura 4.0.



Ejemplificando continuamente con ejemplos de la vida cotidiana y en base al análisis de una figura como la 4.2, construir con alumnos y alumnas las relaciones de transformación de un sistema de referencia inercial a otro,

$$x = x' + Vt$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

llamadas ecuaciones de transformación de Galileo. Como se han escrito, entregan las coordenadas de un evento para el observador en el suelo en términos de lo que mide el observador en el tren para el mismo evento. Notar que las relaciones se pueden invertir,

$$\begin{aligned}x' &= x - Vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t,\end{aligned}$$

y discutir con alumnas y alumnos el significado de estas nuevas relaciones.

Con la ayuda de una figura como la 4.3 los estudiantes deducen que la velocidad con que corre el niño o niña para el observador fijo al suelo es,

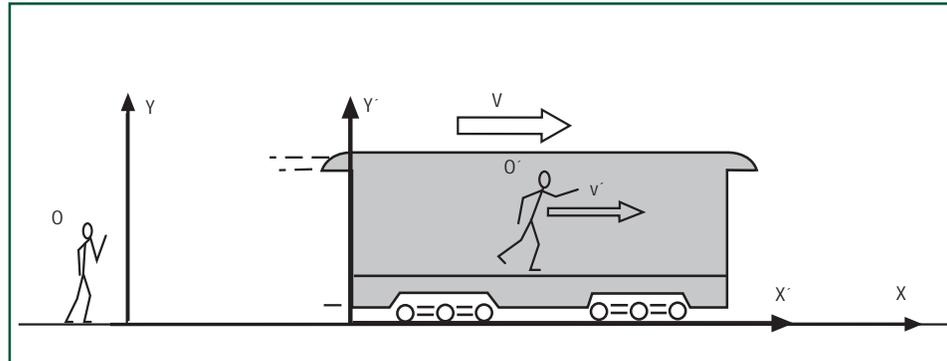
$$v = v' + V$$

y, a la inversa,

$$v' = v - V.$$

Hacer ver que estas relaciones se obtienen de las de más arriba a partir de las definiciones  $\frac{x}{t} = V$ ,  $\frac{x'}{t'} = v'$ . Estas expresiones constituyen las ecuaciones de transformación de Galileo para las velocidades.

Figura 4.3.



Un par de ejercicios para familiarizar a los estudiantes con las ecuaciones de transformación de Galileo para eventos y velocidades puede ser suficiente. Por ejemplo: si en la figura 4.3 la persona deja caer una manzana desde una altura de 1,5 metros cuando está a 10 metros de la parte trasera del vagón y cuando su reloj marca las 4:10, ¿cómo describiría este evento el observador O, si el tren viaja en línea recta y con una velocidad constante de 72 km/h (20 m/s)? Suponer que los ejes Y e Y' coincidían cuando los relojes marcaban la hora cero. También se puede preguntar ¿cuál es la velocidad inicial de la manzana para el observador O?

#### Ejemplo B

- Analizan críticamente la invarianza de las leyes de la mecánica bajo las transformaciones de Galileo (principio de relatividad de Galileo). Analizan el caso de las tres leyes de Newton y la ley de conservación de la energía.

**INDICACIONES AL DOCENTE**

Conviene preparar bien esta actividad pues suele inducir a confusión. Cuidar de no confundir “magnitud física” con “ley física”: la temperatura, la velocidad o el color de un objeto son magnitudes. La expresión  $F = ma$  es en cambio una ley. En este caso particular la invarianza se puede obtener al observar que la aceleración y la fuerza no cambian bajo las transformaciones de Galileo. En el caso de la energía cinética, ella cambia al ir de un SRI a otro; sin embargo, su constancia en el tiempo es válida en cada SRI.

**Actividad 3**

**Analizan algunos hitos de la historia de la física previos a la aparición en escena de Einstein.**

**Ejemplo A**

- Comentan y analizan desde un punto de vista cualitativo el célebre experimento de Michelson y Morley, el concepto de éter cósmico y los intentos de medir la velocidad absoluta de traslación de la Tierra.

**INDICACIONES AL DOCENTE**

Los estudiantes pueden realizar estos comentarios o análisis a partir del relato del propio profesor o profesora, de la lectura de algún texto adecuado en que se trate el tema en forma simple, o de algún video o software.

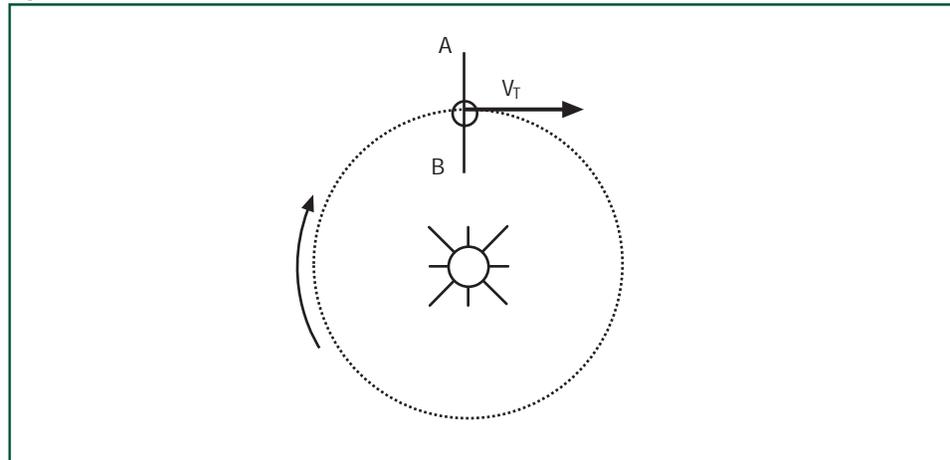
Resaltar la siguiente secuencia de aspectos:

- 1) En 1887 Michelson y Morley construyeron un aparato que era capaz de medir diferencias en la velocidad de la luz con una incerteza de apenas unos pocos km/s. Si bien cabe mostrar un gráfico del dispositivo usado por ellos y mencionar superficialmente alguno de sus detalles, fáciles de encontrar en libros y enciclopedias computacionales, no es conveniente profundizar demasiado en el interferómetro mismo.
- 2) Los físicos en ese entonces creían que la luz se propagaba en un medio bastante sutil que debía llenar todo el espacio y que habían bautizado con el nombre de éter cósmico. El fundamento de esta creencia puede explicarse recordando temas tratados en 1º Medio, como que una onda en una cuerda requiere de la cuerda para su existencia, lo mismo que las ondas en agua requieren del agua para su existencia y el sonido, del aire u otro medio. Ahora bien, como se sabía en aquella época que la luz tenía un claro comportamiento ondulatorio, debía existir un medio que sustentara las vibraciones correspondientes (campos eléctrico y magnético). Se puede explicar que los físicos imaginaban al Universo lleno de una especie de gelatina en la cual estaban insertas las cosas, estrellas y átomos, y que la vibración de esta gelatina era lo que llamamos luz.

- 3) Los astrónomos por su parte estimaban en unos 30 km/s la rapidez orbital  $V_T$  de la Tierra en relación al Sol y consideraban posible que éste también se moviese en el éter cósmico, en alguna forma.

De acuerdo a las ecuaciones de Galileo para la transformación de velocidades, un rayo de luz emitido en la dirección de movimiento de la Tierra viajará, respecto del éter, a la velocidad  $c + V_T$ . Aquí suponemos que el Sol está inmóvil en el éter. Por otro lado, un rayo emitido en la dirección perpendicular AB (figura 4.4) viajaría con velocidad  $c$ . Michelson y Morley midieron la diferencia entre las velocidades de propagación en ambas direcciones esperando encontrar el valor  $V_T$ . El resultado del experimento fue sin embargo sorprendente e inexplicable: no se advertía diferencia alguna en la velocidad de la luz entre ambas direcciones del espacio. Cuidadosas revisiones de los instrumentos y de la metodología empleada mostraron una y otra vez el mismo resultado.

Figura 4.4.



Evidentemente en el momento histórico en que esto se vivía (finales del siglo XIX) éste era un gran problema para la física. Puede ser oportuno mencionar los muchos intentos por explicar el experimento por parte de varios científicos de la época, entre los cuales destaca Hendrick Lorentz. Puede mencionarse por ejemplo la hipótesis del arrastre del éter, la contracción ad hoc que según Lorentz experimentaría la materia, etc.

Puede ser adecuado dar a investigar las biografías de Albert Michelson (USA, 1852 - 1931), Edward Morley (USA, 1838 - 1923), Hipólito Fizeau (francés, 1819 - 1896), Hendrick Lorentz (danés, 1853 - 1928), etc. y del propio Albert Einstein (alemán, 1879 - 1955). De todos estos científicos, ligados a los inicios de la teoría especial de la relatividad, y particularmente de Einstein, hay abundante material en libros, enciclopedias para computadoras y en internet.

#### Ejemplo B

- Comentan y analizan los conceptos de espacio y tiempo que están implícitos en la física tradicional liderada por las ideas de Galileo y Newton.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

El análisis que se pide en este ejemplo puede iniciarse planteando algunas preguntas básicas como, por ejemplo, ¿qué se entiende por espacio? ¿qué se entiende por tiempo? ¿son infinitos? ¿dependen de la existencia de materia? Para los efectos del trabajo de esta unidad orientar a alumnos y alumnas a centrar su atención en el problema de medir distancias y tiempos. Destacar la importancia de la geometría para lo primero. Si dos reglas tienen la misma longitud cuando están una junto a otra, y dos relojes marchan sincronizados al estar uno junto al otro, ¿seguirán midiendo lo mismo las reglas y seguirán sincronizados los relojes si uno se mueve respecto del otro? La respuesta de Galileo y Newton es afirmativa. Si dos amigos deciden viajar y juntarse luego en cierto sitio, es cosa que se pongan de acuerdo en el lugar del encuentro, sincronizar sus relojes y acordar un instante para la reunión y con seguridad se encontrarán. Los kilómetros que recorren los viajeros y las horas que transcurren no se ven alteradas. También se puede decir que dos eventos simultáneos para un observador deben serlo también para cualquier otro observador, en reposo o en movimiento respecto de nosotros. En este punto es siempre necesario recalcar que se trata de una igualdad en lo que se mide y no en lo que se percibe. Ilustrar la idea por medio de un ejemplo: si una puerta y una ventana en una habitación se cierran simultáneamente, una persona que esté justo en medio de ellas escuchará los acontecimientos en forma simultánea. Sin embargo si la persona está más cerca de la puerta, la oirá cerrarse primero porque la señal (sonido) demora menos tiempo en llegar a él, no obstante los acontecimientos son simultáneos. Puede ser interesante en este punto preguntar a los estudiantes cómo proceder para sincronizar sus relojes si están uno de otro a una distancia muy grande, por ejemplo, dos estrellas en la galaxia.

Estas ideas describen básicamente los conceptos clásicos de espacio y tiempo. Ambos obedecen a la lógica asociada a nuestra experiencia cotidiana y extendidas a todo el Universo. Los historiadores de la ciencia se refieren a estos conceptos como espacio y tiempo absolutos, y los asocian a la figura de Newton. Cabe señalar que ambos conceptos se vieron profundamente modificados por la teoría de la relatividad de Einstein.

#### Actividad 4

---

**Analizan el significado de la igualdad de la velocidad de la luz en el vacío en todos los SRI.**

##### Ejemplo A

- Enumeran diversas situaciones en las cuales es evidente que la velocidad medida en diferentes SRI da diferentes valores: un perro corriendo en el interior de un tren, una mosca volando en el interior de un automóvil, el sonido en una ráfaga de viento, un pez nadando en un río que escurre velozmente, etc.

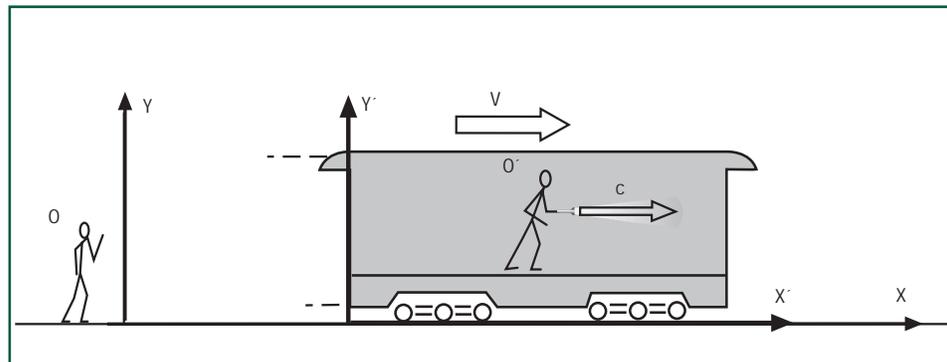
## Ejemplo B

- Analizan el significado de la frase “la velocidad de la luz es la misma en todos los sistemas de referencia inerciales”. Comprueban su inconsistencia con las ecuaciones de transformación de velocidades de Galileo.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Conviene volver a los trenes y observadores. Imaginemos un joven arriba de un vagón de tren que viaja rectilínea y uniformemente con la fantástica velocidad  $V = 100.000 \text{ km/s}$  respecto del observador  $O$  con los pies en el suelo (figura 4.5). Si este joven enciende su linterna iluminando en la misma dirección en que viaja el tren, medirá, en relación al tren, una velocidad para el rayo de luz de  $300.000 \text{ km/s}$ . Si el observador  $O$  se las arregla para medir la velocidad del mismo rayo de luz sorprendentemente encontrará el mismo valor y no el que esperaría, según las ecuaciones de transformación para la velocidad de Galileo,  $300.000 \text{ km/s} + 100.000 \text{ km/s} = 400.000 \text{ km/s}$ . Si el joven arriba del tren ilumina en sentido contrario a la dirección en que se mueve, ambos observadores medirán nuevamente el mismo valor:  $300.000 \text{ km/s}$  y no lo esperado desde el punto de vista de Galileo para  $O$ ,  $300.000 \text{ km/s} - 100.000 \text{ km/s} = 200.000 \text{ km/s}$ .

Figura 4.5.



Este es un ingrediente central de la teoría especial de la relatividad de Einstein, quien a los 16 años ya se preguntaba qué ocurriría si viajara a la velocidad de la luz.

Einstein, sin embargo, va más lejos: en efecto, erradica por completo el concepto de éter cósmico y simplemente sostiene que la luz viaja en el vacío con una velocidad constante de  $300.000 \text{ km/s}$ , independiente del movimiento tanto de la fuente que la emite como del que la mide.

Evidentemente esto contraría el sentido común y es posible que el estudiante declare no comprender. En tal caso puede estar ocurriendo algo diferente que es necesario indagar: es posible que no logre imaginárselo. Si fuera así conviene hacerle ver que en ocasiones deberá renunciar a intentar imaginarse algunas de las cosas que se plantean en la física y que ésta es una parte importante en la actitud necesaria para asimilar muchos aspectos de la física moderna. En el caso que nos concierne, se trata de velocidades muy grandes, ámbito en el cual no tenemos experiencia cotidiana y cualquier cosa podría pasar.

Otro punto importante de considerar es que si bien hemos hablado de luz visible, la constancia de la velocidad es válida para todas las ondas electromagnéticas, es decir, también en las ondas radiales, microondas, infrarrojo, ultravioleta, rayos X, etc. Seguiremos hablando de luz sólo porque es más cómodo. Comentar que el primer trabajo que publica Einstein sobre estas ideas tenía por título “Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento”.

Como puede verse, la teoría de la relatividad no dice que todo sea relativo. Ya hay algo en ella que es absoluto: la velocidad de la luz, de la cual se dice también que es un invariante relativista.

## (b) Postulados relativistas y sus consecuencias

---

### Detalle de contenidos

#### LOS POSTULADOS DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Relatividad de la simultaneidad. Derivación geométrica de la expresión de la dilatación del tiempo. La paradoja de los gemelos.

#### LA VARIACIÓN DE LA MASA CON LA VELOCIDAD

Descripción y significado de la expresión relativista para la masa de un cuerpo en movimiento. Gráfico de  $m(V)$ .

#### VERIFICACIONES EXPERIMENTALES DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Medición de la vida media de los muones.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

Analizan y discuten los postulados de la relatividad especial. Derivan las consecuencias de aceptar la invarianza de la velocidad de la luz sobre la simultaneidad de eventos y la medición de intervalos de tiempo.

#### Ejemplo A

- Discuten los contenidos de los postulados de la relatividad especial.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

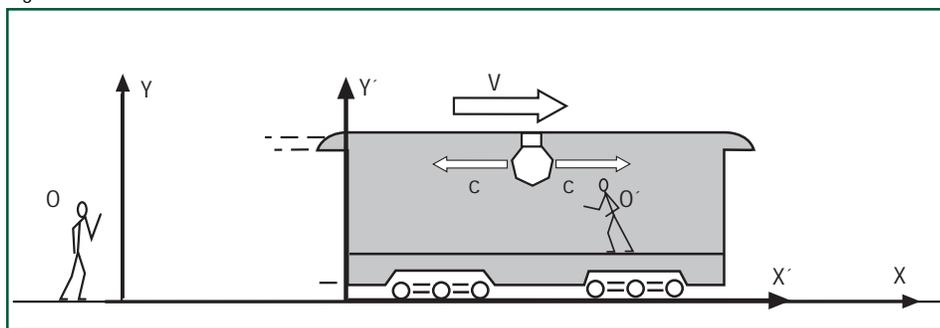
El primer postulado, que la velocidad de la luz es la misma en todos los SRI, es muy contrario a la intuición. En este aspecto convendría recalcar que esa velocidad es tan grande que no ha jugado ningún papel en formar nuestra intuición. Puede ser instructivo comparar las velocidades de la luz y el sonido a través de algunos ejemplos, en los que se aprecie que, comparativamente, según nuestra experiencia cotidiana la luz se propaga en forma instantánea. El trueno y el relámpago constituyen un buen ejemplo: entre sus velocidades hay un factor de un millón, del primero percibimos ecos, etc.

El segundo postulado, que las leyes de la física son las mismas en todos los SRI, es más sutil. Recordar que Galileo estableció esta equivalencia sólo para las leyes de la mecánica, y que hay otros ámbitos en que aparecen leyes, como en electromagnetismo. Comentar que el primer postulado se refiere a la luz, un fenómeno electromagnético y no mecánico, por lo cual la teoría de Einstein se propone compatibilizar lo que nos dicen los experimentos sobre la luz, con la mecánica. Hay abundante bibliografía que discute estos postulados. Se prestan para un ensayo de parte de los estudiantes.

#### Ejemplo B

- Analizando una situación ideal como la que se ilustra en la figura 4.6 comprueban que la simultaneidad de dos eventos (llegada de los rayos de luz a los extremos del vagón) es un hecho relativo.

Figura 4.6.



#### INDICACIONES AL DOCENTE

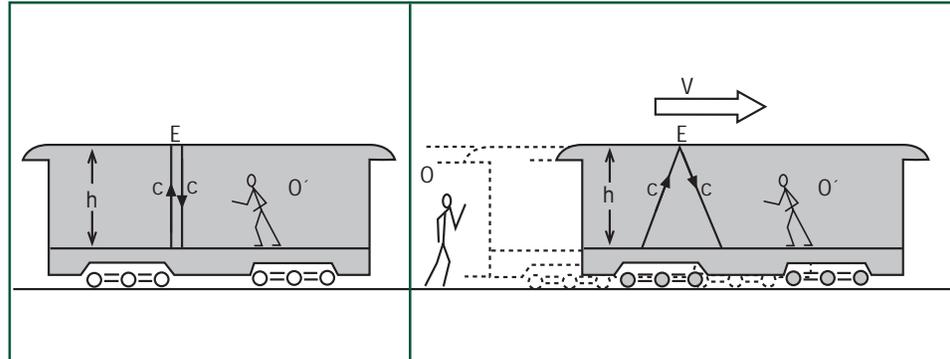
El estudiante debe examinar la situación basado en la invarianza que posee la velocidad de la luz para todos los observadores, en este caso O y O'. Si hay una ampolla justo en medio del vagón, es obvio que al encenderla los rayos de luz que viajan en sentidos opuestos alcanzan simultáneamente los extremos del vagón según el observador O' y, en consecuencia, para éste los dos eventos son simultáneos. Para el observador O en cambio, el rayo que viaja en el sentido contrario a aquel en que se mueve el tren debe alcanzar el extremo del vagón antes, ya que deberá recorrer una distancia menor porque el fondo del tren se le está aproximando. En consecuencia para O el rayo de luz llega primero a la parte trasera del vagón y después a la delantera. Según O ambos eventos no son simultáneos.

Es preciso decir aquí que de lo que habla la teoría de la relatividad no es de lo que las personas O y O' perciben con sus ojos sino que de lo que registran, por ejemplo, cronómetros previamente sincronizados que se detienen cuando los rayos de luz llegan a ellos. Preguntar a los estudiantes por qué si lo que se plantea aquí es verdadero no lo notó Newton en su época, o nosotros en el diario vivir. Para explicarlo bastará examinar la situación a partir de un ejemplo numérico. En efecto, si se imagina un vagón de largo  $L = 9$  m que viaja a una velocidad de 10 m/s la luz demorará  $\frac{L}{2(c - V)}$  s en llegar al extremo que se aleja y  $\frac{L}{2(c + V)}$  s al extremo que se acerca. En otras palabras, O detecta entre los eventos examinados una diferencia de tan solo  $\frac{VL}{(c^2 - V^2)} \approx 10^{-15}$  s, completamente indetectable sin la ayuda de instrumentos muy sofisticados.

## Ejemplo C

- Con la ayuda de una figura como la 4.7 deducen el retraso que un reloj en reposo respecto del vagón experimenta respecto de uno en tierra.

Figura 4.7.

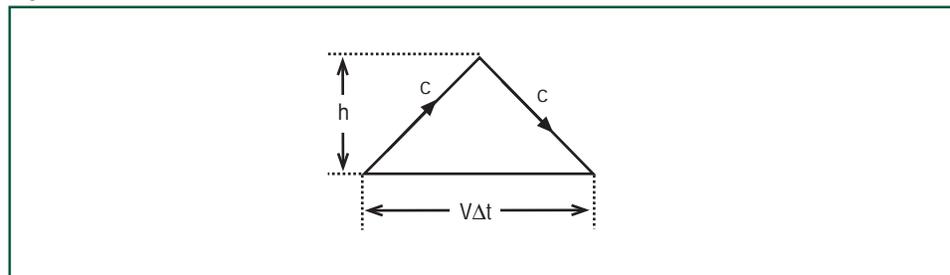


## INDICACIONES AL DOCENTE

Supóngase que una persona en el vagón enciende una linterna orientada verticalmente hacia el techo de modo que el rayo de luz se refleja en un espejo E y luego regresa al punto de partida. Para la persona en el vagón ( $O'$ ) el tiempo que demora el rayo en ir y venir es  $\Delta t = \frac{2h}{c}$ , llamado “tiempo propio”, por corresponder al sistema de referencia en que se realiza el experimento.

De la misma situación el observador fijo al suelo ( $O$ ) hace una descripción distinta: el rayo parte de un punto del espacio y llega a otro. Recorre en total una distancia mayor aunque con la misma velocidad  $c$ , que puede calcularse con ayuda del teorema de Pitágoras, como se ilustra en la figura 4.8. La base del triángulo que se muestra corresponde a la distancia que recorre el vagón en el tiempo  $\Delta t$  que, según  $O$ , demora el rayo de luz desde que parte hasta que llega.

Figura 4.8.



Para  $O$  la luz recorre una distancia  $d = 2 \sqrt{h^2 + \left(\frac{V\Delta t}{2}\right)^2}$  en un tiempo  $\Delta t = \frac{d}{c}$ .

Para  $O'$  en cambio, la luz ha recorrido la distancia  $2h$  en el tiempo  $\Delta t = \frac{2h}{c}$ .

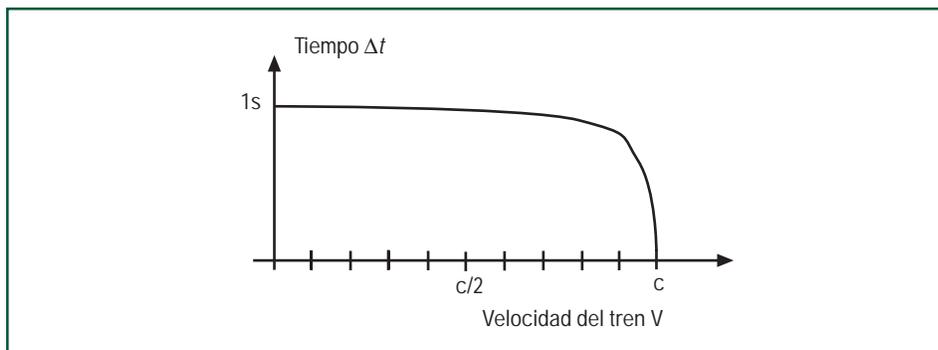
Usando estas relaciones se obtiene  $\Delta t = \frac{2}{c} \sqrt{\left(\frac{c\Delta t'}{2h}\right)^2 + \left(\frac{V\Delta t'}{2}\right)^2}$

de donde, despejando  $\Delta t$  se obtiene:  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$

Los tiempos transcurridos no tienen la misma duración para los observadores O y O'.  $\Delta t'$  es mayor que  $\Delta t$ , razón por la cual decimos que para O el tiempo de O' se ha dilatado. Notar que si V se aproxima a c, el tiempo en el vagón tiende a transcurrir infinitamente lento. Por otro lado, como la expresión depende del cuadrado de v/c, si  $V \ll c$  el efecto se puede despreciar. Ejemplos numéricos como los siguientes aclaran el significado de esta importante relación típicamente relativista.

Si las personas que están arriba del tren miden para un cierto proceso una duración de  $\Delta t' = 1$  s, y el tren viaja con una rapidez de 100.000 km/s (un tercio de la de la luz) calculando  $\Delta t$  por medio de la última expresión encontramos que  $\Delta t = 1,06$  s. En otras palabras para O los procesos que ocurren en el tren demoran un 6 % más en producirse y por lo tanto cabe decir que arriba del tren el "tiempo se dilata". En este ejemplo se observa que, a pesar que el tren viaja muy rápido, unas 10.000 veces la velocidad más rápida alcanzada por el hombre en viajes espaciales (unos 11 km/s), el efecto relativista es bastante pequeño. Si, por otro lado, imaginarnos al tren viajando con una velocidad mayor que la de la luz, la cantidad subradical se hace negativa y por lo tanto el tiempo se convierte en una cantidad compleja: se obtienen tiempos que contienen  $i = \sqrt{-1}$ , que no tienen significado en el mundo físico.

Figura 4.9.



Este aspecto es un indicio de la imposibilidad de superar la velocidad de la luz que establece la teoría de la relatividad. Es instructivo que los estudiantes construyan un gráfico como el de la figura 4.9 y lo analicen desde el punto de vista de los aspectos antes señalados.

Por último es importante esclarecer dos cosas: 1) la dilatación del tiempo es un efecto recíproco; en otras palabras, para el observador O' es el observador O, con estación y todo, el que se aleja de él y por lo tanto es el tiempo de O el que se dilata; 2) todo lo dicho es para sistemas de referencia inerciales que se mueven uno respecto del otro con velocidad constante. El caso de sistemas de referencia acelerados es cubierto por la teoría general de la relatividad, que será tratada más adelante.

## Ejemplo D

Idean un experimento que permita verificar la dilatación del tiempo que predice la teoría de la relatividad y discuten su efectividad.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Posiblemente los alumnos y las alumnas propondrán muchas buenas ideas que permitirían realizar una verificación de este tipo. Analizarlas críticamente con ellos, y luego describir de un modo general su primera verificación experimental, a través del decaimiento de los muones.

A través de la asignatura de química el y la estudiante debe conocer la existencia de electrones, protones y neutrones. Comentar que existen muchas otras partículas, la mayoría inestables, es decir, que decaen convirtiéndose en otras partículas a medida que transcurre el tiempo. El tiempo necesario para que la probabilidad de que una partícula haya decaído es de 50 % y se denomina vida media. En el caso de los muones, cuando son creados en reposo en el laboratorio, la vida media es de  $2,2 \times 10^{-6}$  s. Ahora bien, lo interesante es que estas partículas se forman naturalmente también en la alta atmósfera y descienden a una velocidad muy alta, cerca de  $0,99c$ , lo cual permite que, para los observadores en tierra, su tiempo de vida media se dilate a cerca de  $16 \times 10^{-6}$  s. A la gran velocidad con que descienden, si el tiempo no se dilatara, recorrerían apenas unos 600 m hasta desintegrarse, y por lo tanto sería muy poco probable encontrarlas a nivel del suelo, mientras que si consideramos su tiempo dilatado, recorren cerca de 4.800 m. En el año 1941 B. Rossi y D. Hall realizaron el experimento en el Monte Washington de New Hampshire (USA), midiendo la abundancia de muones en la base y en la cumbre y encontrando perfecta concordancia con las predicciones relativistas. Los muones ( $\mu$ ) fueron descubiertos en 1938 por Carl Anderson en la radiación cósmica. Se obtiene en la desintegración de un meson pi ( $\pi$ ), quien origina también un neutrino muónico ( $\nu_\mu$ ); es decir:  $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu$ .

Con posterioridad al experimento antes descrito se han realizado otros que han mostrado con mayor exactitud concordancia con la teoría de la relatividad. Por ejemplo, en 1972 Hafele y Keating dieron evidencia directa de este fenómeno midiendo el retraso de relojes de cesio en un jet, en relación a los localizados en el Observatorio Naval de Estados Unidos. En 1976 en los laboratorios del Consejo Europeo de Investigaciones Nucleares (CERN) en Génova, se realizó un experimento con muones acelerados hasta velocidades de  $0,9994c$ , corroborando una vez más la predicción relativista de la dilatación del tiempo.

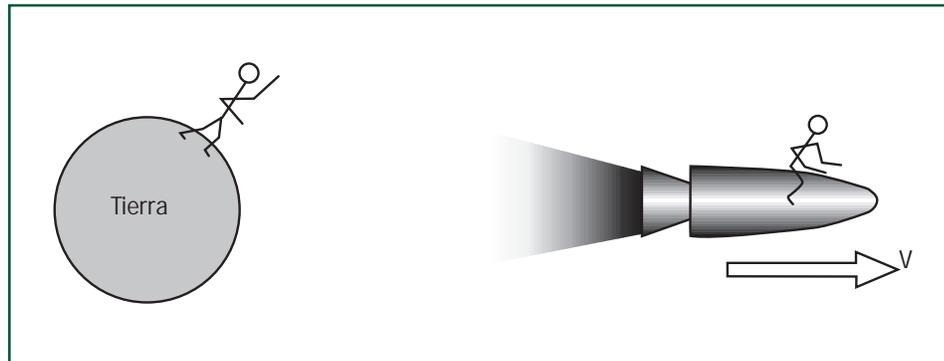
## Ejemplo E

Analizan críticamente la paradoja de los gemelos.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Primero, inducir a los estudiantes a interpretar en un sentido biológico el resultado del ejemplo C. Si el tiempo transcurre más lento en el vagón de la figura 4.7, el observador  $O'$  debiera envejecer más lentamente que  $O$ . La discusión puede luego apoyarse en una figura como la 4.10 que representa a la Tierra y una nave espacial que se aleja a gran velocidad. Dos hermanos gemelos acuerdan participar en la experiencia. Mientras uno se queda en la base en tierra firme, el otro se va de viaje, digamos, a la estrella Alfa-centauro, a 4,3 años luz de distancia.

Figura 4.10.



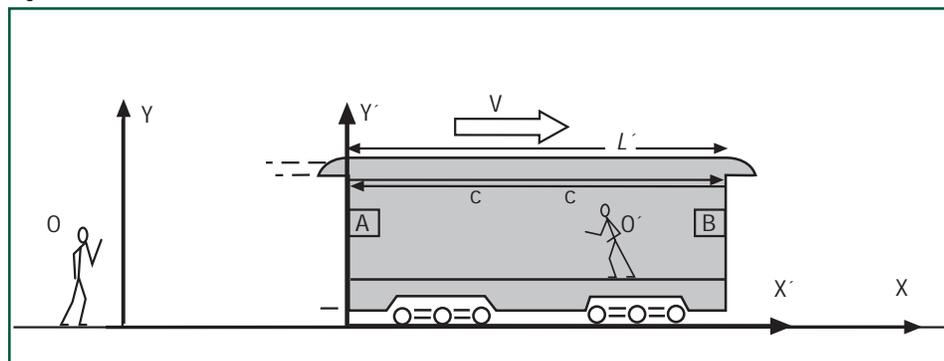
Si el que se va de viaje lo hace a una velocidad  $V = 297.000 \text{ km/s}$  (99 % de la velocidad de la luz) y el viaje ida y vuelta dura para él cerca de 8,7 años, según lo visto en el ejemplo C, para el hermano que se queda en tierra transcurrirán 62 años aproximadamente, de modo que cuando se vuelvan a encontrar, los gemelos ya no tendrán la misma edad.

Al analizar este tipo de situaciones los estudiantes se desconciertan dado que en un primer análisis los cálculos parecen correctos, a lo que se agrega el que han leído o visto en películas de ciencia ficción que tal cosa es posible. Su desconcierto aumenta cuando se les hace pensar que el viajero ha sido el hermano situado en la Tierra. Darse cuenta que la teoría especial de la relatividad no es aplicable a este caso no les resulta fácil. Debe quedarles claro en todo caso que tanto la partida como el regreso de cualquiera de los hermanos, implica un cambio de velocidad: ya sea el acelerar inicial, o el frenar y acelerar luego en sentido contrario, situaciones en que la teoría especial de la relatividad nada puede decir.

## Ejemplo F

- A partir de la situación que se ilustra en la figura 4.11 deducen la expresión relativista de la contracción de las distancias.

Figura 4.11.



## INDICACIONES AL DOCENTE

Esta actividad puede iniciarse con la pregunta: ¿qué longitud tiene el vagón? Según el sentido común hay una sola respuesta, por ejemplo, 9 m. Luego conviene hacer un análisis detallado teniendo presente la igualdad de la velocidad de la luz en ambos sistemas. Designar por  $L'$  el largo del vagón para  $O'$ . Imaginar después un rayo de luz que es lanzado del extremo A del vagón hacia B donde hay un espejo que lo refleja al punto A nuevamente. Si  $\Delta t'$  es el tiempo que demora la luz en ir y volver; es decir, en recorrer la distancia  $2L'$ , tenemos que  $\Delta t' = \frac{2L'}{c}$ .

Examinar a continuación el mismo fenómeno desde el punto de vista de O. Para éste,  $L$  es el largo del vagón, el rayo de luz en ir de A a B demora  $\frac{L}{c-V}$  y al ir de B a A  $\frac{L}{c+V}$ , por lo tanto el tiempo que para O demora el rayo en ir y volver es  $\Delta t = \frac{L}{c-V} + \frac{L}{c+V} = \frac{2cL}{c^2 + V^2}$ .

Considerando por último la expresión para la dilatación del tiempo  $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ ,  
simplificando y ordenando se encuentra que  $L = L' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$ .

Este importante resultado merece una detenida reflexión que es conveniente provocar en los estudiantes. Por ejemplo, hacer primero un cálculo numérico como el siguiente: si la longitud del vagón es 10 m para  $O'$  ¿cuánto mide para O fijo al suelo si el tren viaja con una velocidad constante de 100 km/s? Introduciendo estos valores en la fórmula anterior se encuentra que la longitud del vagón resulta ser: 9,428 m. Segundo: ¿es el tren el que se reduce para el observador O? Para la teoría de la relatividad no se trata de una contracción sufrida por la materia como consecuencia del movimiento, como H. Lorentz se vio tentado a pensar, sino que se trata de algo mucho más profundo: lo que se contrae es el espacio. Tercero: Hágase ver que también se trata de un fenómeno recíproco; es decir,  $O'$  ve a O en la estación alejarse con velocidad  $V$  y lo mide a él con la estación y todo contraído del mismo modo. Cuarto: por último construir el gráfico de  $L$  en función de  $V$  y mostrar que a velocidades corrientes el efecto es insignificante y que sólo cuando  $V$  se aproxima a  $c$  la contracción se hace importante, con lo que nuevamente aparece la prohibición relativista de alcanzar, ni menos sobrepasar, la velocidad de la luz.

## Ejemplo G

- Discuten algún método que permita a un viajero superar la velocidad de la luz.

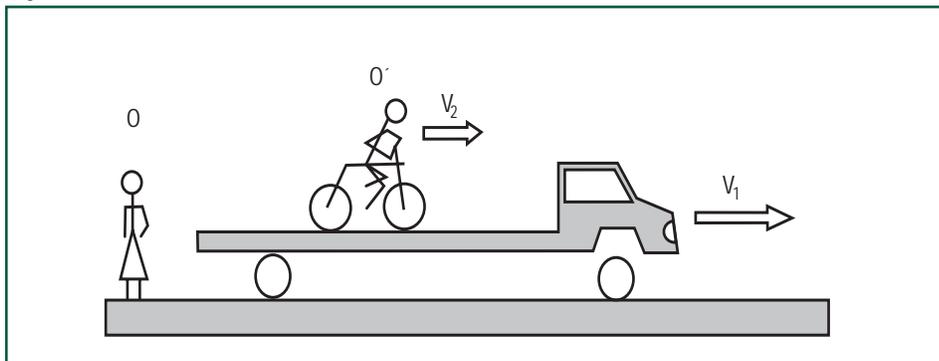
## INDICACIONES AL DOCENTE

Es muy posible que el alumno o alumna crea encontrar la solución del problema con una idea como la que se ilustra en la figura 4.12. Sobre un camión que viaja a 250.000 km/s respecto del suelo corre un ciclista a una velocidad de 100.000 km/s en relación al camión, pues el ciclista, según las transformaciones de velocidad de Galileo, llevaría respecto del suelo una rapidez de 350.000 km/s, mayor que la de la luz. Comentar el hecho que en la teoría de la relatividad las velocidades no se suman al estilo de Galileo, de modo que si  $V_1$  es la rapidez del camión respecto del suelo y  $V_2$  la del ciclista respecto del camión, la velocidad del ciclista respecto del suelo no es  $V = V_1 + V_2$ , sino

$$V = \frac{V_1 + V_2}{1 + \frac{V_1 V_2}{c^2}}$$

Destacar que al remplazar la rapidez del camión y la del ciclista del ejemplo se encuentra que  $V = 273.913 \text{ km/s}$ ,

Figura 4.12.



menor que la velocidad que predicen las ecuaciones de transformación de Galileo y, lo que es más importante, menor que la velocidad de la luz. Es interesante que los estudiantes prueben que la expresión relativista para la suma de las velocidades da siempre por resultado  $V < c$  si  $V_1$  y  $V_2$  son también menores que  $c$ . En otras palabras, la teoría de la relatividad insiste en ponernos dificultades para movernos libremente a la velocidad que queramos. Los estudiantes con mayores habilidades matemáticas podrían encargarse de demostrar la expresión para la suma de velocidades a partir de las fórmulas relativistas para la dilatación del tiempo y la de la contracción del espacio. Es importante hacer notar que si las velocidades son mucho menores que la de la luz, la expresión coincide con la fórmula de suma de velocidades intuitiva, la de Galileo.

Es importante también comentar que todas las relaciones matemáticas que emanan de los postulados relativistas, por extrañas que parezcan a nuestra lógica sustentada en la experiencia diaria, han sido verificadas experimentalmente con un extraordinario grado de exactitud.

#### Ejemplo H

- Discuten si la masa de un cuerpo será o no dependiente de la velocidad.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

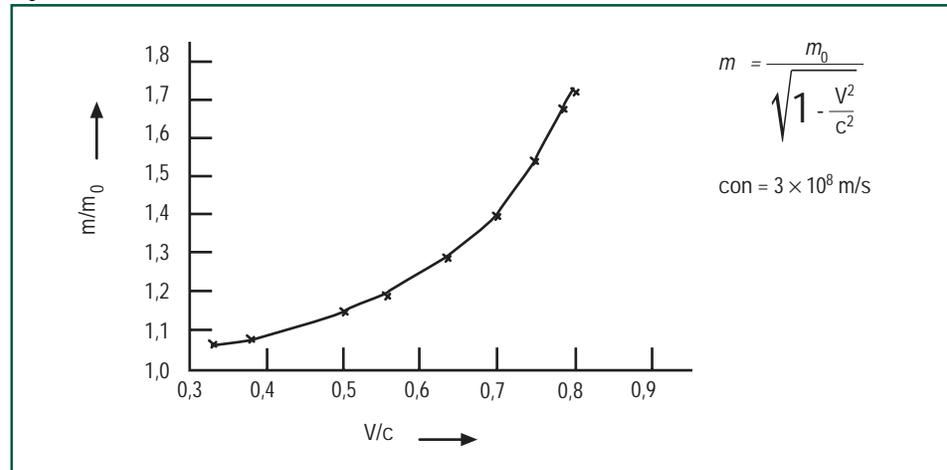
Con seguridad gran parte de los estudiantes apoyará la idea de que la masa de un cuerpo debe ser la misma en todos los sistemas de referencia, pues se la considera una característica intrínseca de cada objeto. Comentar que de los postulados de la teoría de la relatividad especial se desprende que si  $m_0$  es la masa de un cuerpo en el sistema en que está en reposo, para el observador para el cual el cuerpo se mueve con una velocidad constante  $V$  la masa será  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ . Discutir qué ocurre

$$\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

con esta expresión cuando  $V$  es muy pequeña, cuando es muy grande, cercana a  $c$ , y cuando es mayor que  $c$ .

Conviene también realizar algunos cálculos para fijar ideas. Por ejemplo, suponer que un electrón, cuya masa en reposo es de  $1,9 \times 10^{-31}$  kg, es acelerado en un acelerador lineal de partículas hasta alcanzar una rapidez  $0,99c$ ; ¿cuál es su masa para los físicos en el laboratorio? El ejemplo puede ser adecuado para describir cómo son y cómo funcionan los aceleradores de partículas, y comentar que en ellos los físicos comprueban a diario las expresiones relativistas.

Figura 4.13.



Mencionar también que en 1909, sólo cuatro años después de publicado el trabajo de Einstein en que se proponía su teoría, Alfred Bucherer (1863 - 1927) obtuvo la primera verificación experimental de la variación de la masa con la velocidad (cruces en la figura 4.13), midiendo con ayuda de un campo eléctrico y magnético la masa y velocidad de electrones emitidos por sustancias radioactivas.

#### Ejemplo I

Discuten la validez de la segunda ley de Newton a la luz de la teoría de la relatividad.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Es suficiente que alumnos y alumnas adviertan que si se es consecuente con los postulados de la relatividad, la expresión  $F = ma$  no puede ser válida en la física relativista. Una de las maneras de hacerlo ver es que una fuerza pequeña que actúe constantemente sobre un cuerpo en la misma dirección de su movimiento, aumentará indefinidamente su velocidad sin ningún tipo de limitación. Puede señalarse que la expresión relativista de la fuerza es muy complicada para ser considerada en un curso de este nivel.

Puede mencionarse sin embargo que la expresión relativista del momentum es  $p = \frac{mV}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ , y hacer ver su coincidencia con la fórmula clásica cuando  $V \rightarrow 0$ .

## (c) Relación entre masa y energía

---

### Detalle de contenidos

#### ENERGÍA CINÉTICA RELATIVISTA

Expresión relativista para la energía cinética. Comparación con la expresión no relativista. Gráfico de energía en función de la velocidad.

#### LA ECUACIÓN $E = mc^2$

Significado físico e impacto cultural.

#### EL EFECTO COMPTON

Reacciones entre partículas elementales. El fotón de luz y su naturaleza corpuscular.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Analizan y discuten la expresión de la energía cinética en la teoría de la relatividad y la relación entre masa y energía de un cuerpo.**

#### Ejemplo A

- Proponen posibles expresiones para la energía cinética de un objeto en movimiento sugeridas por los resultados ya discutidos, de la teoría de la relatividad. Analizan la expresión que resulta de la correcta elaboración de la teoría.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Conviene recordar que en la física de Newton la energía cinética de un cuerpo de masa  $m$  que viaja con velocidad  $V$  es  $E_c = \frac{1}{2} mV^2$ . Una posible extensión sería reemplazar la constante  $m$  por  $m(V)$ . Explicar que si se hace el cálculo de la energía que se le entrega a un objeto que se acelera hasta la velocidad  $V$ , la respuesta teniendo presente la variación de la masa es  $E_c = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - mc^2$ .

$$\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

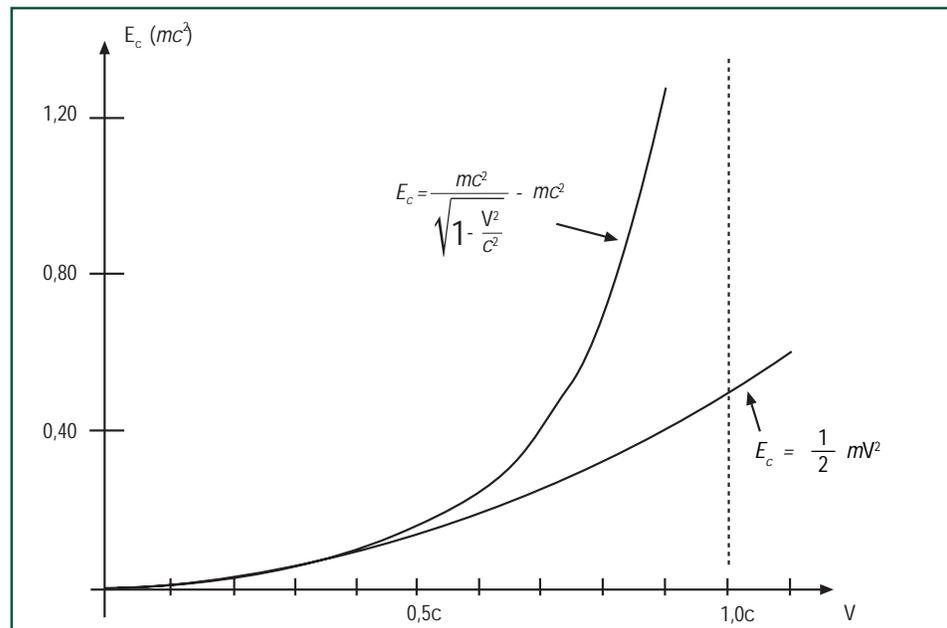
Como esta expresión y la fórmula clásica son aparentemente tan distintas, y los conocimientos matemáticos de los estudiantes posiblemente no les permitan utilizar expansiones en serie y hacer así una comparación analítica entre ellas, es recomendable que realicen en una misma gráfica las dos curvas. El resultado será como el que ilustra la figura 4.14, donde se ve claramente la coincidencia entre las energías cuando la velocidad  $V$  es pequeña comparada con  $c$ .

Es importante destacar también que por mucho que se incremente la energía, la velocidad no sobrepasa la de la luz. Si el gráfico se extendiera para mayores energías se apreciaría que la curva relativista se aproxima asintóticamente a la vertical  $V = c$ , sin llegar nunca a tocarla. Antes de Einstein se pensaba que al aumentar la energía cinética de una partícula se podría incrementar sin límites su velocidad, pero ahora sabemos que la naturaleza nos impone un límite.

Comentar que la expresión para  $E_c$  revela que la parte que depende de la velocidad se le sustrae una constante,  $mc^2$ , que se interpreta como una energía propia de la masa  $m$ , que no depende del estado de movimiento. Esta es la magnitud importante en las reacciones nucleares como las que producen el calor y la luz del Sol, en la obtención de energía nuclear, en la radioactividad, etc.

Es importante insistir que estos hechos se comprueban experimentalmente a diario en los aceleradores de partículas, en los cuales es posible acelerar protones y electrones hasta velocidades muy próximas a  $c$ .

Figura 4.14.



## Ejemplo B

- Calculan la energía contenida en un cuaderno o en ellos mismos debido a su masa, empleando la expresión de Einstein  $E = mc^2$ . La comparan con energías de procesos cotidianos como recoger un lápiz del suelo y estiman la utilidad que podría tener si se la pudiera utilizar.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Como complemento a la actividad anterior se recomienda presentar la fórmula  $E = mc^2$ , verdadero símbolo de la teoría de la relatividad, como otra de las consecuencias de los postulados de la relatividad. Insistir que Einstein la encontró al calcular la energía de un cuerpo de masa  $m$ , siguiendo sus postulados, y se aplica aún cuando el cuerpo esté en reposo y lejos de cualquier otro cuerpo, es decir, sin energía cinética ni potencial. Decir que para referirse a ella se habla de energía de masa.

- Para el desarrollo de la actividad conviene destacar los siguientes aspectos:
  - 1) se trata de una tremenda cantidad de energía. El análisis de algún ejemplo numérico como el siguiente es indispensable. Un cuaderno escolar posee una masa del orden de 0,4 kg. Por lo tanto su energía de masa es  $E = 0,4 \text{ kg} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 3,6 \times 10^{16} \text{ joule}$ . Para que los estudiantes tengan una noción de lo que significa esta energía podemos pedirles que calculen la energía involucrada en levantar un cuaderno del suelo y comparar ambas energías. O se puede preguntar hasta qué altura podría elevarse un tren de carga con 100 vagones de 300 toneladas cada uno utilizando la energía de masa del cuaderno. La respuesta (aproximadamente 12.000 km) sin duda los sorprenderá. También puede plantearse una pregunta como la siguiente: ¿cuántas ampolletas de 100 watts pueden mantenerse iluminando continuamente durante 100 años con la energía de masa del cuaderno? La respuesta (aproximadamente 114 mil) también sorprende;
  - 2) que la existencia de esta tremenda cantidad de energía haya permanecido inadvertida no es extraño debido a que es fruto de la estructura nuclear, la cual se empezó a estudiar recién en el siglo XX;
  - 3) que la variación de masa ocurre a nivel del núcleo atómico y en las interacciones entre las partículas elementales. Este descubrimiento permitió la construcción y detonación de la bomba atómica, la bomba de hidrógeno y la construcción y utilización para obtener energía útil, de reactores nucleares (que son como una bomba atómica que explota lentamente y en forma controlada) y explica también cómo funcionan las estrellas. Comentar que antes de la teoría de la relatividad la larga vida y evolución de las estrellas constituía un gran misterio, pues en su centro se está produciendo una significativa transformación de masa en calor y radiación.

Este es un buen momento para hacer reflexionar a los jóvenes acerca del hecho que el conocimiento entrega poder, el que se puede usar para bien de la humanidad, o para fines destructivos. Destacar los usos pacíficos de la energía nuclear (obtención de energía, medicina) y mencionar el impacto político de los arsenales bélicos nucleares durante la segunda mitad del siglo XX.

Conviene hacer ver a los estudiantes que la energía nuclear puede usarse en beneficio de las personas. Por ejemplo, puede proporcionar energía eléctrica, la cual para países que no tienen hidrocarburos o con pocas fuentes hidrográficas puede significar la solución del problema energético.

Destacar que los elementos radioactivos que se producen en los reactores nucleares son de gran utilidad en el diagnóstico y terapia de muchas enfermedades graves, con muy buenos resultados.

### Ejemplo C

Diseñan, aplican y analizan una entrevista o encuesta a personas del entorno, consultando su opinión acerca de los usos pacíficos (medicina, generación de energía), los usos bélicos (la bomba atómica, su rol en la Segunda Guerra Mundial y en la política del período posterior), la contaminación que produce su uso, etc.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Aún cuando el propósito de una actividad como esta es otro que la realización y aplicación de encuestas, es conveniente preocuparse que las preguntas, así como la actitud de los encuestadores, sean imparciales. Lo importante aquí es que alumnos y alumnas se vean expuestos a un análisis valórico objetivo de la situación.

### Ejemplo D

Realizan una investigación bibliográfica acerca de los usos pacíficos de la energía nuclear.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Es interesante que al menos uno de los trabajos que resulten de esta actividad sea expuesto al curso, y comentado entre todos.

### Ejemplo E

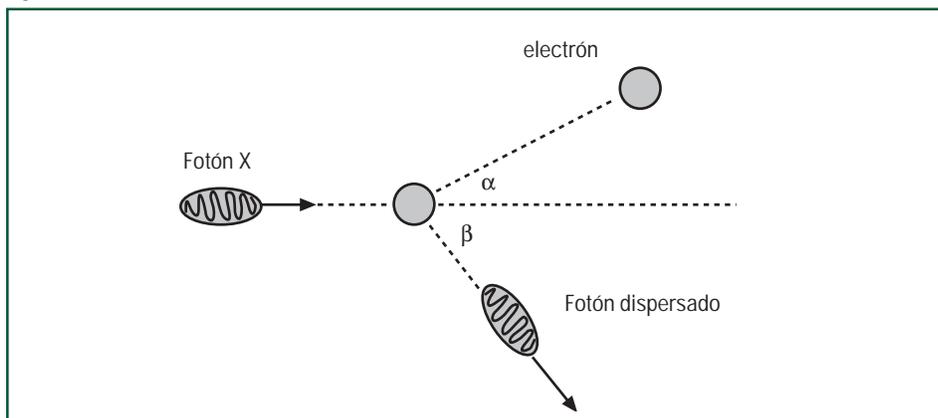
A partir de un análisis del efecto Compton discuten el comportamiento corpuscular de la luz.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Puede ser adecuado iniciar esta actividad recordando la historia de las teorías acerca de la naturaleza de la luz. Mencionar, por ejemplo, que para Isaac Newton la luz estaba compuesta de partículas, que algunos experimentos y mediciones sugirieron que tendría naturaleza ondulatoria (Huygens, Thomas Young, etc.), y que con J. C. Maxwell (1831 - 1879) y H. Hertz esta visión se convierte en un hecho establecido. Hacer ver que hasta comienzos del siglo XX onda y corpúsculo eran conceptos excluyentes. La luz era una cosa o la otra.

A continuación, es conveniente relatar que en el mismo año que Einstein nos lega su teoría especial de la relatividad (1905) y en la misma revista (*Anales de Física*), publica otro trabajo que lo terminará haciendo merecedor del premio Nobel en 1921. Se trata del efecto fotoeléctrico, según el cual la luz es capaz de sacar electrones de un metal. Con el propósito de explicar el que la energía de los electrones depende de la frecuencia de la luz con que se lo ilumine y no de su intensidad, Einstein propone entender la luz como una partícula a la cual posteriormente se llamará fotón, y que posee la energía  $E = hf$  y la cantidad de movimiento  $p = \frac{hf}{c}$ . Indicar que  $h = 6,626 \times 10^{-34}$  Js es la constante de acción de Planck y  $f$  la frecuencia de la radiación.

Figura 4.15.



Señalar que Arthur Holly Compton (USA, 1892 - 1962) en 1923 confirmó experimentalmente por medio de rayos X estas revolucionarias ideas. En el proceso descrito en la figura 4.15 se conserva la energía y el momentum lineal asociado a las partículas, considerado desde el punto de vista vectorial.

Es importante agregar que estas ideas de Einstein contribuyeron a crear, junto a la teoría de la relatividad, el otro pilar que hoy nos permite comprender el mundo. Esta es la física cuántica, según la cual la luz tiene intrínsecamente la doble naturaleza onda - corpúsculo y el futuro sólo se puede predecir en forma probabilística. Con el fin de motivar a los estudiantes, conviene señalar que en la Formación Diferenciada de 4º Medio se tratará esta interesante rama de la física.

Como dato curioso puede mencionarse el que, aún cuando el propio Einstein generó ideas que se convertirían en las bases de la física cuántica, nunca creyó en que se trataba de una teoría definitiva. Con la célebre frase "Dios no juega a los dados", Einstein expresa su opinión contraria al componente probabilístico de la teoría que nacía.

## (d) La antimateria en el Universo

---

### Detalle de contenidos

#### LAS PARTÍCULAS ELEMENTALES

Los electrones, protones, neutrones, neutrinos, etc. y sus principales características. Breve reseña histórica del descubrimiento y detección del electrón, del neutrino, el top quarks, u otra partícula relevante.

#### LAS ANTIPARTÍCULAS

Postulado de la existencia a partir de la relatividad especial. Su descubrimiento y características principales. Aniquilación con las correspondientes partículas.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Describen a grandes rasgos la historia del descubrimiento de las partículas elementales al igual que sus principales características y el modo en que configuran la materia.**

#### Ejemplo A

- Analizan un listado con los nombres, símbolos, y principales propiedades de las partículas que se conocen. Describen las formas en que se detectan y el modo en que integran la materia que nos rodea.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

En muchos textos de física figuran datos como los que se registran en el cuadro siguiente, que es el que interesa que los alumnos y alumnas consideren.

En el análisis que se realice conviene mencionar aspectos como los siguientes:

- 1) que la palabra de origen griego “átomo” significa indivisible. Sin embargo, lo que hoy llamamos átomo está formado por otras partículas más pequeñas: electrones, protones y neutrones. Mencionar que el estado natural de los átomos es eléctricamente neutro, por lo que posee tantos electrones como protones, pudiendo tener un número variable de neutrones (isótopos). Cuando un átomo pierde un electrón, se transforma en un ión de carga positiva;

- 2) mencionar que la primera partícula elemental descubierta fue el electrón en 1897, relatando las instancias y el aparataje empleado. Dar similares antecedentes acerca del neutrino, partícula elemental que puede fascinar a los estudiantes. Destacar que su existencia fue predicha por Wolfgang Pauli (1900 - 1958) en 1930, y recién confirmada experimentalmente en 1956. Mencionar también la importancia de la radioactividad, la radiación cósmica y, más recientemente, los cada vez más poderosos aceleradores de partículas en los cuales es posible observar colisiones muy violentas en condiciones controladas;
- 3) en los inicios de la física de partículas la radiación cósmica fue la principal fuente de partículas con altas energías. Los alumnos y alumnas se sorprenderán de saber que constantemente se encuentran sometidos al bombardeo de partículas de muy alta energía. Concretamente, a nivel del mar, cada una de nuestras manos extendidas de forma horizontal es atravesada por una de estas partículas, en promedio, una vez por segundo. Esta radiación es debida a un fenómeno que fue un enigma durante las primeras décadas del siglo XX y cuyo estudio ha tenido consecuencias de gran trascendencia. Por un lado, dio lugar al descubrimiento de nuevas partículas, provocando un cambio radical en nuestra concepción de la estructura microscópica de la materia. Pero, además, está aportando una valiosa información acerca de la estructura del Universo. El nombre se lo dio Robert Millikan (1868 - 1953) en 1925, aún cuando su existencia se empezó a registrar alrededor de 1910. La figura 4.16 muestra una típica avalancha de partículas generadas al interactuar esta radiación con la atmósfera.  
Mencionar también que cada segundo atraviesa nuestro cuerpo cerca de un millón de neutrinos provenientes del Sol y del cosmos;
- 4) la detección e identificación de estas partículas se ha realizado con diferentes métodos e instrumentos. De valor histórico son el contador Geiger, el contador de destellos o fotomultiplicador, la cámara de niebla y la cámara de burbujas. Estos últimos contienen un gas o líquido donde, al pasar estas partículas, queda un claro rastro que se puede registrar fotográficamente. Como las partículas o tienen carga positiva, negativa o carecen de ella, basta disponer al contador entre los polos de un imán para apreciar desviaciones hacia un lado o el otro, si están electrizadas, o de seguir rectilíneamente, si son neutras. Véase figura 4.17. En el caso de las partículas con carga eléctrica, la magnitud de la desviación que experimentan permite determinar la relación entre su masa y velocidad;
- 5) mencionar el llamado “modelo standard” de la materia, el que incluye como elementos sólo a unas pocas partículas elementales (no compuestas): el electrón, el neutrino, el fotón y los quarks. Existen muchas otras partículas que son compuestas, como el protón y el neutrón, (ambos formados por tres quarks);
- 6) mencionar que el protón y el neutrón están compuestos cada uno por tres quarks (protón: udu, neutrón: dud). Comprobar en base al cuadro siguiente que su carga es 1 y 0 respectivamente.

Categoría	Nombre	Símbolo	Antipartícula	Masa en reposo MeV/c <sup>2</sup>	Vida media (s)	
					partícula	antipartícula
Fotón	Fotón	$\gamma$	Ella misma	0	Estable	
Leptón	Electrón	$e^-$	$e^+$	0.511	Estable	
	Neutrino (e)	$\nu_e$	$\bar{\nu}_e$	0 (?)	Estable	
	Muón	$\mu^-$	$\mu^+$	105,7	$2,2 \times 10^{-6}$	
	Neutrino( $\mu$ )	$\nu_\mu$	$\bar{\nu}_\mu$	0 (?)	Estable	
	Tau	$\tau^-$	$\tau^+$	1784	$4 \times 10^{-13}$	
	Neutrino( $\tau$ )	$\nu_\tau$	$\bar{\nu}_\tau$	0(?)	Estable	
					Carga eléctrica <sup>(3)</sup>	
					partícula	antipartícula
Quarks	Up	u	$\bar{u}$	310	2/3	-2/3
	Down	d	$\bar{d}$	310	-1/3	1/3
	Charm	c	$\bar{c}$	1500	2/3	-2/3
	Strange	s	$\bar{s}$	505	-1/3	1/3
	Top	t	$\bar{t}$	>22.500	2/3	-2/3
	Bottom	b	$\bar{b}$	5000	-1/3	1/3

## Ejemplo B

- Especulan a qué se podría llamar antimateria y comentan su predicción y algunas de sus características.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Se recomienda iniciar el tema discutiendo la idea que alumnos y alumnas ya tienen acerca de la antimateria. Relatar luego las circunstancias de su predicción por parte de Paul Dirac (1902 - 1984). Destacar que este físico inglés construyó una teoría relativista (cuántica) del electrón, y en ella apareció el antielectrón (hoy llamado positrón) como una solución inesperada de las ecuaciones.

Un argumento de la física clásica que permite visualizar la aparición de la "antimateria" en las ecuaciones es el siguiente. Primero, notar que en la mecánica, más fundamental que la velocidad es el momentum, el cual está sujeto a una ley de conservación, como la energía. Teniendo presente

<sup>3</sup> Se expresan en unidades de carga del electrón.

esto, buscar entonces una expresión para la fórmula  $E = mc^2$  en que no aparezca la velocidad, sino el momentum. La solución es  $E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$ , como se puede fácilmente demostrar. Para obtener la energía hay entonces que extraer la raíz cuadrada, de donde se obtienen dos soluciones: una negativa y una positiva. En particular, si la partícula no se mueve,  $E = \pm m_0 c^2$ . La con energía de masa positiva es la partícula, y la con energía negativa, su antipartícula. Así como un electrón tiene su antipartícula (el positrón), todas las demás (neutrinos, quarks, etc.) tienen también cada una su antipartícula. Mencionar que en algunos casos, como el fotón, la partícula y su antipartícula son idénticas.

Figura 4.16.

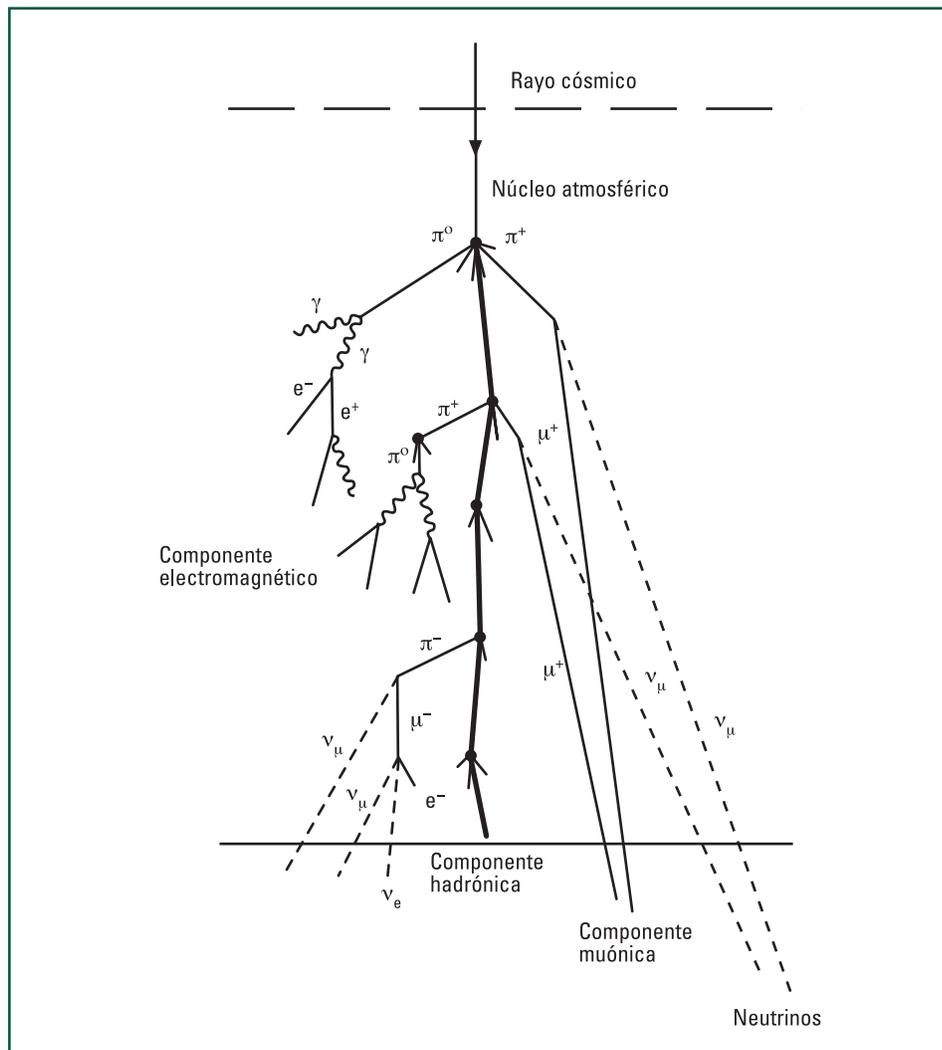
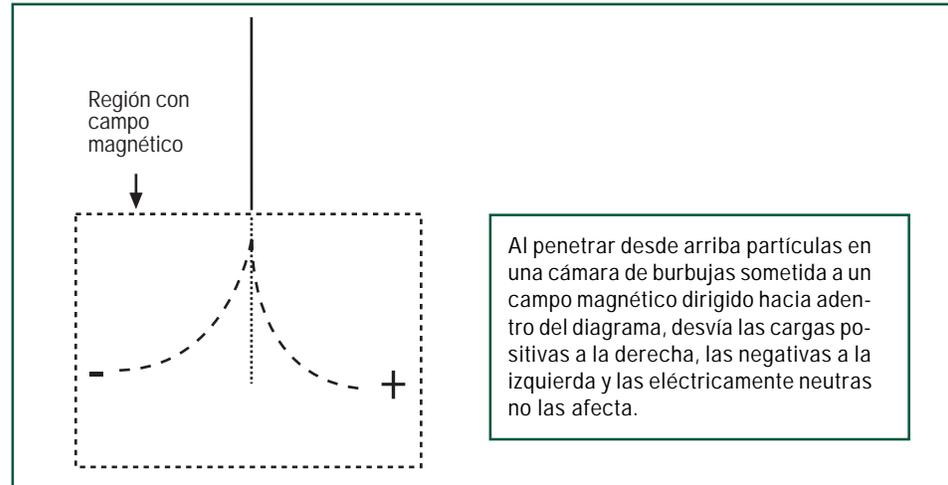
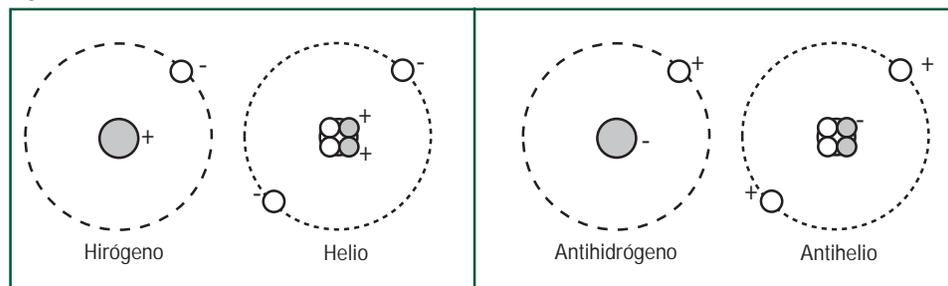


Figura 4.17.



Indicar una fundamental propiedad de la antimateria: cuando se encuentra con su pareja de materia, ambas se aniquilan liberándose su energía de masa ( $2m_0c^2$ ), por ejemplo, en fotones. Destacar que nuestro Universo está hecho de materia, aunque continuamente se está formando antimateria en el choque de la radiación cósmica con la Tierra, en el interior del Sol, en las sustancias radioactivas, etc. lo que pronto se aniquila con algún par. Mencionar que el año 1996 en EE.UU., los físicos lograron construir por un muy breve tiempo átomos de antihidrógeno (figura 4.18).

Figura 4.18.



## Ejemplo C

Especulan sobre la posibilidad de que existan astros en el Universo hechos de antimateria y sobre una posible manera de detectarlos.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Después de las elucubraciones de los estudiantes al respecto destacar que, hasta donde sabemos, el Sol, las estrellas, galaxias y otros objetos en el espacio están hechos de materia. Esta asimetría del Universo, el hecho que no haya tanta materia como antimateria, sorprende aún a los científicos. Gracias a ella existimos en forma de materia y no sólo como un gas de fotones, por ejemplo. Si llegara un antiastronauta a la Tierra sería fatal darle la mano...

## (e) Teoría de la gravitación de Einstein

---

### Detalle de contenidos

#### ANOMALÍA DEL MOVIMIENTO DEL PERIHELIO DEL PLANETA MERCURIO

Descripción del movimiento de la órbita de Mercurio. Diferencia entre lo que se observó y lo que predice la mecánica de Newton. Explicaciones teóricas.

#### PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA

Comparación entre dos sistemas de referencia: uno acelerado y otro en un campo gravitacional. Enunciado del principio de equivalencia. La curvatura del espacio y la desaparición del concepto de fuerza de gravedad.

#### VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL DE LA CURVATURA DEL ESPACIO

Observación de las estrellas en el eclipse de 1919. Lentes gravitacionales. Agujeros negros. Evolución posible del cosmos.

## Actividades genéricas y ejemplos a elegir

### Actividad 1

---

**Describen a grandes rasgos el problema relativo al movimiento anómalo del planeta Mercurio.**

#### Ejemplo A

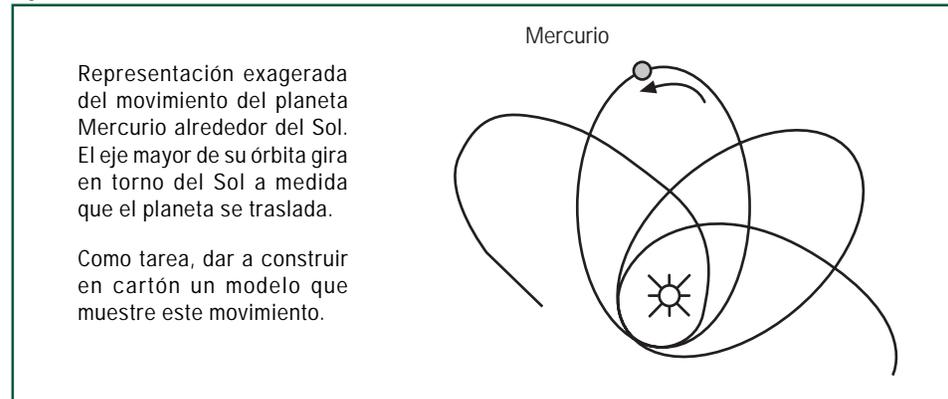
- Describen el movimiento anómalo del planeta Mercurio y especulan sobre posibles efectos que lo expliquen.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Una figura como la 4.19 puede ser útil para explicar en qué consiste esta anomalía en la órbita del planeta más cercano al Sol que consiste en una muy pequeña diferencia entre el movimiento observado del eje de la órbita del planeta Mercurio, su perihelio, y lo que predicen los cálculos basados en la ley de gravitación universal de Isaac Newton. Luego de una discusión acerca de las posibles causas, mencionar que los intentos por explicar esta diferencia, que sólo es de unos pocos segundos

de grado (43") por siglo, habían fracasado durante el siglo XIX: la existencia de un planeta pequeño más cercano aun al Sol, que fue bautizado como Vulcano y buscado por mucho tiempo, la de un tenue anillo que rodearía al Sol, etc. Hubo que esperar hasta 1916, año en que Einstein con su teoría general de la relatividad logró explicar esta anomalía.

Figura 4.19.



## Actividad 2

**Analizan el principio de equivalencia de la relatividad general y sus consecuencias.**

### Ejemplo A

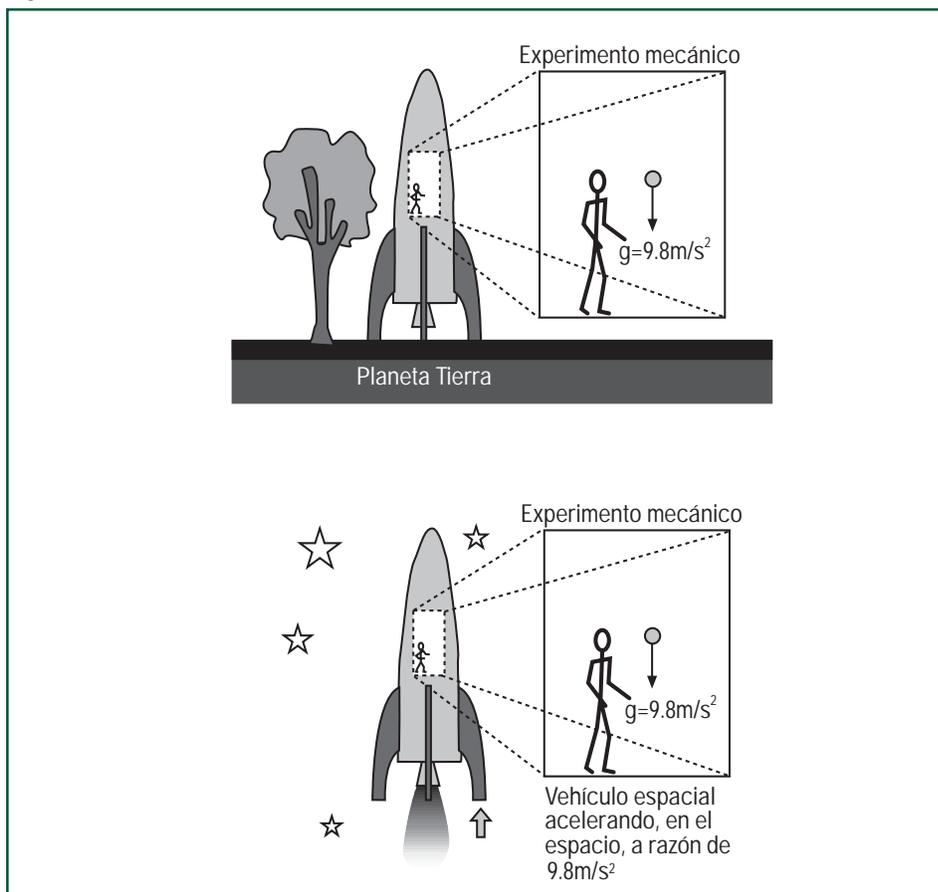
- Comparan lo que ocurre en un sistema de referencia inmerso en un campo gravitacional con otro que acelera en relación a un sistema de referencia inercial.

### INDICACIONES AL DOCENTE

Comentar en primer lugar que la masa de un cuerpo aparece tanto como una medida de su inercia, en la segunda ley de Newton, como en la magnitud de la fuerza con que se atrae con otro cuerpo, en la ley de gravitación universal. Estas masas, la inercial y la gravitatoria, ¿serán iguales? Discutir el punto con los estudiantes y luego indicar que para extender su teoría de la relatividad especial al caso de movimiento acelerado Einstein postuló la igualdad de ambas masas (principio de equivalencia). Suponiendo válido este principio, se puede entrar a discutir una situación como la que sugiere la figura 4.20. Si el astronauta se encuentra encerrado en su cabina e imposibilitado de ver hacia fuera y sentir los motores de su propio cohete, no podrá distinguir haciendo experimentos de mecánica al interior de su cabina, en qué situación se encuentra posado en el planeta Tierra o viajando por el espacio con una aceleración de  $9,8 \text{ m/s}^2$  respecto de un SRI.

De la misma manera, si va en caída libre (como el ascensor al que se le cortó el cable que lo soporta), el astronauta no podrá distinguir si cae o está en un SRI donde no actúan fuerzas. Indicar que Einstein postula que en un tal sistema en caída libre las leyes de la física adquieren la misma forma que en un SRI.

Figura 4.20.



## Ejemplo B

- Especulan sobre lo que ocurriría en la misma situación ilustrada en el ejemplo anterior si en vez de realizar experimento de mecánica se estudia lo que ocurre con la propagación de un rayo de luz.

## INDICACIONES AL DOCENTE

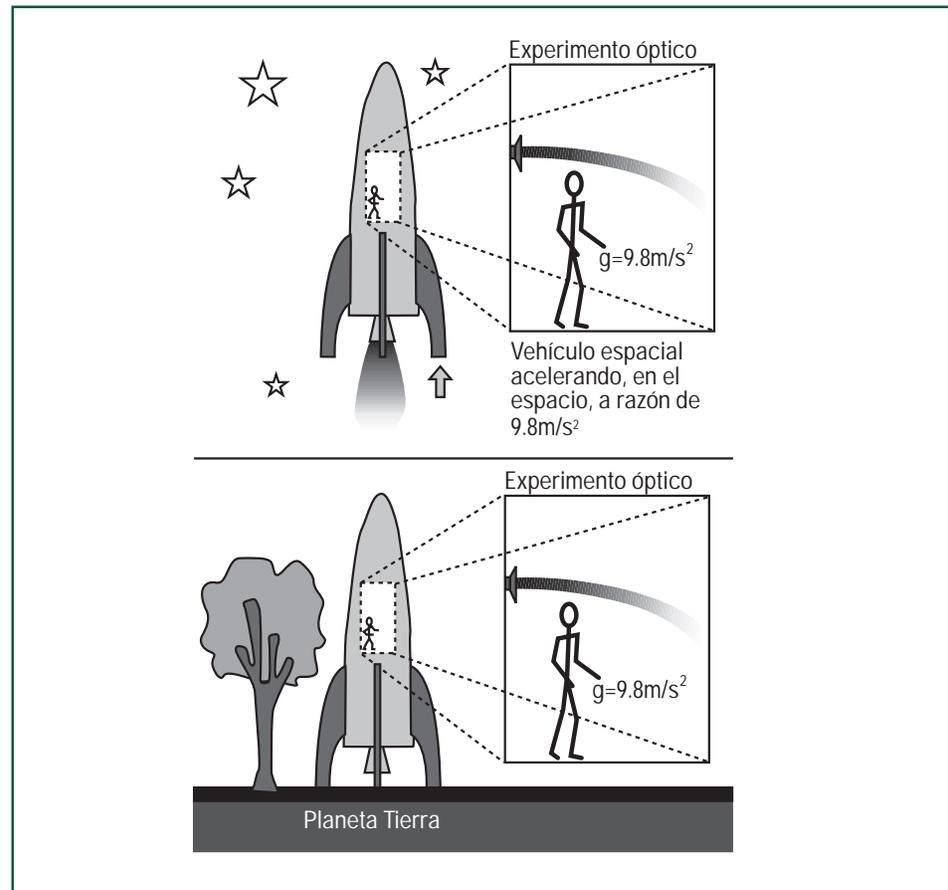
Después de recoger las ideas de los estudiantes acerca de si un rayo de luz se propaga en línea recta o no en las cercanías de la Tierra, es conveniente que se vuelva sobre las consecuencias del principio de equivalencia que se ilustró en el ejemplo anterior. Para Einstein el astronauta tampoco podría diferenciar entre una aceleración inercial y una gravitacional realizando experimentos que involucren a un rayo de luz (no mecánico).

Una consecuencia bastante fácil de entender con ayuda de una figura como la 4.21, es la siguiente:

Al lanzar el astronauta horizontalmente un rayo de luz dentro de la cabina cuando el cohete acelera en el espacio respecto de un sistema inercial, verá que sigue una trayectoria curva (una parábola) semejante a la que seguiría un objeto masivo, sólo que menos pronunciada debido a la

elevada velocidad de la luz. Ahora bien, si el astronauta se encuentra en la cabina de su cohete cuando éste está en reposo en el campo de gravedad de la Tierra, según el principio de equivalencia de Einstein, el astronauta debe observar que el rayo de luz describe la misma trayectoria que en el caso anterior pues no puede distinguir entre ambas situaciones. En otras palabras, el principio de equivalencia, eje central de la teoría general de la relatividad publicada por Einstein en 1916, predice que las masas, por ejemplo la de la Tierra, desvían a los rayos de luz que pasen cerca de ella.

Figura 4.21.



## Ejemplo C

Formulan hipótesis destinadas a explicar por qué en la vida cotidiana no observamos el efecto relativista según el cual la gravedad desviaría a la luz, y proponen experimentos destinados a dirimir sobre la veracidad de esta predicción.

## INDICACIONES AL DOCENTE

Después del análisis hecho por los estudiantes, es conveniente que se den orientaciones como las siguientes. El fenómeno no lo observamos debido principalmente a que el campo gravitacional de la Tierra es muy pequeño y las distancias recorridas por la luz son muy pequeñas, incluso para ser

medidas por instrumentos de alta precisión. Un simple cálculo lo muestra: en recorrer Chile de norte a sur (4500 km) un rayo de luz demora  $4.500/300.000 = 0,015$  s, sufriendo en ese lapso una desviación de apenas  $\frac{1}{2} g(0,015)^2 \approx 1$  mm. Hacer ver que en astros mucho más masivos que la Tierra, por ejemplo las estrellas, las galaxias, etc., el efecto sí puede ser medido.

Basado en figuras como las 4.21 y la 4.22 se puede ilustrar la primera verificación de la teoría general de la relatividad. De esta interesante experiencia conviene destacar los siguientes puntos:

- 1) la luz proveniente de una estrella y que pase muy cerca del Sol debiera desviarse según lo muestra la figura 4.21;
- 2) como las estrellas no son visibles de día puede aprovecharse un eclipse de Sol para detectar dicha desviación;
- 3) esta fue la observación que realizó el físico inglés Arthur Eddington (1882 - 1944) en un eclipse total que se produjo poco después de la predicción de Einstein, y que tuvo lugar el 29 de mayo de 1919, en la Isla del Príncipe, Golfo de Guinea. Otro inglés, Andrew Crommelin (1865 - 1939), observa con el mismo propósito el eclipse pero desde la selva del Brasil. Sin aportar una gran exactitud en las mediciones, las fotografías tomadas por ambas expediciones mostraron una concordancia con la predicción relativista lo suficientemente buena como para que se lo considerara una verificación de las sorprendentes ideas de Einstein.

Figura 4.21.

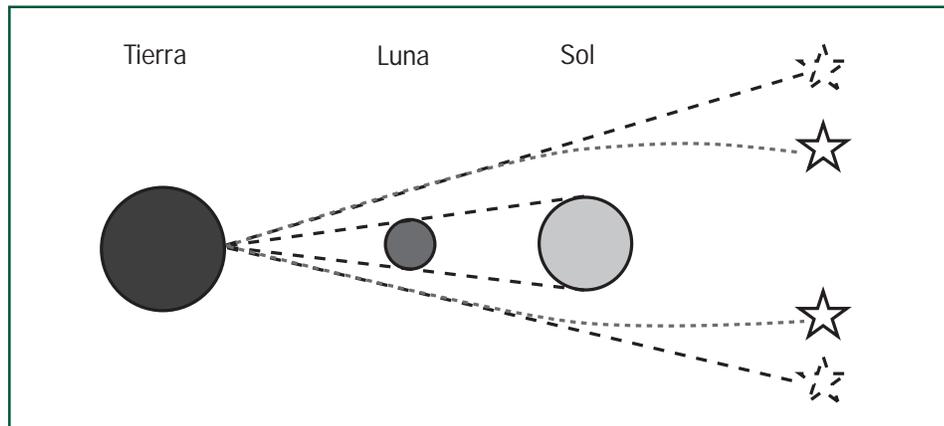
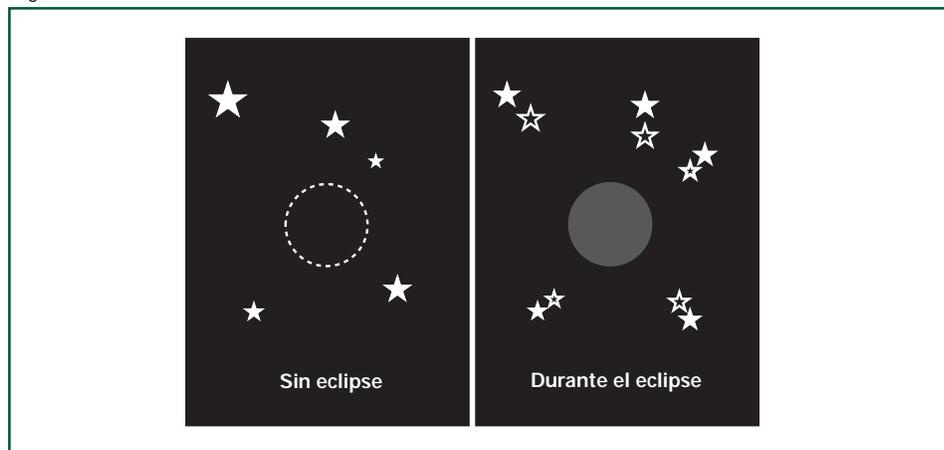


Figura 4.22.



- 4) Posteriores mediciones tanto ópticas como radioeléctricas han mostrado una concordancia notable con la predicción relativista. La observación en 1979 del primer lente gravitacional detectado en el cosmos constituyó otra espectacular comprobación de la teoría general de la relatividad.

#### Ejemplo D

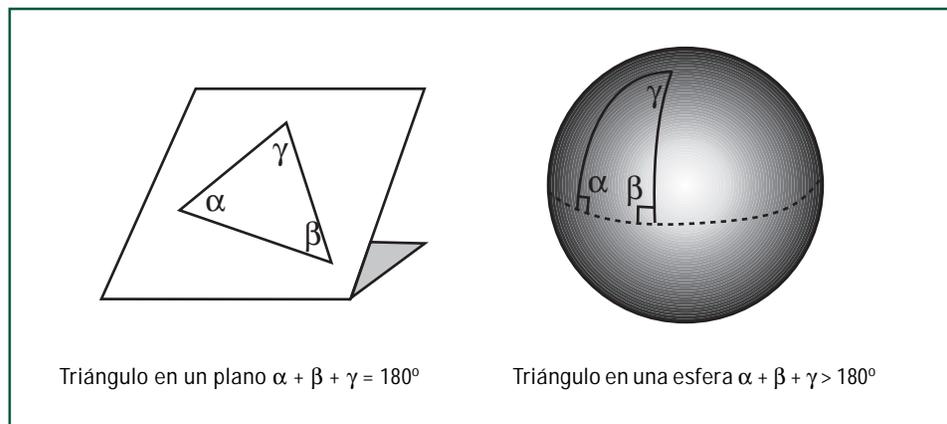
Analizan el concepto de curvatura del espacio y lo simulan por medio de una tela que represente el espacio, pelotas que lo deformen y bolitas que orbitan en él.

#### INDICACIONES AL DOCENTE

Es conveniente iniciar la discusión con una reflexión acerca de la geometría plana, o geometría de Euclides. Discutir la geometría sobre una esfera (geometría curva) y hacer ver, por ejemplo con un triángulo con dos vértices en el ecuador y uno en el polo sur, que la suma de los ángulos interiores es mayor que  $180^\circ$  (ver figura 4.23). Mencionar luego que en la teoría de la relatividad general la presencia de una masa curva el espacio para otra masa en el vecindario y, por ejemplo, los planetas describen elipses y no líneas rectas en las cercanías del Sol. No es entonces necesario hablar de fuerza gravitacional, sino en vez, de curvatura del espacio. En presencia de materia, el espacio ya no es euclideo y la distancia más corta entre dos puntos deja de ser una recta, por ejemplo, para convertirse en un trozo de elipse.

Para la simulación de un espacio curvo se puede usar una sugerencia del propio Einstein. Hacer que un grupo de estudiantes estire desde sus bordes una sábana o cortina en cuyo centro se ha colocado una pelota de fútbol u otro objeto pesado que represente al Sol. Los alumnos pueden intentar dejar orbitando bolitas. En el Anexo D, Elementos de Laboratorio, se proporciona un ejemplo de montaje más permanente para trabajar una actividad como esta en grupos pequeños.

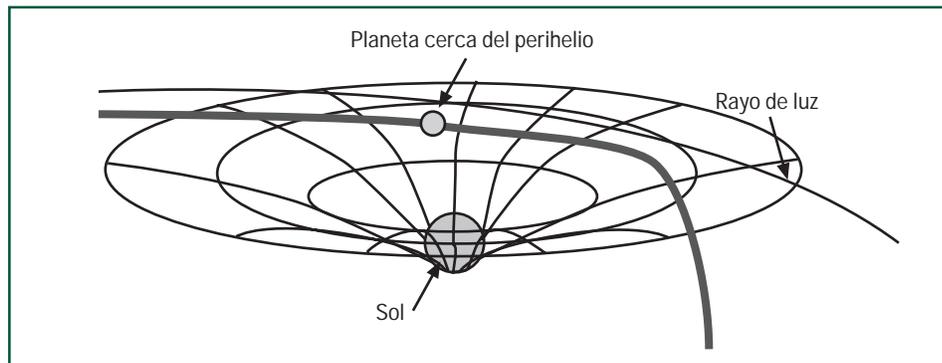
Figura 4.23.



Para un mejor aprovechamiento de esta actividad se recomienda seguir la siguiente línea de análisis:

- 1) el espacio tiempo es un continuo de cuatro dimensiones que se curva en presencia de masas. Como esto escapa a nuestra imaginación utilizamos figurativamente el caso de dos dimensiones para ilustrar el fenómeno de la curvatura del espacio. Así, la tela misma representa el espacio tiempo en que nosotros existimos;
- 2) la figura 3.24 representa figurativamente el espacio curvo en las inmediaciones de una estrella como el Sol, e ilustra el modo en que afecta la trayectoria de un planeta o un rayo de luz;
- 3) si se calcula la órbita del planeta Mercurio en base a la teoría general de la relatividad, los resultados dan cuenta de la pequeña desviación que había sido detectada por los astrónomos;

Figura 4.24.



- 4) gracias a sondas dejadas en la Luna y Marte, mediciones recientes de los movimientos de en estos astros y de la Tierra han permitido obtener verificaciones muy rigurosas de la teoría general de la relatividad:
- 5) destacar por último que la interpretación de la gravedad es en la teoría de Einstein muy distinta a la de Newton. En esta última, por ejemplo, la Tierra se mueve en torno del Sol debido a una fuerza que éste le aplica a distancia. Igualmente una manzana cae debido a una fuerza que le aplica la Tierra. Según la teoría de Einstein, en cambio, no hay fuerza, los objetos, planetas, cometas o manzanas, se mueven siguiendo la curvatura del espacio en que se encuentran.

## Anexo A: Unidades, símbolos y constantes fundamentales

En este programa se utiliza el Sistema Internacional de Unidades (S.I.), hoy adoptado convencionalmente por la mayoría de los países.

Unidades básicas			Algunas unidades derivadas			
Cantidad	Nombre	Símbolo	Cantidad	Nombre	Símbolo	
longitud	metro	m	frecuencia	hertz	Hz	s <sup>-1</sup>
masa	kilogramo	kg	velocidad	m/s <sup>2</sup>		
tiempo	segundo	s	fuerza	newton	N	kg·m/s <sup>2</sup>
corriente eléctrica	ampere	A	presión	pascal	Pa	N/m <sup>2</sup>
temperatura	kelvin	K	trabajo, energía	joule	J	N·m
			potencia	watt	W	J/s
			carga eléctrica	coulombo	C	A·s
			potencial eléctrico	volt	V	W/A
			resistencia eléctrica	ohm	Ω	V/A

**Equivalente mecánico del calor:**  
1 Caloría= 4,18 joule

Algunas constantes fundamentales que pueden resultar útiles en este curso:

Cantidad	Símbolo	Valor
Carga del electrón	$e$	$1,602 \times 10^{-19}$ C
Constante de gravitación universal de Newton	$G$	$6,672 \times 10^{-11}$ N·m <sup>2</sup> /kg <sup>2</sup>
Constante de Planck	$h$	$6,626 \times 10^{-34}$ J·s
Electrón-volt	$eV$	$1,602 \times 10^{-19}$ J
Masa del electrón (en reposo)	$m_e$	$9,109 \times 10^{-31}$ kg
Masa del neutrón (en reposo)	$m_n$	$1,674 \times 10^{-27}$ kg
Masa del protón (en reposo)	$m_p$	$1,672 \times 10^{-27}$ kg
Velocidad de la luz en el vacío (exacto)	$c$	$2,99792458 \times 10^8$ m/s

## Anexo B: Glosario de fórmulas

Al final del curso se espera que alumnos y alumnas comprendan las expresiones que se listan a continuación, y las empleen con familiaridad. A la derecha de cada fórmula se da la página en que es considerada.

Unidad 1: Estática			Página(s)	
Condiciones de equilibrio	$\Sigma F = 0$	$\Sigma \tau = 0$	17	
<b>Unidad 2: Dinámica de rotaciones</b>				
Movimiento circular	$d = \frac{1}{2} at^2$	$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$	29, 30, 31, 39	
	$v = v_0 t + at$		30	
Movimiento rectilíneo	$v = \omega r$	$a_t = \alpha r$	$a_c = \omega^2 r$	29
	$\alpha = \frac{a}{r}$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} at^2$		30
	$\omega = \omega_0 + \alpha t^2$			30
	$\alpha = \frac{\tau}{mr^2}$	$a = \frac{mr}{I} \left( g - \frac{2d}{l^2} \right)$		31
	$a_c = \frac{v^2}{r}$	$v = \frac{2\pi r}{T}$		60, 61
Fuerza	$F_t = ma_t$		31	
	$F = ma$		82, 95	
Torque	$\tau = Fr$	$\tau = I\alpha$	31	
Momento de inercia	$L = I\omega$	$L = mvr$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	33, 34

Unidad 3: Gravitación y leyes de Kepler		Página(s)
Movimiento de proyectiles	$v_x = v_{0x}$ $v_y = v_{0y} + gt$	41
	$x = x_0 + v_{0x}t$ $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$	41
	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	
Tercera ley de Kepler	$T^2 = Ka^3$	55, 60
Aceleración de gravedad	$g = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ $g = \frac{4\pi^2}{K} \cdot \frac{1}{r^2}$ $g \propto \frac{1}{r^2}$	60, 61
Ley de gravitación de Newton	$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	61, 64, 66, 68
Peso	$F_g = mg$	64, 68
Masa de un astro	$M = \frac{gR^2}{G}$ $M = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 G}$	64
Radio órbita de satélite	$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$	69
Energía		
Cinética	$E_c = \frac{1}{2}mv^2$	70, 96, 97
Potencial gravitatoria	$E_p = mgh$	71
Total	$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$ $E = -G \frac{Mm}{2r}$	71, 72
Velocidad de escape	$v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$	72
Radio de Schwarzschild	$R = \frac{2GM}{c^2}$	74

Unidad 4: El mundo relativista		Página(s)
Ecuaciones de transformación de Galileo		80, 81
Posición	$x' = x - Vt$ $x = x' + Vt$ $y' = y$ $y = y'$ $z' = z$ $z = z'$	
Tiempo	$t' = t$ $t = t'$	
Velocidad	$v = v' + V$ $v' = v - V$	
Dilatación del tiempo	$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$	90
Contracción del espacio	$L = L' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$	93
Suma de velocidades	$V' = \frac{V_1 + V_2}{1 + \frac{V_1 V_2}{c^2}}$	94
Masa relativista	$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$	94,95
Momentum relativista	$p = \frac{mV}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$	95
Energía de masa	$E = mc^2$	96, 98, 104
Energía cinética relativista	$E_c = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - mc^2$	96, 97
Energía de un fotón	$E = hf$	99
Momentum de un fotón	$p = \frac{hf}{c}$	99
Energía en función del momentum	$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$	104

## Anexo C: Evaluación

### Consideraciones generales sobre la evaluación

La evaluación constituye una parte sustantiva del proceso de enseñanza y aprendizaje. Por un lado, orienta a los estudiantes hacia los aspectos más importantes del programa, y los énfasis que se desea establecer. Por otro, señala al docente la eficacia de su labor y los correctivos que es necesario poner en práctica.

El profesor o profesora será quien decida cuándo y cómo aplicar las evaluaciones: durante la clase, en tareas, pruebas, exámenes, interrogaciones orales, etc. En todo caso, se recomiendan como mínimo llevar a cabo dos evaluaciones formales para cada unidad.

Si bien las evaluaciones suelen formularse en torno a los contenidos mínimos, no debe perderse de vista los objetivos fundamentales del subsector. La evaluación y la posterior calificación de los estudiantes debe reflejar aprendizajes significativos, es decir, medir la capacidad de análisis basándose en lo aprendido, la comprensión de los fenómenos observados, etc. En ningún caso, cuantificar la capacidad de memorizar de los jóvenes, ni sus habilidades matemáticas.

La evaluación formativa, aquella que es parte integral de la experiencia del aprendizaje, entrega información inmediata de los progresos del alumnado y permite constatar la calidad del proceso y realizar las correcciones necesarias. Al final de cada etapa del programa, la evaluación acumulativa permite generar una opinión sobre el progreso de los estudiantes basada en los aprendizajes esperados.

### Actividades de evaluación

El profesor o profesora conoce y puede idear diferentes formas de evaluación tanto formativas como acumulativas. Este proceso debe basarse en una amplia variedad de actividades, ya que ningún trabajo por sí solo podrá abarcar todos los objetivos específicos de este curso de física y los Objetivos Fundamentales Transversales (OFT). Las **evidencias para evaluar** el aprendizaje de los estudiantes se pueden obtener de diversas instancias, detalladas más abajo. Algunas de estas actividades se prestan para evaluar la actuación del alumno o la alumna dentro de un grupo de trabajo, otras para una evaluación individual. Es, sin embargo, el profesor o la profesora quien, según las características de su clase, determinará si la actividad puede ser realizada en forma cooperativa o personal, como tarea para la casa o trabajo en el colegio.

Entre los ejemplos de actividades de evaluación que se presentan se pueden nombrar:

- Las **exposiciones y proyectos**, recomendables para evaluar logros relativos al objetivo general involucrado, el método utilizado, fuentes de información, el procesamiento de datos, la presentación de la información, el uso del vocabulario científico y la interacción entre la ciencia y la sociedad. Además de su valor evaluativo, esta forma de actividad suele tener un fuerte impacto en la formación de actitudes positivas hacia la disciplina.

- Las **actividades experimentales**, que dan información acerca de la habilidad para diseñar procedimientos, del empleo del método científico, de la precisión y las incertezas en las mediciones, el uso del vocabulario científico, las destrezas de manipulación, la observación, la integración al grupo y las normas de seguridad empleadas.
- Las **presentaciones orales**, que muestran evidencias acerca del dominio del lenguaje científico, de la comprensión de los conceptos utilizados, de la profundidad del conocimiento y la relación entre la física y el entorno social y ambiental.
- Las **pruebas de ensayo**, que evalúan la capacidad de seleccionar, presentar organizadamente y utilizar el lenguaje científico frente a preguntas que requieran respuestas desde el punto de vista cualitativo o cuantitativo.
- Las **pruebas objetivas**, las cuales miden principalmente el grado de comprensión y capacidad de aplicación de los conceptos más relevantes a situaciones concretas cotidianas y, en menor medida, la capacidad de análisis y síntesis de esquemas conceptuales más complejos.

Cualquiera sea el instrumento utilizado para evaluar, la profesora o profesor se encontrará con tres **ámbitos** donde se concentran prácticamente todas las habilidades y destrezas que están conectadas tanto con los objetivos fundamentales del currículum de física, con los aprendizajes esperados, como con los objetivos transversales. Estos ámbitos pueden ser clasificados como:

- I) **Desempeño en la resolución de problemas y preguntas.**
- II) **Desempeño en el trabajo experimental.**
- III) **Desempeño en proyectos de investigación bibliográfica.**

Para cada uno de estos ámbitos se indican a continuación, los criterios que se pueden usar y los niveles de desempeño que se pueden esperar en términos de indicadores.

El listado de criterios e indicadores que aquí se da es sólo a modo de sugerencia. El docente puede diseñar otros criterios que ponderen los niveles de logro según la realidad de los alumnos y alumnas, y los medios de que disponga la escuela.

Por último, es importante dar oportunamente a conocer a los estudiantes los criterios e indicadores que empleará el docente, de modo que puedan encarar adecuadamente los desafíos que implica la evaluación de su trabajo en la asignatura.

### Criterios e indicadores

A continuación se presentan los criterios e indicadores para la evaluación del desempeño de los estudiantes en pruebas, trabajos prácticos, tareas e informes.

## I Evaluación de preguntas y problemas

La habilidad para enfrentar y resolver un problema es una de las evidencias más utilizadas en la evaluación de la Física. Estos problemas pueden ser conceptuales, en los que se pide al estudiante que dé una explicación de una situación o fenómeno físico basado en la comprensión y aplicación de principios y leyes, o problemas con un contenido matemático en que, además de mostrar claridad conceptual, realice procesos cuantitativos.

Ambito del trabajo	Criterios	Indicadores
<p><b>QUÉ PERMITE EVALUAR:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La capacidad para utilizar y aplicar los conceptos, principios y leyes físicas involucradas en el problema en forma cualitativa. Ella se puede manifestar en la recolección de información proporcionada en el problema, la comprensión de la situación y el reconocimiento de las magnitudes que se relacionan y del modo que lo hacen, la capacidad de explicar o dar respuesta razonablemente desde el punto de vista cualitativo.</li> <li>• En segundo lugar, con relación a lo cuantitativo, esta capacidad se pone de manifiesto en el uso adecuado de simbología, unidades y sus transformaciones, la elección de una relación o ecuación adecuada y su posible combinación con otras.</li> <li>• La capacidad de analizar la respuesta en términos de orden de magnitud, concordancia de unidades y signos.</li> <li>• El procedimiento seguido en la resolución de problemas; el uso de gráficos, dibujos o diagramas permite detectar la secuencia del razonamiento y da pistas para evaluar la capacidad de comprensión del estudiante y, en muchos casos, identificar en qué paso se produce un error.</li> </ul>	<p><b>A) CONCEPTOS CIENTÍFICOS Y MANEJO DE CONTENIDOS.</b> El estudiante posee un buen manejo de los contenidos, vocabulario, conceptos y principios físicos y es capaz de aplicarlos a situaciones novedosas.</p> <p><b>B) PROCESAMIENTO DE DATOS Y MANEJO DE LO CUANTITATIVO.</b> El alumno o alumna selecciona información implícita y explícita a partir del enunciado del problema y procesa la información de modo de relacionarla con aspectos teóricos y aplicaciones matemáticas que conduzcan a la obtención de un resultado correcto.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica las magnitudes involucradas en el problema.</li> <li>• Enuncia el principio físico o relaciones que le permitirán enfrentar el problema.</li> <li>• Maneja con soltura el vocabulario científico, utiliza correctamente nomenclatura, convenciones y unidades.</li> <li>• Desarrolla y da una explicación fundamentada, utilizando argumentos que muestran un razonamiento coherente y los principios utilizados.</li> <li>• Presenta una lista con las magnitudes que directamente se entregan en el problema y es capaz de extraer y seleccionar datos que no están señalados explícitamente en el enunciado del problema.</li> <li>• Identifica la pregunta y/o las cantidades que se deben encontrar, selecciona y aplica relaciones para inferir resultados numéricos y dimensionales, evaluando con espíritu crítico su significado.</li> <li>• Manipula, transforma o extrae conclusiones, utilizando sus conocimientos sobre el tema y aplica procesos matemáticos adecuados para la resolución del problema.</li> <li>• Es capaz de evaluar el resultado en términos de orden de magnitud y signo matemático y utiliza el Sistema Internacional de unidades, haciendo las transformaciones cuando es necesario.</li> </ul>

## II. Evaluación de la actuación en experimentos

Esta sección se refiere a la destreza del alumno o alumna para utilizar el método científico al realizar un trabajo práctico o el estudio de un fenómeno físico.

Ambito del trabajo	Criterios	Indicadores
<p><b>QUÉ PERMITE EVALUAR:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La actitud durante un trabajo experimental, a partir de la observación directa de su actuación individual o colectiva.</li> <li>• La capacidad de seguir las instrucciones, el orden en el trabajo, el reconocimiento del aporte de otros.</li> <li>• El tratamiento del proyecto de investigación con automotivación y perseverancia.</li> <li>• Las destrezas manuales manifiestas en el amplio rango de acciones que desarrolla el estudiante durante la actividad experimental. Por ejemplo, las técnicas utilizadas para: evitar errores en las mediciones; manipular los aparatos e instrumentos con atención y cuidado; seguimiento de las normas de seguridad que evite accidentes al construir o armar los montajes.</li> <li>• El método utilizado en investigación, cuyas evidencias se encuentran observando directamente el trabajo del alumno o alumna y revisando el informe del experimento.</li> <li>• Las habilidades para planificar y crear métodos novedosos para enfrentar y superar los problemas.</li> <li>• La calidad y precisión de las mediciones, el análisis de la información y las conclusiones.</li> </ul>	<p><b>A) ACTITUD EN EL TRABAJO EXPERIMENTAL.</b> El estudiante muestra disposición al trabajo práctico, busca con interés caminos alternativos y aprecia el trabajo en equipo.</p> <p><b>B) DESTREZAS MANUALES.</b> La capacidad de llevar a la práctica modelos y montajes previamente diseñados, manipular correctamente, con seguridad y responsabilidad, materiales del ámbito experimental.</p> <p><b>C) UTILIZACIÓN DEL MÉTODO CIENTÍFICO.</b> El alumno o alumna estudia el fenómeno de manera organizada, con experimentos sistemáticos, mediciones cuidadosas y análisis de resultados que le permiten llegar a conclusiones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabaja activamente en grupo, aporta y reconoce la contribución de otros miembros de su grupo.</li> <li>• Realiza el trabajo experimental con automotivación, enfrenta con entereza los fracasos y persevera repitiendo la actividad y haciendo los cambios necesarios para obtener mejores resultados.</li> <li>• Busca caminos alternativos aportando iniciativa y creatividad.</li> <li>• Utiliza los instrumentos de medición en forma apropiada y cuidando no cometer errores.</li> <li>• Utiliza equipos y aparatos teniendo presente las normas de seguridad</li> <li>• Construye aparatos, arma montajes previamente diseñados, los manipula ordenadamente junto con sus compañeros de grupo.</li> <li>• Muestra tener claridad del problema o fenómeno a investigar, formula hipótesis cuando es pertinente, selecciona las variables y diseña procedimientos incluyendo aparatos y materiales adecuados.</li> <li>• Observa el fenómeno con atención y registra sus características. Hace mediciones con precisión y las presenta en forma organizada, utilizando esquemas, tablas o gráficos.</li> <li>• Analiza la información y los datos obtenidos, transformándolos y presentándolos en forma adecuada. Los conecta además con otros conocimientos que le permiten llegar a conclusiones.</li> <li>• Evalúa el proceso experimental de modo de adecuar el procedimiento para obtener resultados más confiables.</li> </ul>

### III. Evaluación en una actividad de recopilación de información

Para evaluar la capacidad de la alumna y alumno de utilizar diferentes medios para recolectar información, realizar un análisis crítico de ella y seleccionar aquella que sea pertinente, se requiere considerar los siguientes aspectos.

Ambito del trabajo	Criterios	Indicadores
<p><b>QUÉ PERMITE EVALUAR:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La capacidad de recurrir a fuentes primarias y secundarias para obtener información, clasificarla y discriminarla según lo confiable que resulte ser. Esto se hace sobre la base de observación directa del trabajo del estudiante, su plan de trabajo y revisando informes, bibliografía y medios empleados.</li> </ul>	<p><b>A) RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.</b> El y la estudiante evidencia capacidad para utilizar óptimamente los recursos que le permiten obtener la información que necesite de la comunidad escolar y su entorno.</p> <p><b>B) PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.</b> Es capaz de interpretar y evaluar en forma consistente la información y seleccionar los aspectos más relevantes de ella.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza la biblioteca y los recursos bibliográficos de su entorno.</li> <li>• Busca y utiliza información proveniente de artículos de revistas de divulgación científica y periódicos.</li> <li>• Recurre a la red Enlaces, internet y programas de computación para recopilar información.</li> <li>• Realiza entrevistas a expertos y autoridades en el tema de investigación.</li> <li>• Discrimina las fuentes de información según sus necesidades.</li> <li>• Reconoce la información útil y la selecciona.</li> <li>• Es capaz de hacer una reflexión crítica sobre lo recopilado.</li> <li>• Organiza la información según las fuentes utilizadas.</li> <li>• Utiliza, interpreta esquemas y gráficos.</li> </ul>
	<p><b>C) ENTREGA DE LA INFORMACIÓN.</b> Es capaz de utilizar variadas formas de comunicar los resultados de su investigación, sea ésta en forma oral o escrita.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Maneja y utiliza un lenguaje apropiado, mostrando conocimiento del significado de conceptos y definiciones relacionados con la física.</li> <li>• Es capaz de interpretar y describir ideas propias o de otras fuentes.</li> <li>• Procesa y cita las fuentes de información dando el crédito al autor.</li> <li>• Realiza un informe oral o escrito en forma organizada, utilizando varias técnicas de comunicación, tales como, esquemas gráficos, dibujos.</li> </ul>

## Ejemplos de evaluación

A continuación se presentan algunas preguntas, problemas y actividades que permiten evaluar el nivel de logro de los aprendizajes en alumnas y alumnos. Los ejemplos están divididos en tres secciones. La primera tiene el propósito de ilustrar la manera de evaluar el **desempeño de alumnas y alumnos en la resolución de problemas y preguntas**, basado en comprensión de principios y leyes físicas desde el punto de vista cualitativo y cuantitativo. Los problemas propuestos implican por lo general un análisis o algún tipo de cálculo numérico, sin dejar de lado lo conceptual. En la segunda sección se muestran ejemplos destinados a evaluar las habilidades relacionadas con el **desempeño en actividades experimentales**, en el contexto de un trabajo en grupo o individual. Por último, en la tercera sección se plantean trabajos que permiten evaluar el desempeño de alumnos y alumnas en actividades que implican **recopilación de información** por diferentes medios.

Después de la introducción de cada sección se encontrarán agrupadas una serie de preguntas o actividades precedidas por indicaciones al docente que señalan, a modo de referencia, los criterios e indicadores que hacen posible evaluarlas. Debe quedar en claro que no son esos los únicos criterios posibles. Evidentemente hay otros, de modo que es la profesora o el profesor quien en último término seleccionará los elementos que utilizará considerando la realidad de su entorno escolar.

### Sección I.

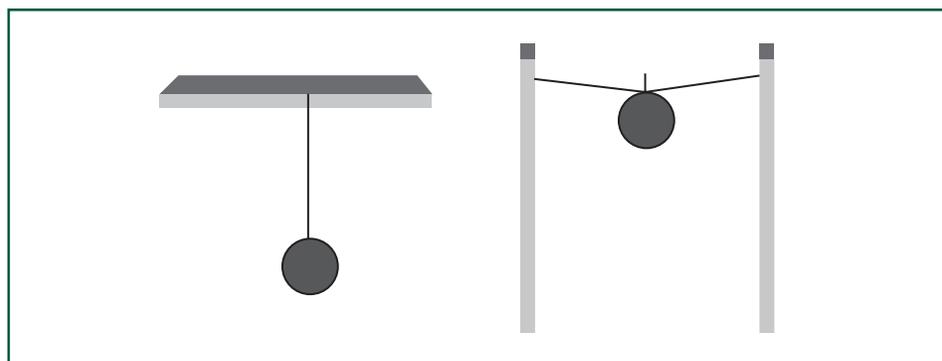
Los ejemplos que siguen permiten verificar la capacidad de alumnos y alumnas para manejar conceptos y principios físicos elementales y su posible relación con otros campos del conocimiento. La comprensión de estos principios y conceptos físicos debiera capacitarlos para la resolución de problemas cuantitativos relevantes y cotidianos, utilizando las matemáticas. Ocasionalmente puede convenir el dar una ayuda en el enunciado. También se pueden entregar las relaciones requeridas, ya que el énfasis está en su manejo y no en su memorización. Tener presente, eso sí, que al dar una fórmula se está también sugiriendo un camino de solución. Es parte fundamental de cada ejercicio la discusión crítica del resultado obtenido. Su grado de plausibilidad puede ser indicativo de si la solución es correcta, o de si se cometió algún error en la formulación del problema o en su solución.

A continuación se indican algunos ejemplos encabezados por los criterios a evaluar y los indicadores correspondientes.

**Criterio a evaluar:** conceptos científicos y manejo de contenidos.

**Indicadores:** Enuncia el principio físico o las relaciones que le permitirán enfrentar el problema; maneja con soltura el vocabulario científico, utiliza correctamente la nomenclatura, desarrolla y da una explicación fundamentada utilizando argumentos que muestran un razonamiento coherente y los principios utilizados.

- 1 Si se cuelga verticalmente un objeto muy pesado de un cordel es posible que éste no se corte; sin embargo, si la cuerda se coloca horizontal, como muestra la figura, con toda seguridad se corta. Dé una explicación a este hecho, fundamentando su respuesta.
- 2 Para un tenista es más fácil hacer pasar la pelota en forma rasante por sobre el centro de la red, pues el cable que la soporta nunca tiene la suficiente tensión como para mantenerla perfectamente horizontal. Los cables aéreos que transportan corriente eléctrica, los que soportan puentes, etc., muestran el mismo fenómeno. Dé una explicación física de este hecho.



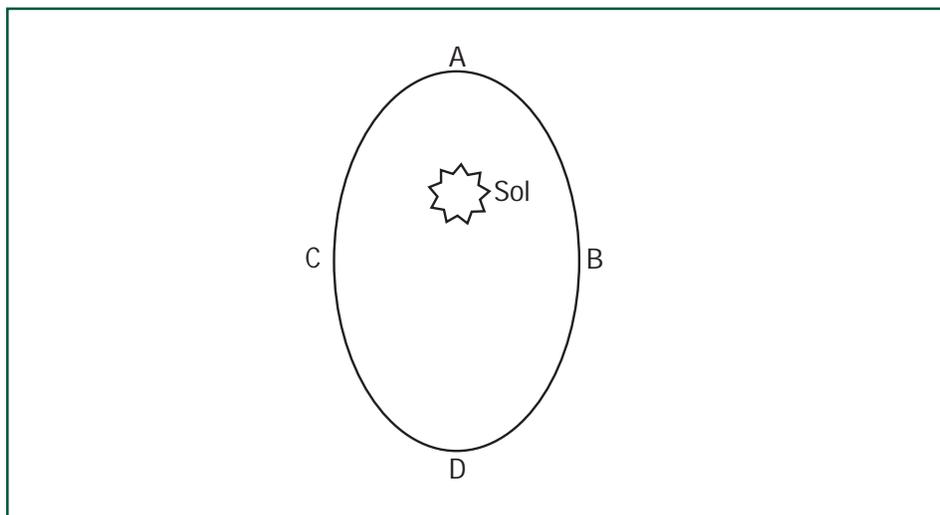
- 3 Algunos jóvenes han desarrollado la habilidad de equilibrar un cuaderno haciéndolo rotar en torno a un dedo vertical que lo sostiene. Si la velocidad angular del cuaderno disminuye, pierde el equilibrio. Dé una explicación fundamentada de este fenómeno.
- 4 Uno de los ejercicios que se realiza en gimnasia es tocar la punta de los pies con las manos, pero sin doblar las rodillas. Explique por qué si nos ubicamos tocando los talones de los pies y la espalda a una pared e intentamos repetir el procedimiento, se pierde el equilibrio.
- 5 Realice la siguiente actividad. Tome un escobillón e intente equilibrarlo, colocándolo verticalmente, con su dedo puesto en el extremo del palo y con las escobillas en la parte alta. Luego repita el procedimiento, pero sólo con el palo una vez desatornillada las escobillas. Explique los principios físicos que explican lo observado.
- 6 Se debe instalar una puerta en el marco utilizando tres bisagras, una en la parte superior, la segunda en la parte media y la última en la parte inferior de la puerta. Cada bisagra se atornilla a la puerta con tres tornillos y luego se dispone a fijarla al marco. Suponer que en ese momento se percata que sólo dispone de seis tornillos para las tres bisagras. ¿Cuál sería la mejor forma de distribuirlos? Fundamente su respuesta.
- 7 Si se camina sobre el borde de un muro se logra un mejor equilibrio estirando los brazos horizontalmente en forma de cruz. Los equilibristas que caminan sobre cuerdas tensas lo hacen con una barra muy larga sujeta con sus manos. Describir el principio físico que se aplica en estos casos.
- 8 En el rugby los pases deben hacerse tirando el balón siempre hacia atrás del jugador que lo lleva. Se sabe que para darle dirección al balón, se le debe aplicar un movimiento de rotación en torno a su eje mayor. ¿Qué principio se está aplicando en este caso? Explique.
- 9 Intentar levantar una silla tomándola con una mano del extremo inferior de una de sus patas manteniéndola erguida. ¿Qué dificultad encuentra y a qué se debe?
- 10 Colocar una moneda parada de canto es muy difícil, sin embargo si se lanza de modo que ruede, se mantiene el equilibrio. Dé una explicación física de este hecho.
- 11 Un jugador de golf lanza una pelota hasta una gran altura y distancia. Un cohete es disparado logrando poner en órbita terrestre un satélite. La Luna orbita la Tierra demorando aproximadamente 28 días en dar una vuelta. ¿Qué diferencias y semejanzas hay entre las situaciones descritas?
- 12 a) Describa oralmente, señalando con sus brazos y manos, el movimiento que realizan el Sol, la Luna, las estrellas y los cinco planetas visibles a simple vista, diaria y anualmente. b) Señale

cómo cambia la descripción dada en (a) si el observador se desplaza desde Arica hacia el Sur, hasta llegar al polo, y hacia el Norte, o hasta llegar a la línea del ecuador. c) En los mismos términos describa el movimiento de la Tierra en relación a un modelo heliocéntrico del sistema solar.

#### INDICACIÓN AL DOCENTE

Se puede ayudar a los alumnos y alumnas señalándoles el Norte geográfico. Tanto para que el docente explique la pregunta como para que el y la estudiante la responda se puede trabajar junto a un globo terráqueo o una pelota que represente la Tierra y sobre la cual se pueda dibujar.

- 13 En relación a las constelaciones, explicar a) a qué corresponden; b) cómo las clasifica nuestra cultura occidental, dando un ejemplo de cada tipo; c) por qué, aún cuando todas las estrellas que las conforman están con seguridad moviéndose respecto de nosotros, tanto los griegos de hace más de 2000 años como nuestros sucesores en el año 4000, vieron y verán prácticamente las mismas constelaciones que nosotros contemplamos hoy.
- 14 El dibujo representa la órbita de un planeta en torno al Sol. Señalar en él a) el punto correspondiente al perihelio; b) el punto correspondiente al afelio; c) el trazo que corresponde al semi eje mayor de la órbita; d) a qué corresponde la excentricidad de la órbita; e) las áreas de la cual habla la segunda ley de Kepler en dos intervalos de tiempo distintos (cuando está cerca y cuando está lejos del Sol); f) por medio de vectores, las velocidades del planeta en las posiciones A, B, C y D, de modo que flechas más largas representen rapidezces mayores; g) por medio de vectores, las aceleraciones que posee el planeta en las posiciones A, B, C y D.



- 15 Señale dos situaciones que evidencien que la ley de gravitación universal se cumple.
- 16 Explicar por qué la órbita para los satélites geoestacionarios es una sola.
- 17 Explicar por qué la energía potencial de un cuaderno de masa  $m$  que se encuentra a una altura  $h$  respecto del suelo la podemos calcular con la expresión usual  $E_p = mgh$ , y en cambio no podemos emplear la misma expresión para calcular la energía potencial de la Luna en relación a la Tierra.

- 18 ¿Qué tienen en común la dirección y sentido del momento angular, considerando las rotaciones en torno a su eje y las traslaciones, de la mayor parte de los planetas, satélites y asteroides del sistema solar? En relación a su origen, ¿qué puede significar este hecho?
- 19 Explicar a qué se le llama sistema de referencia inercial (SRI).
- 20 De los siguientes sistemas de referencia señale cuáles no pueden ser considerados como inerciales. Para ello suponga que el planeta Tierra es un SRI.

Sala de clases	Barco navegando suavemente en aguas tranquilas
Cancha de fútbol	Interior de un ascensor que cae libremente
Carrusel girando	Interior de un tren que frena
Tren en una curva	

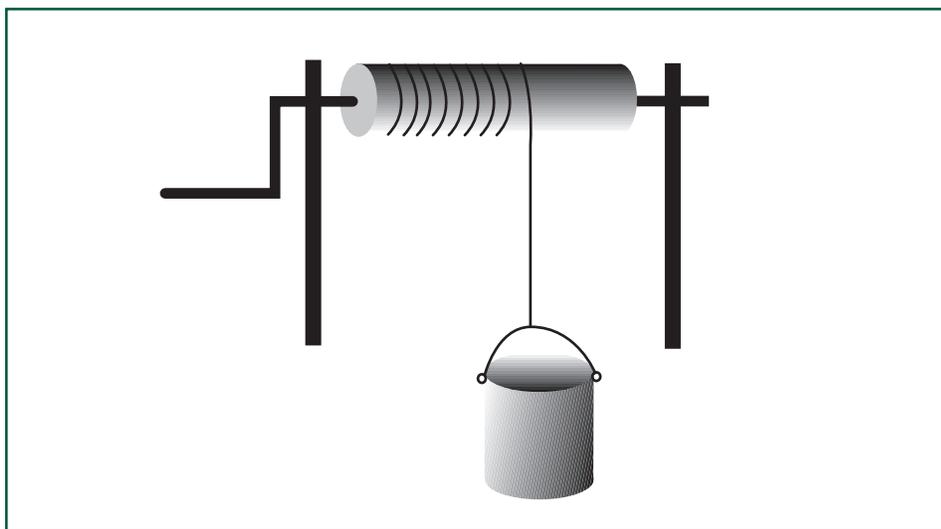
- 21 ¿Cuál es la diferencia entre los principios de relatividad de Galileo y de Einstein para la descripción del movimiento uniforme?
- 22 ¿A qué correspondía el éter cósmico para los físicos del siglo XIX? ¿En qué fundamentaban su existencia? ¿Qué ocurrió con el éter en la teoría de la relatividad?
- 23 ¿Qué pretendían Michelson y Morley al realizar el famoso experimento en que emplearon un muy sensible interferómetro? ¿Cuál fue el resultado de dicho experimento?
- 24 Señale y explique tres consecuencias que se deducen de la constancia de la velocidad de la luz de la teoría especial de la relatividad.
- 25 Describa la “paradoja de los gemelos” e indique la clave de su solución.
- 26 En el contexto de la teoría especial de la relatividad, explicar: a) a qué corresponde el efecto conocido como “dilatación del tiempo”, b) en qué situaciones ocurre y c) qué evidencias experimentales existen al respecto.
- 27 Señalar tres situaciones en que la teoría especial de la relatividad muestre como un hecho incoherente la posibilidad de que un vehículo alcance o supere la velocidad de la luz.
- 28 Escriba una A en los casilleros en que el concepto de la columna de la izquierda es un absoluto y una R en los casos en que sea un concepto relativo al S.R.I., en cada uno de los contextos teóricos que se señalan en las siguientes columnas.

Concepto	Física de Galileo y Newton	Física de Einstein
Longitud de un vagón de tren que viaja a gran velocidad.		
Tiempo que tarda en caer un objeto.		
Masa de una piedra.		
Simultaneidad de la llegada al suelo de dos cuerpos que caen en distintos lugares.		
Velocidad de un tren que viaja a gran velocidad.		
Velocidad de la luz.		

- 29 Explique por qué es correcto decir que la física de Galileo y Newton constituyen un caso particular de la teoría especial de la relatividad y señale en qué situación ello es correcto.
- 30 Explicar en qué se diferencian y en que se asemejan la materia y la antimateria.
- 31 Enuncie y explique el principio de equivalencia de la relatividad general.
- 32 Explicar en qué circunstancias el espacio se curva según la teoría general de la relatividad, qué significa ello y qué evidencia experimental se conoce al respecto.
- 33 Señalar en qué se diferencia la teoría de la gravitación de Einstein de la de Newton.
- 34 Explicar la razón por la cual no apreciamos la curvatura del espacio que predice la teoría general de la relatividad en la trayectoria de la luz que nos llega a los ojos de los objetos corrientes que nos rodean (sillas, árboles, la Tierra, etc.).
- 35 Explique cómo un eclipse total de Sol puede ser utilizado para comprobar una de las predicciones que hace la teoría general de la relatividad.
- 36 Relate brevemente en qué consiste el movimiento anómalo del planeta Mercurio y que relación tiene con la teoría de la relatividad.

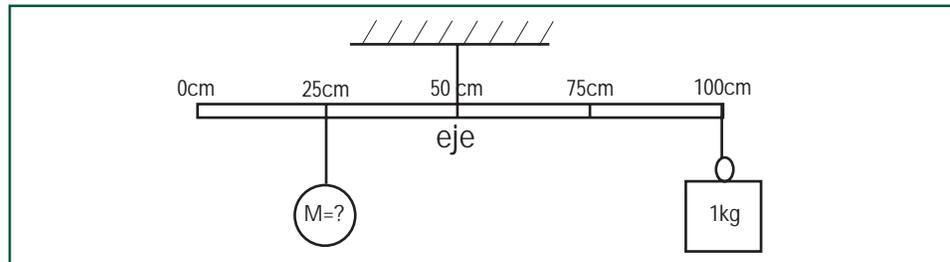
**Criterios a evaluar:** procesamiento de datos y manejo de lo cuantitativo.

**Indicadores:** Presenta una lista con las magnitudes que directamente se entregan en el problema y es capaz de extraer y seleccionar datos que no están señalados explícitamente en el enunciado; identifica la pregunta y/o las cantidades que se deben encontrar, selecciona y aplica relaciones para inferir resultados numéricos y dimensionales, evaluando con espíritu crítico su significado; manipula, transforma o extrae conclusiones utilizando sus conocimientos sobre el tema y aplica procesos matemáticos adecuados para la resolución del problema.

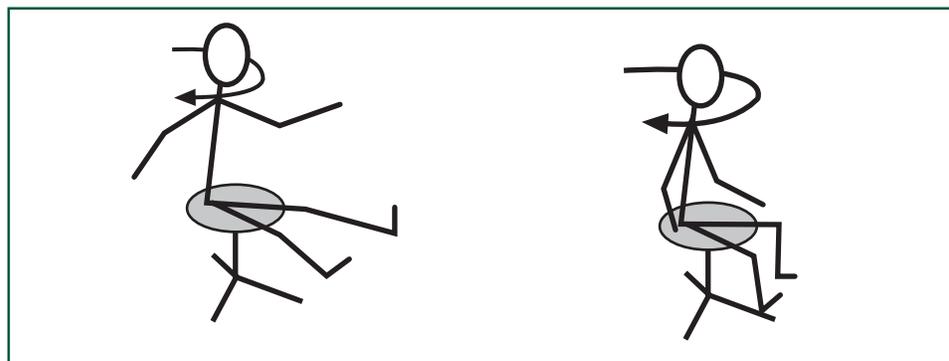


- 37 El torno es un sistema que se utiliza para extraer agua del fondo de un pozo con un balde atado a una cuerda que se enrolla en un cilindro a medida que se hace girar una manivela (ver figura). Suponiendo que el cilindro tiene un radio de 0.20 m y que la manivela gira con un radio de 0,5 m, ¿qué fuerza se debe aplicar para elevar un balde con agua cuya masa es de 30 kg?
- 38 Si en una clase de gimnasia debe hacer flexiones colgado de una barra horizontal, es conveniente que los brazos se coloquen paralelos.

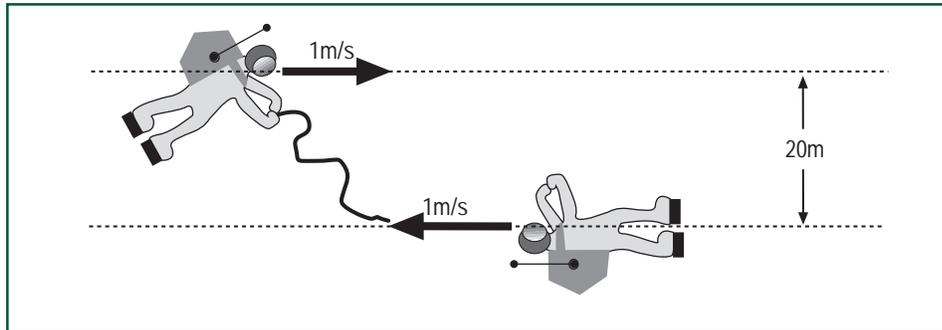
- a) Represente en un dibujo esta situación e indique las fuerzas que actúan sobre brazos y cuerpo.
- b) Explique la razón de disponer los brazos lo más paralelos posibles.
- c) Suponga que coloca los brazos haciendo un ángulo de  $30^\circ$  con la barra. Conociendo su masa, calcule la fuerza que debe realizar cada brazo.
- 39 Determinar la masa  $M$  de la piedra de la figura si el sistema se encuentra en equilibrio, suponiendo despreciable la masa de la regla.



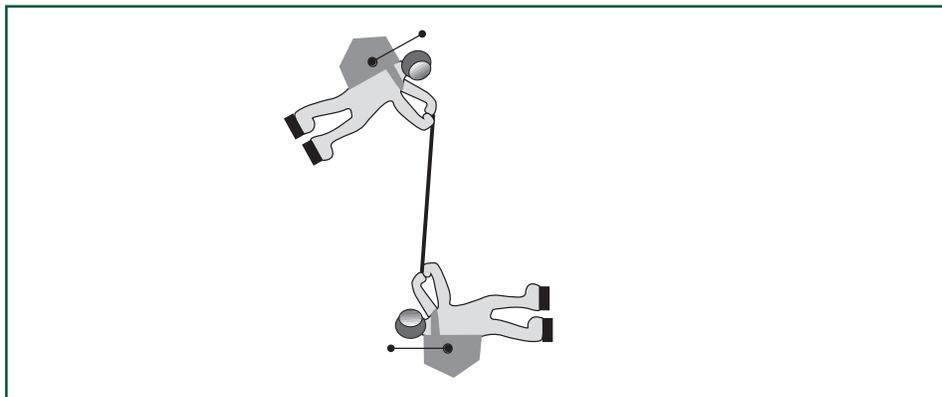
- 40 Un disco de esmeril de 0,2 m de radio y 90 kg de masa gira a 460 r.p.m.
- a) Determine su momento de inercia.
- b) Determine la aceleración angular necesaria para detener el esmeril en 20 s.
- c) ¿Cuál es la fuerza de rozamiento tangencial en el borde del esmeril que lo detiene en 20 s?
- 41 Sobre una rueda de radio 0,5 m está enrollada una cuerda que se desenrolla ejerciendo una fuerza de tracción constante de 50 N ; la cuerda se desenrolla 4 m en 2 segundos partiendo del reposo. Determine:
- a) La aceleración lineal tangencial.
- b) La aceleración angular de la rueda.
- c) La velocidad lineal final de la cuerda.
- d) El momento de inercia de la rueda.
- 42 Un joven se encuentra sentado sobre una silla giratoria que puede rotar libremente. Con las piernas y brazos extendidos, su rapidez de giro es de 2 rad/s, pero cuando contrae los miembros hacia su cuerpo, su rapidez de giro aumenta a 5 rad/s. Determine la relación entre los momentos de inercia en el primer caso respecto al segundo.



- 43 Imagine, en el espacio, dos astronautas de 60 kg de masa cada uno que se desplazan en trayectoria paralela, pero en sentido contrario con una velocidad de 1 m/s como lo muestra la figura.



Cuando están lo suficientemente cerca uno de ellos lanza una cuerda (de masa despreciable) de 20 m que el otro atrapa en el momento que pasa frente él de modo que a partir de ese instante giran con respecto al centro de masa.



- Explique por qué el movimiento rectilíneo se transforma en rotación.
  - Determine el momento angular de cada astronauta respecto al centro de masa.
  - Dibuje el vector momento angular del sistema. ¿Podrá variar el momento angular si ellos tiran la cuerda? ¿podrán salir del plano de giro?
  - Alguien opina que es imposible que los astronautas se junten tirando de la cuerda. ¿Cuál es su opinión?
- 44 Un deportista debe lanzar una pelota de modo que alcance la mayor distancia posible. Si la máxima rapidez que es capaz de producirle a la pelota en el momento de soltarla es de 25 m/s:
- ¿bajo qué ángulo respecto de la horizontal se debe lanzar la pelota para lograr el objetivo?
  - ¿aproximadamente cuál es la máxima distancia del deportista a que puede llegar la pelota?
- Para realizar sus cálculos considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$  y suponga despreciable los efectos que pueda producir el aire atmosférico sobre la pelota y el hecho de que el lanzador la suelta a cierta altura sobre el suelo.

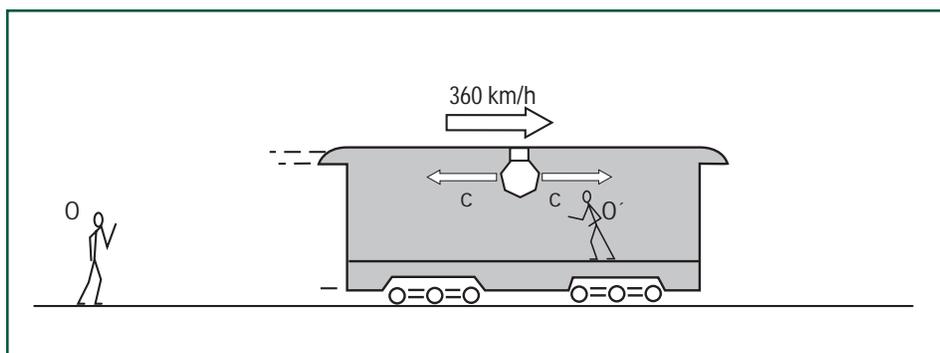
- 45 Un edificio de gran altura tiene un ascensor que permite realizar experiencias como las que se señalan a continuación, sin que sea posible ver hacia fuera. En el ascensor hay una persona que 1) suelta una masa de 1 kg y, 2) se sube a una “pesa” que funciona basándose en resortes, de esas que se emplean en hogares y farmacias para que nos “pesemos”. Cuando el ascensor está en reposo, la persona mide en el primer caso que el cuerpo experimenta una aceleración de  $9,8 \text{ m/s}^2$  y, en el segundo, que su masa es 70 kg.
- Para cada uno de los experimentos, qué medirá si: a) el ascensor sube a razón de  $4,9 \text{ m/s}^2$ ; b) el ascensor sube a razón de  $9,8 \text{ m/s}^2$ ; c) el ascensor baja a razón de  $4,9 \text{ m/s}^2$ ; d) el ascensor baja a razón de  $9,8 \text{ m/s}^2$ .
  - ¿Cómo debiera moverse el ascensor para que la persona en su interior: a) flote libremente; b) pueda pararse en el techo del ascensor y sentirse en relación a él igual a como se sentía respecto al suelo cuando estaba en reposo?
- 46 Se proyecta a futuro poner en una órbita solar un gran telescopio espacial (el sucesor de Hubble). Se lo situará en una órbita circular cerca de la órbita de Júpiter, esto es, aproximadamente cinco veces más lejos del Sol de lo que se encuentra la Tierra. Sobre la base de las leyes de Kepler, ¿aproximadamente cuánto tiempo tardará este telescopio en completar una vuelta en torno del Sol?
- 47 Se descubre un nuevo cometa. Los astrónomos calculan que el período de su órbita en torno al Sol es de sólo 10 años, y que en su máxima aproximación a este astro estará a 1,5 UA de él y poseerá una rapidez de 35 km/s. a) ¿Cuál será la máxima distancia del Sol a que se encontrará una vez que se aleje? b) ¿Cuál será la mínima rapidez que poseerá en su movimiento orbital?
- 48 Basándose en el hecho de que la aceleración de gravedad en la superficie terrestre es de  $9,8 \text{ m/s}^2$  calcule: a) la aceleración de gravedad a una altura de 9 radios terrestres en relación al suelo; b) a una distancia equivalente a 100 radios terrestres del centro de la Tierra; c) la altura en que la aceleración de gravedad respecto del nivel del mar es  $0,392 \text{ m/s}^2$  (expresela en radios terrestres).
- 49 a) Describir cualitativamente dos métodos para calcular la masa de la Tierra por medio de la ley de gravitación universal de Newton (Ayuda: en uno de los métodos considerar a la Luna). b) Busque en libros, enciclopedias o internet la información necesaria para hacer los cálculos descritos en (a), de modo que resulten confiables. c) Calcule la masa de la Tierra por ambos métodos y compare los resultados obtenidos.

#### INDICACIÓN AL DOCENTE

Problemas equivalentes pueden plantearse referidos a la masa del Sol, de Marte, de Júpiter, etc., es decir, la de astros que posean dos o más satélites. También se puede dar como dato la aceleración de gravedad en la superficie de alguno de los planetas a fin de permitir el empleo de caminos diferentes para los cálculos.

- 50 Un sistema estelar binario posee una estrella muy masiva en torno a la cual orbita una estrella siguiendo una trayectoria prácticamente circular. El radio de la órbita de la compañera es de 6 UA y tarda 10 años en completar una vuelta. ¿Cuál es la masa de la estrella principal? Expresar el resultado en masas solares.
- 51 Calcular la velocidad de escape de la superficie del planeta Marte. Considere datos como los siguientes: Masa =  $6,421 \times 10^{23} \text{ kg}$ . Radio = 3.400 km. Densidad media =  $3,94 \text{ g/cm}^3$ . Distancia media al Sol =  $2,27 \times 10^8 \text{ km}$ . Período rotacional = 24,5 horas. Período orbital = 687 días.

- 52 Calcular cuántas veces debiera aumentar la masa de la Tierra para que, conservando su radio, se convierta en un agujero negro.
- 53 Un tren viaja rectilínea y uniformemente a razón de 72 km/h. En el interior de uno de sus vagones se desprende una lámpara desde el techo. Un observador arriba del tren determina que ella cae verticalmente demorando 0,7 s en llegar al suelo.
- ¿Cuál es la altura interior del vagón?
  - Para un observador arriba del tren, ¿con qué rapidez impacta la lámpara en el suelo?
  - Para un observador en Tierra firme que ve pasar el tren, ¿con qué rapidez impacta la lámpara en el suelo?
  - ¿Cuál es la forma de la trayectoria que sigue la lámpara mientras cae para el observador fijo a Tierra?
  - ¿Qué distancia horizontal recorre la lámpara durante la caída para el observador situado en Tierra firme?
  - ¿Cuánto tiempo tarda en caer la lámpara según el observador situado en Tierra firme?
  - En los cálculos anteriores, ¿es necesario aplicar las relaciones relativistas? ¿por qué?
- 54 Un tren viaja con una velocidad constante de 360 km/h (100 m/s) respecto del suelo, donde está el observador O. Arriba de un vagón, que mide 100 m de largo y donde está el observador O', se enciende una ampolleta situada justo en su centro (ver figura).
- ¿Qué diferencia de tiempo mide O' en la llegada de la luz a los extremos del vagón?
  - ¿Qué diferencia de tiempo mide O en la llegada de la luz a los extremos del vagón?
  - ¿Cuál es la longitud del tren según O'?
  - ¿Cuál es la longitud del tren según O?



- 55 Determine la masa de una moneda de \$ 100. Averigüe luego cuál es el valor del kilowatt-hora, para lo cual puede usar una boleta de pago de la energía eléctrica, y calcule el valor del joule de energía eléctrica. Suponiendo que pudiera convertir toda la masa de la moneda en energía eléctrica, ¿cuál sería su verdadero valor en pesos (\$)?
- 56 Una nave espacial de 100 metros de longitud sale de la Tierra alejándose en línea recta y con una rapidez constante igual a la mitad de la velocidad de la luz. En la nave y en la Tierra hay dos relojes de alta precisión que en el instante de despegar el cohete marcaban la hora cero. Según la teoría especial de la relatividad:
- ¿Cuál es la longitud del cohete para los astronautas?

- b) ¿Cuál es la longitud del cohete para los observadores en Tierra?
- c) Cuando el reloj de a bordo marca el primer minuto, ¿qué marca el reloj en Tierra?
- d) Una persona sostiene lo siguiente: “Si una cámara de televisión transmite a la Tierra lo que ocurre a los astronautas, en el televisor que recibe la señal electromagnética en la Tierra se ve al reloj de a bordo marcando un tiempo más lento al que se encuentra en Tierra. Las imágenes de la vida de los astronautas se ven como una película en cámara lenta”. Explique los errores que comete esta persona.

## Sección II.

Los trabajos experimentales realizados por las alumnas y alumnos, ya sean estos en grupos o individualmente, pueden ser evaluados tomando en cuenta los criterios relacionados con “evaluación de la actuación en experimentos”. A continuación se indican algunos ejemplos de actividades experimentales posibles de realizar, precedidas por los criterios a evaluar con los indicadores correspondientes.

**Criterios a evaluar:** Actitud en el trabajo experimental; destrezas manuales; utilización del método científico.

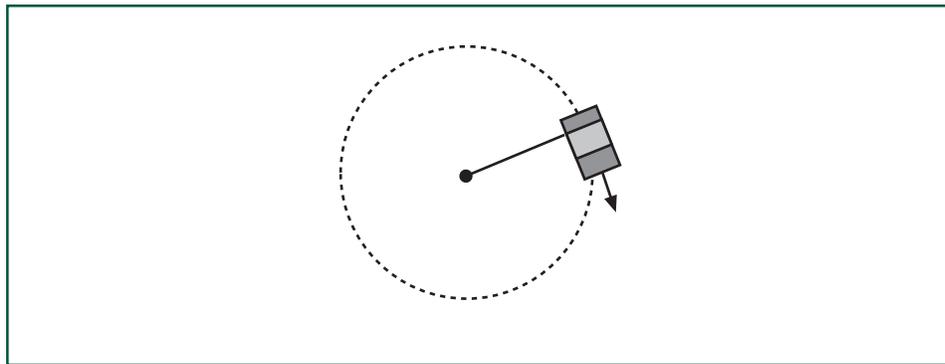
**Indicadores:** Realiza el trabajo experimental con motivación personal, enfrenta con entereza los fracasos y persevera repitiendo la actividad, haciendo los cambios necesarios para obtener mejores resultados.

Utiliza equipos y aparatos teniendo presente las normas de seguridad; hace mediciones con precisión, y los presenta en forma organizada utilizando esquemas, tablas o gráficos. Analiza la información y los datos obtenidos, transformándolos y presentándolos en forma adecuada y los conecta con otros conocimientos que le permiten llegar a conclusiones.

- 1 Utilizando un péndulo cónico diseñar una experiencia que permita estudiar el principio de conservación del momento angular.
- 2 Utilizando una tabla de 1 m de longitud que se pueda utilizar como rampa dispuesta con una inclinación de 10 grados, un trozo de tubo de PVC de 1 pulgada de diámetro y 5 cm de longitud y una barra de plasticina para rellenar el tubo, determinar experimentalmente la distribución que debe tener la plasticina en el interior del tubo para que ruede por el plano con la mayor aceleración posible.
- 3 Determinar experimentalmente las magnitudes angulares utilizando un autito a pilas que gira con diferentes radios.

### INDICACIONES AL DOCENTE

Se puede sugerir a los estudiantes la utilización del movimiento de un autito a pilas que describa un movimiento circular uniforme producto de la tensión de un hilo que lo ata a un clavo ubicado en el centro. Para diferentes radios de traslación determinan la velocidad angular y el momento de inercia suponiendo la masa del auto puntual. Es conveniente que los alumnos y alumnas completen una tabla de valores como la siguiente.




---

Radio de giro	Período de giro	Momento de inercia	Velocidad angular	Momento angular

- 4 Construir un aparato que pueda lanzar un proyectil con una pequeña velocidad, pero constante y en el que se pueda cambiar el ángulo de disparo. Formule alguna hipótesis respecto al movimiento del objeto lanzado y diseñe un experimento que pueda validarla.
- 5 Diseñar y construir un reloj de Sol. A partir de esta investigación analice la factibilidad de:
  - a) construir un reloj de luna;
  - b) construir un calendario solar.
- 6 En la mayoría de los deportes existen lanzamientos de balón u otro implemento, saltos, giros, etc. Seleccione de una actividad deportiva un fenómeno físico particular y realice una investigación experimental con el objeto de optimizar el rendimiento de un atleta.
- 7 Determine experimentalmente el centro de gravedad de una silla o cualquier objeto que se encuentra en la sala de clases.
- 8 Usando los conocimientos de lanzamiento de proyectil, determine experimentalmente la velocidad con que sale el agua de una manguera.

### Sección III.

---

La utilización de diferentes fuentes de información, el saber seleccionarla, sintetizarla, hacer un análisis crítico de ella y presentarla mediante un informe escrito u oral se puede evaluar usando los criterios e indicadores relacionados con “Evaluación en una actividad de recopilación de información”. A continuación se indican algunos ejemplos de actividades, encabezados por los criterios a evaluar con los indicadores correspondientes.

**Criterios a evaluar:** Recolección de la información; procesamiento de la información; entrega de la información.

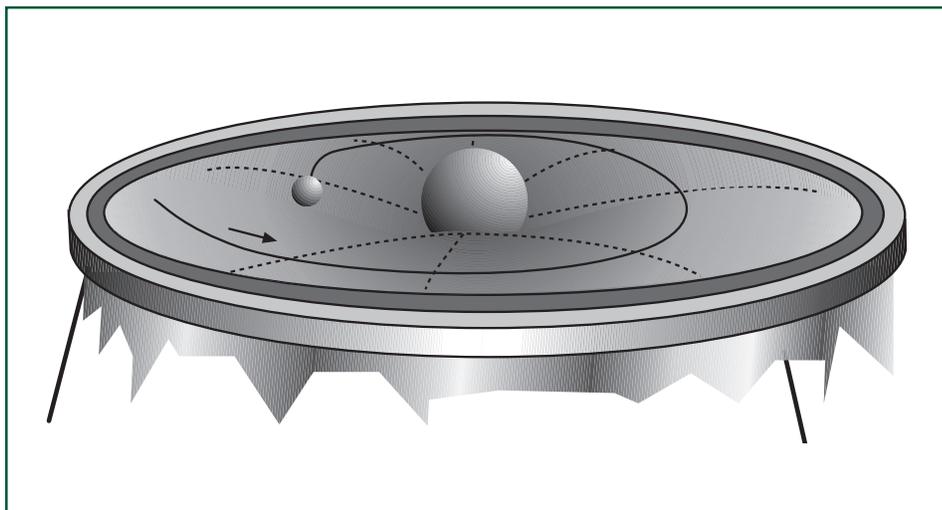
**Indicadores:** Utiliza la biblioteca y los recursos bibliográficos de su entorno; busca y utiliza información proveniente de artículos de revistas de divulgación científica y periódicos; realiza entrevistas a expertos y autoridades en el tema de investigación. Organiza la información según las fuentes utilizadas; utiliza, interpreta esquemas y gráficos. Maneja y utiliza un lenguaje apropiado, mostrando conocimiento del significado de conceptos y definiciones relacionados con la física; es capaz de interpretar y describir ideas propias o de otras fuentes; entrega un informe oral o escrito en forma organizada, utilizando una variedad de técnicas, tales como esquemas gráficos, dibujos.

- 1 Existen muchos juguetes que se basan en sistemas de equilibrio. Elija uno de ellos y realice un estudio de los fenómenos físicos en que se basan.
- 2 En algunos deportes la estática y la dinámica de rotación requieren de un estudio profundo para lograr mejores registros o marcas. Elija una actividad deportiva y realice un análisis de cómo la física de rotación está presente en ella y de qué forma se puede optimizar su uso para obtener mejores logros deportivos.
- 3 Los giroscopios son fundamentales para la navegación aérea. Infórmese sobre su aplicación en esta área y explique su funcionamiento.
- 4 Recolectar información acerca de los principales modelos cosmológicos desde la antigüedad hasta el renacimiento incluyendo los de las civilizaciones indígenas de América. Destacar las principales semejanzas y diferencias entre ellos.
- 5 En no más de dos páginas escribir un ensayo sobre las leyes de Kepler en que se explique: (a) el enunciado, (b) la importancia histórica y (c) el valor científico de cada una de las leyes.
- 6 En no más de dos páginas desarrollar un ensayo que relate las circunstancias históricas en que se gestan las leyes de Kepler.
- 7 En no más de dos páginas desarrollar un ensayo relativo al origen histórico de la ley de gravitación universal, su impacto cultural e importancia general en las ciencias físicas.
- 8 Redacte un breve ensayo sobre a) el significado físico y, b) el impacto cultural de la famosa expresión  $E = mc^2$ .

## Anexo D: Elementos de laboratorio

### Sistema para visualizar la curvatura del espacio

Un bastidor al menos de unos 40 cm de diámetro, una tela elástica, una bolita pesada para simular al Sol, preferentemente de acero y de unos 3 cm de diámetro, unas bolitas de vidrio de 1 cm de diámetro y alambre galvanizado de 2 mm para hacer el soporte, permiten construir un aparato como el que se ilustra en la figura para simular la curvatura del espacio a que se refiere la teoría general de la relatividad.



### Listado de materiales de laboratorio:

Para la realización de las experiencias propuestas en el presente programa se requieren elementos en general simples y fáciles de conseguir.

#### Unidad 1: Estática.

- 1 Placas de madera de diferentes formas, clavitos y una plomada para encontrar el centro de gravedad (ver figura 1.1).
- 2 Tablón de madera que se pueda inclinar, caja de zapatos, plomada (ver figura 1.2).
- 3 Mono porfiado o tarro y plasticina para construirlo (ver figura 1.4).
- 4 Tres dinamómetros, hilos y la superficie de una mesa (ver figuras 1.5 y 1.6).
- 5 Cilindro, dinamómetro, hilos, polea, pesa y tablón que pueda inclinarse (ver figura (1.7).
- 6 Cuerda gruesa y resistente (ver figuras 1.8 y 1.9).
- 7 Varilla apoyada en un punto de un soporte vertical, dinamómetro, pitillas, pesa (ver figura 1.10).
- 8 Sistema de poleas con diferentes radios o ruedas de madera perforadas en el centro y de distintos diámetros que se unen. Cuerdas y objetos que sirvan de pesas (ver figura 1.11).

**Unidad 2: Dinámica de rotaciones**

- 1 Tabla que se pueda inclinar y cilindro (tarro o tubo de PVC), (ver figura 2.1).
- 2 Péndulo.
- 3 Rueda de bicicleta pequeña, eje, soporte, hilo, peso (ver figura 2.3).
- 4 Un huevo crudo y uno cocido.

**Unidad 3: Gravitación y leyes de Kepler**

- 1 Pequeña bomba de agua, cubeta, lámpara estroboscópica o ampolleta potente y estroboscopio de cartón, cartulina blanca (ver figura 3.1).
- 2 Lanzadera de bolitas: riel de plástico o aluminio, soportes, transportador, plomada, cartulina, papel calco y bolita masiva (ver figura 3.2).
- 3 Superficie inclinada, cartulina blanca, papel calco y bolita pesada (ver figura 3.5).
- 4 Esfera o globo para representar la bóveda celeste (ver figura 3.12).
- 5 Círculos de cartón o cartulina para construir modelos cosmológicos (figuras 3.15 a 3.19).

**Unidad 4: El mundo relativista**

- 1 Cartón para construir un modelo del movimiento del perihelio del planeta Mercurio (ver figura 4.19).
- 2 Sabana o cortina de género (para simular la curvatura del espacio), pelota y bolitas.
- 3 Esfera o globo para dibujar un triángulo (ver figura 4.23).

## Anexo E: Datos astronómicos

La siguiente información puede ser útil en la elaboración de ejercicios, actividades y en la evaluación.

### 1) Datos de la Tierra

Distancia media al Sol	$1,496 \times 10^{11}$ m
Distancia mínima al Sol (perihelio)	$1,471 \times 10^{11}$ m
Fecha	3 de enero
Distancia máxima al Sol (afelio)	$1,521 \times 10^{11}$ m
Fecha	4 de julio
Radio ecuatorial	6378099 m
Radio polar	6356631 m
Período de traslación	365 d 6 h 9 min 9,5 s
Día solar (en diciembre)	24 h 30 s
Día solar (en septiembre)	23 h 59 min 39 s
Edad	$4,5 \times 10^9$ años

### 2) Datos de la Luna

Masa	$7,35 \times 10^{22}$ kg
Distancia media a la Tierra	$3,84403 \times 10^8$ m
Diámetro medio	$3,476 \times 10^6$ m
Período de traslación	27,32 días

### 3) Datos de las planetas

	Distancia media al Sol en UA	Período de traslación en años	Período de rotación en días	Diámetro medio, considerando el de la Tierra = 1	Inclinación de los planos orbitales en relación al de la Tierra	Densidad media (agua = 1)	Energía solar recibida (Tierra = 1)	Excentricidad de la órbita	Masa (Tierra = 1)
Mercurio	0,387	0,241	58,65	0,39	7° 0'	3,8	6,67	0,21	0,06
Venus	0,723	0,615	243	0,973	3° 24'	4,8	1,91	0,01	0,82
Tierra	1,000	1,000	1	1,000		5,52	1,00	0,02	1,00
Marte	1,524	1,881	1,03	0,532	1° 51'	3,8	0,43	0,09	0,11
Júpiter	5,203	11,862	0,41	10,97	1° 18'	2,3	0,04	0,05	317,8
Saturno	9,539	29,458	0,42	9,03	2° 29'	0,7	0,01	0,06	95,1
Urano	19,19	84,018	0,42	4,9	0° 46'	2,3	0,003	0,05	14,5
Neptuno	30,06	164,79	0,65	3,9	1° 47'	2,2	0,001	0,01	17,2
Plutón	39,44	247,7	6,39	0,46	17° 19'	2,0	0,0001	0,25	0,004

#### 4) Símbolos clásicos de los planetas

	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno	Plutón
Símbolo									

#### 5) Modelo a escala del sistema solar

	Sol	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno	Plutón
1	150,0	0,6	1,4	1,4	0,8	15,6	12,9	5,7	5,6	1,4
2	1000000	0,16	2,4	3,0	0,3	945,3	177,3	43,6	51,7	2,7
3	-	6,5	12,1	16,7	25,5	87,1	159,8	321,5	503,5	661,6

1. Diámetro en milímetros (mm);
2. Masa en gramos (gr);
3. Distancia al Sol, en metros (m)

Nota: A esta escala la estrella más cercana al Sol (alfa, de la constelación de Centauro), tiene más o menos el mismo diámetro y masa que el Sol, pero se encuentra a 460 kilómetros de éste.

#### 6) Datos del Sol

Radio	$6,96 \times 10^8$ m	(1/110 del terrestre)
Masa	$1,99 \times 10^{30}$ kg.	(1/333000 de la terrestre)
Densidad media	$1,41 \text{ g/cm}^3$	(1/4 de la terrestre)
Temperatura	Superficie: $5790 \text{ }^\circ\text{K}$	Centro: $2,0 \times 10^7 \text{ }^\circ\text{K}$

### 7) Datos de algunos satélites naturales

Planeta y N° de satélites conocidos	Satélites más importantes	Diámetro (Km)	Radio orbital (Km)	Período de traslación (días/hrs/min)
Tierra (1)	Luna	3476	$3,8 \times 10^5$	27 d 7 h
Marte (2)	Fobos	$27 \times 21 \times 19$	$9,4 \times 10^3$	7 h 39 min
	Deimos	$15 \times 12 \times 11$	$2,4 \times 10^4$	1 d 6 h 18 min
Júpiter (16)	Io	3636	$4,2 \times 10^5$	1 d 18 h 27 min
	Europa	3130	$6,7 \times 10^5$	3 d 13 h 13 min
	Ganimides	5270	$1,1 \times 10^6$	7 d 3 h 42 min
	Calisto	4890	$1,9 \times 10^6$	16 d 16 h 33 min
Saturno (18)	Titán	5140	$1,2 \times 10^6$	15 d 22 h 42 min
	Rea	1530	$5,2 \times 10^5$	4 d 12 h 25 min
	Diona	160	$3,7 \times 10^5$	2 d 17 h 41 min
	Tetis	1050	$2,9 \times 10^5$	1 d 20 h 24 min
Urano (15)	Miranda	300	$1,2 \times 10^5$	1 d 9 h 36 min
	Ariel	800	$1,9 \times 10^5$	2 d 12 h 30 min
Neptuno (8)	Tritón	2705	$3,6 \times 10^5$	5 d 21 h 7 min
	Nereida	320	$5,6 \times 10^6$	359 d 9 h 36 min
Plutón (1)	Caronte	1300	$1,9 \times 10^4$	6 d 6 h

### 8) Datos de nuestra galaxia

Diámetro	90000 años luz
Espesor central	15000 años luz
Radio orbital del Sol	27000 años luz

Nota: 1 Año luz, la distancia que recorre la luz en 1 año, es de aproximadamente  $9,46 \times 10^{12}$  km.

## Anexo F: Bibliografía (libros, revistas, software, videos, direcciones de internet)

Las siguientes obras contienen material de utilidad en relación a los contenidos tratados en este documento.

Alfvén, Hannes; 1970, *Mundos - Antimundos* (Editorial Universitaria S. A.), 144 páginas. Libro ameno y que en lenguaje simple presenta la visión del cosmos por la década de los 70, dejando claro el modo en que las partículas elementales influyen a nivel cosmológico. El autor recibe en el año 1970 el premio Nobel de Física por su contribución a la magnetohidrodinámica.

Alonso, Marcelo; Rojo, Onofre; 1979, *Física, Mecánica y termodinámica* (Fondo Educativo Interamericano S. A.) 454 páginas.

Examina con bastante más rigurosidad los contenidos que considera este programa, pero lo hace de un modo simple y con matemáticas elementales. Propone una gran cantidad de preguntas, problemas, ejemplos, experimentos, tablas de datos, etc. que pueden resultar de gran utilidad para el profesor.

Alvarenga B. Máximo A. 1976, *Física General* (Editorial Harta, 3ª edición, Colombia) 994 páginas.

Claridad en la exposición de conceptos, variedades de ejemplos, actividades y novedosos problemas lo convierten en un excelente apoyo para este programa.

Bueche, Frederick J. 1991, *Fundamentos de Física* (McGraw-Hill, quinta edición, México) 2 tomos de 500 páginas cada uno.

En el tomo I se tratan los contenidos de este programa. Lo caracteriza un buen nivel tanto

en la exposición de los temas como en sus buenas ilustraciones, y una buena cantidad de problemas para cada uno de los temas que trata. No deja de lado los aspectos históricos y posee excelentes apartados con temas bien escogidos. Su nivel matemático se limita sólo al álgebra. Carabello, Olano, Torruella y otros, 1972, *Física: Una ciencia para todos* (Merrill Publishing Company, USA) 574 páginas.

Trata todos los temas del presente programa en forma clara y directa. Dibujos, esquemas y fotografías a todo color, resúmenes, preguntas y problemas caracterizan este libro que sólo hace uso de matemáticas elementales.

Claro Huneeus, Francisco 1995, *A la sombra del asombro* (Editorial Andrés Bello, Santiago) 207 páginas.

Este libro nos muestra "el mundo visto por la física". Hasta los aspectos más complejos de esta ciencia son expuestos en forma clara y amena. Lectura necesaria para los docentes de física y con muchos capítulos adecuados para los estudiantes.

Copérnico, Nicolás; 1543, *Las revoluciones de las esferas celestes* (Editorial Universitaria de Buenos Aires) 102 páginas.

Este texto, pequeño en extensión pero obra de gigante, permite que el lector o lectora tenga acceso a las fuentes originales. La lectura y análisis de algunos de sus capítulos puede resultar enormemente enriquecedor.

Creces, el nuevo conocimiento (Publicación mensual especializada de CONIN)

Numerosos e interesantes artículos y noticias de actualidad científica (física, medio ambiente, astronomía y espacio, entre otros) están especialmente dirigidos a profesores y profesoras, así como a los estudiantes de la Educación Media de nuestro país.

Cruz González, Irene; Nosnik, Abraham; Recillas, Elsa; 1989, Galileo Galilei, el hombre de la torre inclinada (Editorial Andrés Bello) 97 páginas.

Obra breve, pero también justa y precisa. Sus bellas y adecuadas ilustraciones, su lenguaje simple lo convierten en una lectura conveniente para todos los actores de este programa.

Einstein, Albert; Infeld, Leopold, 1939, La física, aventura del pensamiento (Editorial Losada S.A, Buenos Aires) 254 páginas

Obra apasionante que, según sus propios autores, describe a grandes rasgos la tentativa de la mente humana para encontrar una conexión entre el mundo de las ideas y el mundo de los fenómenos. Es un libro necesario para profesores y profesoras de física y hay algunos capítulos adecuados para los estudiantes.

French, A. P, 1994, Relatividad especial (Editorial Reverté, S. A. Barcelona) 331 páginas.

Curso de física del MIT (Massachusetts Institute of Technology), dedicado exclusivamente a la teoría especial de la relatividad de Einstein. En ocho capítulos revisa los conceptos relativistas dedicando un espacio importante a las verificaciones experimentales de la teoría. Su nivel lo hace adecuado para el profesor o profesora.

Galileo Galilei, 1610, El mensajero de los astros (Editorial Universitaria de Buenos Aires) 92 páginas.

Texto breve pero de gran importancia, posibilita que los estudiantes tengan acceso a las fuentes originales. La lectura y análisis de algunos de sus capítulos puede resultar enormemente enriquecedor para ellos.

Hawking, Stephen, 1988, Historia del Tiempo: del Big Bang a los agujeros negros (Editorial Grijalbo, Ed. Crítica, Barcelona)

Trata importantes temas de la física moderna desde una perspectiva cosmológica. Bien escrito, aunque a veces algo técnico y difícil de leer.

Hewitt, Paul. 1995, Física conceptual (Editorial Addison - Wesley Iberoamericana, 2ª edición, E.U.A) 738 páginas.

El énfasis en el concepto, explicaciones entretenidas, preguntas y actividades lo hacen muy atractivo, permitiendo que alumnos y alumnas comiencen a descubrir los apasionantes caminos de la física.

Investigación y Ciencia (Edición española de Scientific American) (Prensa Científica, S. A., Barcelona).

Revista mensual que trata temas de las diversas ciencias a nivel no especializado. Los artículos son en general excelentes, abundantes en material histórico y bien actualizados.

Papp, Desiderio. 1961, Historia de la física (Espasa - Calpe, S. A. Madrid) 440 páginas.

Se exponen en forma excelente el origen y evolución de los principales conceptos de la física e incluye un importante apéndice con una selección de textos clásicos muy bien escogidos.

Papp, Desiderio. 1975, Ideas revolucionarias de la ciencia (Editorial Universitaria, Santiago) 3 tomos de 350 páginas cada uno.

Nos muestra con gran claridad en qué circunstancias y cómo se originaron los principales

conceptos de la ciencia, y proporciona información amena sobre sus protagonistas.

Perrelman, Y, 1971, Física recreativa (Ediciones. Martínez Roca S.A.) 187 páginas.

Lectura amena que enseña a pensar desde el punto de vista de la física. Interesantes, motivantes e ingeniosos capítulos nos aproximan a los más variados temas de esta ciencia. Adecuada para docentes y estudiantes.

Reeves, Hubert; de Rosnay, Joël; Yves Coppens; Simonnet, Dominique 1997, La más bella historia del mundo (Editorial Andrés Bello) 174 páginas.

Apasionante relato de la historia del mundo, desde los orígenes del Universo (Big Bang), hasta los orígenes de la Tierra, la vida y el ser humano.

Sagan, Carl (1980) Cosmos (Editorial Planeta S. A.) 365 páginas.

Magistral obra que, aun pasados los años, conserva su vigencia, al igual que la serie de televisión del mismo nombre. En esta obra describe con gran estilo y belleza “una evolución de quince mil millones de años que ha transformado la materia en vida y consciencia”.

Serway, Raymond. 1994, Física (Editorial McGraw - Hill, 3º edición, U.S.A.).

Excelente texto de toda la física básica. Su mérito es el haber incluido la física más reciente.

Wilson, Jerry D, 1994, Física (Editorial Prentice Hall Hispanoamericana S.A. México) 776 páginas.

Obra muy completa, con variados ejemplos y demostraciones experimentales. Gran número de ejercicios y excelentes ilustraciones.

Zamorano, Nelson, 1995, Introducción a la Mecánica (Editorial Universitaria, Santiago, Chile) 500 páginas.

Obra muy completa Si bien es un curso de nivel universitario, para los profesores y profesoras resulta de una gran ayuda: muy buenas explicaciones y excelentes ilustraciones acompañados de un gran número de ejemplos, problemas y ejercitación.

Zitzawitz, Paul W. Y Robert F. Neff, 1997, Física, principios y problemas (Editorial McGraw-Hill. Colombia) 270 páginas.

El tomo 1 expone los temas relativos al movimiento, el calor y el Universo de un modo claro y con una excelente diagramación e ilustraciones. Definición del nivel de logros, resúmenes, actividades de laboratorio, problemas, ejemplos, revisión de conceptos, apartados con aproximaciones a la tecnología son algunas de sus principales características.

Software educativo. Historia del Tiempo, Interactiva, Editorial Anaya  
Enciclopedia Encarta, Microsoft  
Distant Suns, First Light, Versión 1.0

Videos: “El universo mecánico...y el más allá”  
Es una serie traducida al español de 9 cintas de video, cada una de las cuales contiene dos capítulos de 30 minutos cada uno. Se presentan temas de cinemática, dinámica, las leyes de Kepler, gases, electricidad, electromagnetismo, óptica y el átomo, con ejemplos tomados de la vida real, e incluye demostraciones, experimentos y animaciones.

United Video S. A. Augusto Leguía 132. Las Condes, Santiago. Fono 3359202, Fax 3359203. Consultar la última edición del Catálogo CRA, Ministerio de Educación.

**Algunas direcciones de internet que pueden resultar interesantes.**

<http://aagc.dis.ulpgc.es/aagc.html>  
<http://academia.col.itesm.mx/materias/fisica/doppler/index.htm>  
<http://beast.as.arizona.edu/MovieGallery/mg2.html>  
<http://csep10.phys.utk.edu/astr162/lect/index.html>  
<http://ctios6.ctio.noao.edu/~claudio/comen.html>  
<http://dir.lycos.com/Science/Astronomy/>  
<http://encke.jpl.nasa.gov/>  
<http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/heasarc/videos/education.html>  
<http://irtf.ifa.hawaii.edu/MOWG/othermissions.html>  
<http://jean-luc.ncsa.uiuc.edu/Exhibits/>  
<http://jean-luc.ncsa.uiuc.edu/World/world.html>  
<http://leonids.hq.nasa.gov/leonids/>  
<http://library.thinkquest.org/3082/index.htm>  
<http://olmo.pntic.mec.es/~hiparco/index.html>  
<http://opposite.stsci.edu/pubinfo/index.html>  
<http://personal.redestb.es/juanlois/capostol.html>  
<http://physicsweb.org/TIPTOP/VLAB/>  
<http://planetary.org/>  
<http://pop.life.uiuc.edu/~alynch/macearth.html#spac>  
<http://search.espanol.yahoo.com/search/espanol?p=astronom%Eda>  
<http://servedby.advertising.com/click/site=491/bnum=91500248>  
<http://snoopy.gsfc.nasa.gov/~orfeus2/science.html>  
[http://solar.physics.montana.edu/YPOP/FilmFestival/movie\\_examples.html](http://solar.physics.montana.edu/YPOP/FilmFestival/movie_examples.html)  
<http://suhep.phy.syr.edu/courses/modules/LIGHTCONE/galilean.html>  
<http://suhep.phy.syr.edu/courses/modules/LIGHTCONE/newton.html>  
<http://thecity.sfsu.edu/~lglira/astro.htm>  
<http://webserver.pue.udlap.mx/~aleph/alephzero8/neutrinos.html>  
<http://webserver.pue.udlap.mx/~aleph/alephzero8/particulas.html>  
<http://webserver.pue.udlap.mx/~aleph/alephzero8/quantum.html>  
<http://www.10d10.com/>  
<http://www.astrored.org/>  
<http://www.astrored.org/digital/>  
<http://www.astrored.org/efem/>  
<http://www.astrored.org/internet/internet/superlinks1.html>  
<http://www.athena.ivv.nasa.gov/curric/space/solterr/output.html>  
<http://www.censolar.es/>  
<http://www.civila.com/chile/astrocosmo/55cancri.htm>  
<http://www.civila.com/chile/astrocosmo/conteni.html>  
<http://www.colorado.edu/physics/2000/applets/index.html>

<http://www.colorado.edu/UCB/AcademicAffairs/ArtsSciences/physics/PhysicsInitiative/Physics2000/index.pl?Type=TOC>  
<http://www.das.uchile.cl/index.htm>  
<http://www.das.uchile.cl/links.html>  
<http://www.enlaces.cl>  
<http://www.fisica.edu.uy/PAGES/oalm/eclipses/eclip.html>  
<http://www.fiz.uni-lj.si/astro/deepsky/aat/astroimages.html>  
<http://www.geocities.com/Athens/Delphi/8951/campos.htm>  
<http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Lab/1719/experimentos.html>  
<http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Launchpad/2921/anisotropy.html>  
<http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Launchpad/2921/cosmolog.htm#Contenidos>  
<http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Launchpad/2921/cronolog.htm>  
<http://www.iac.es/gabinete/inves/linea1.htm>  
<http://www.iac.es/gabinete/inves/linea4.htm>  
<http://www.if.ufrj.br/teaching/phys2.html>  
[http://www.japan.park.org/Japan/NTT/MUSEUM/html\\_st/star/index\\_c\\_e.html](http://www.japan.park.org/Japan/NTT/MUSEUM/html_st/star/index_c_e.html)  
<http://www.jpl.nasa.gov/cassini/Images/artwork/>  
<http://www.mos.org/sln/toe/toe.html>  
<http://www.mtwilson.edu/Science/index.html>  
[http://www.mtwilson.edu/Tour/Museum/Exhibit\\_A/index.html](http://www.mtwilson.edu/Tour/Museum/Exhibit_A/index.html)  
<http://www.oei.org.co/fpciencia/art15.htm>  
<http://www.physicsweb.org/TIPTOP/VLAB/>  
<http://www.rockhounds.com/rockshop/marsrock.html>  
<http://www.sadeya.cesca.es/~pdiaz/laberint/preambul.htm>  
<http://www.sai.msu.su/apod/index/LocalGroup.html>  
<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm>  
<http://www.sc.mahidol.ac.th/>  
<http://www.uat.mx/Vinculos/planeta/video2.html>  
<http://www.ucm.es/info/Astrof/sol.html>  
<http://www.vcas.org/astrocon/>  
<http://www.zib.de/Visual/projects/ART/index.html>  
<http://www3.uniovi.es/MIBI/ciencia/>  
<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Einstein.html>

Si en el teclado no encuentran el símbolo: ~, manteniendo pulsada la tecla ALT, digitar en el teclado numérico 126 y soltar ALT; lo mismo para el símbolo @; pero digitando 64.

Puede que algunas de las direcciones dejen de existir o se cambien después que este programa de estudio se publique.

## Índice

### A

acción - reacción 61  
 aceleración  
   angular 28, 29, 30, 31  
   centrípeta 29, 60, 64  
   de gravedad 38, 60, 64  
   tangencial 29  
 aceleradores de partículas 95, 97, 102  
 afelio 54  
 agujeros negros  
 Anderson, Carl 91  
 angular  
   aceleración 29, 31  
   momento 33  
   velocidad 32  
 anillos planetario 66  
 anomalía en el perihelio de Mercurio 75  
 antielectrón Véase positrón  
 antihidrógeno 105  
 antimateria 75, 103  
 antipartículas 101  
 aprendizajes esperados de la unidad  
   dinámica de rotaciones 26  
   el mundo relativista 75  
   estática 11  
   gravitación y leyes de Kepler 36  
 Aristarco 53  
 Aristóteles 51, 57  
 asteroides 57, 66, 74  
 astrología 49  
 astronomía 49, 56

### B

balanza de torción 63  
 Brahe, Tycho 47, 52, 54, 56, 57  
 Bucherer, Alfred 95

### C

caída libre 38, 39  
 Caronte 65, 67  
 Cavendish, Henry 59, 63, 64  
 centro  
   de gravedad 13, 14  
   de masa 65  
 circunferencial, movimiento 29  
 cometa 35  
   Shoemaker-Levy-9 66  
 Compton, Arthur Holly 100  
 Compton, efecto 59, 62  
 conservación del momento angular 48  
 constante de gravitación 26  
 constelaciones 75  
 contenidos mínimos  
   dinámica de rotaciones 26  
   el mundo relativista 75  
   estática 11  
   gravitación y leyes de Kepler 36  
 contracción del espacio 92  
 Copérnico, Nicolás 47, 49, 53  
 Crommelin, Andrew 110  
 cuasar 74  
 curvatura del espacio 106, 111  
 Cygnus X-1 74  
 Christy, James W 67

### D

deferente 51  
 deportes 46  
 dilatación del tiempo 75, 87, 90  
 dinámica de rotaciones 26  
 dinamómetro 18, 20

### E

eclipse de Sol 51  
 ecuaciones  
   cinemáticas 30  
   de transformación de Galileo 81

- Eddington, Arthur 110  
efecto Compton 75, 99  
Einstein, Albert 5, 79, 82 - 85, 95, 97, 99-101, 107-112  
elipse 54  
energía  
    cinética 96  
    de masa 97  
    nuclear 97-99  
    potencial de un astro 70  
    potencial gravitatoria 71  
    relativista 96  
epiciclo 51  
epicicloide 51  
equilibrio 15-17,22, 25, 68  
equivalencia, principio de 107  
espacio - tiempo 83, 102  
estados de equilibrio 13  
estática 11  
estrellas, movimiento de las 47  
estroboscopia 39  
éter cósmico 77, 82, 85  
Euclides, geometría de 111  
Eudoxo de Cnido 53  
excentricidad 54
- F**  
Fizeau, Hipólito 683  
fotón 96, 102  
Foucault, León 79  
fuerza  
    centrípeta 72  
    gravitacional 59, 61, 68, 72  
    vector 18, 20,21  
    y torque 22
- G**  
Galileo  
    ecuaciones de transformación de 80, 81, 85, 94  
    Galileo Galilei 44, 47, 49, 51, 75, 78, 83  
    geocéntrico, modelo 47  
    geoestacionario, satélite 68  
    gravedad  
        aceleración de 38, 61, 62  
        centro de 13  
    gravitación universal, ley de 46, 59  
    gravitación y leyes de Kepler 36
- H**  
Hafele 91  
Hall, D 91  
Halley, cometa 56-58  
Herschell, William 66  
Huygens, Cristian 51-99
- I**  
incerteza 55, 82  
indicaciones al docente  
    dinámica de rotaciones 27  
    el mundo relativista 76  
    estática 12  
    gravitación y leyes de Kepler 37  
inercia 79, 107  
interferómetro 82  
internet 42, 58, 66, 74, 83, 122, 140, 142
- J**  
Júpiter 62, 65, 66, 73  
Kant, Emanuel 67  
Keating 91  
Kepler, Johannes 47, 49  
Kepler, leyes de 47, 54-57, 61
- L**  
Laplace, Pierre Simón 67  
Le Verrier, Urbain 66  
lente gravitacional 111

## ley

- de conservación de la energía 70
- de conservación del momento angular 74
- de gravitación universal 59, 62, 63, 66, 106
- de inercia 79

Lorentz, Hendrick 83, 93

Lowel, Percival 67

Luna 59, 61, 62, 65, 66, 73

## luz

- naturaleza corpuscular de la 75, 96, 99
- velocidad de la 75, 85

## M

mareas 59, 66

Marte 49, 50, 56

## masa

- centro de 65
- de la Luna 64
- de la Tierra 59, 64
- de las estrellas 65
- de una montaña 67
- del Sol 64
- inercial y gravitacional 107
- relativista 87, 95
- y energía, relación entre 96

Maxwell, James Clerk 99

Mercurio 65, 66, 75, 106, 112

Michelson, Albert 77, 82, 83

Millikan, Robert 102

modelo standard 102

## momento

- angular 33-35, 54, 70, 74
- angular, ley de conservación del 33, 35
- de inercia 32

momentum relativista 95

monos porfiados 15

Morley, Edward 77, 82, 83

movimiento cerca de la superficie terrestre 38

movimientos debidos a la gravedad 38

mundo relativista, el 75

muones 87, 91

## N

Neptuno 51, 58, 59, 66, 67

neutrino 91, 101, 102

neutrón 102

Newton, Isaac 46, 47, 49, 51, 59, 61, 62, 83, 96, 106

Newton, segunda ley de 31

## O

órbita 66

## P

paradoja de los gemelos 87, 91

partículas elementales 96, 101, 102

Pauli, Wolfgang 103

perihelio 56

de Mercurio 107

Pitágoras, teorema de 19, 42, 89

planeta X 67

planetas, movimiento de los 47, 49

Plutón 51, 59, 65, 67

positrón 103

principio de

equivalencia 106, 109

independencia de los movimientos 38

relatividad de Galileo 81

protón 102

Ptolomeo, Claudio 47, 51

## Q

quarks 75, 101, 102, 104

## R

radiación cósmica 91, 102, 105

radio de Schwarzschild 74

relatividad

clásica 77

especial 75, 87

general 106

Rossi, B 91

**S**

satélite 36, 57, 59, 62, 65, 66, 68, 69, 74  
    geoestacionario 68  
Saturno 56, 66  
Schwarzschild, radio de 74  
segunda ley de Newton 31  
Shoemaker-Levy-9, cometa 66  
simultaneidad de eventos 88  
sistema de referencia inercial (SRI) 79  
sistema solar 75  
Sol, movimiento del 47, 48  
SRI, sistema de referencia inercial 80, 82, 84,  
    88, 107

**T**

teoría de la relatividad 76, 93  
teoría especial de la relatividad 83, 95, 96  
teoría general de la relatividad 110, 111  
Tierra 50, 60, 61, 62, 65  
    movimiento de la 83  
Tombaugh, Clyde 67  
torque 22, 23, 28, 31, 35

**U**

UA, unidad astronómica 56, 58  
unidad astronómica (UA) 56, 58  
Urano 51, 66

**V**

vector fuerza 18, 19  
velocidad  
    angular 32, 34  
    de escape 70, 72, 73, 74  
    de la luz 75, 77, 85, 87  
    suma relativista de la 94  
Venus 86  
Vulcano 107

**Y**

Young, Thomas 99