

# La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones

---

**Roberto Vidal C.**

## I. Acepciones de *Didáctica*

¿Cuál es el sentido actual de la palabra *didáctica*?, ¿Por qué se habla de Didáctica de las Matemáticas?, ¿Cuál es la necesidad de especificar el contenido? Para responder a estas interrogantes, revisemos brevemente los usos de la palabra didáctica.

Sin duda al hablar de enseñanza, está presente la palabra *didáctica*. Ian Amos Comenius<sup>1</sup> introdujo esta palabra en su obra “Didáctica Magna”, dándole el significado de “arte de enseñar”. De la misma forma aparece en el diccionario de la Real Academia Española. Hasta aquí, podemos ver que se usa el término didáctica como sinónimo de Metodología.

El pedagogo alemán Heinz Griesel, define: “*La Didáctica de las Matemáticas es la ciencia del desarrollo de las planificaciones realizables en la enseñanza de la matemática*”. Una interpretación que da importancia a los programas, a las secuencias de enseñanza, a la elaboración de manuales; es decir, nuevamente reducida al método. En efecto, cuando hablamos de material didáctico lo hacemos utilizando “didáctico” como un adjetivo.

En los años 70’ surge en Francia la acepción de “Didáctica de las Matemáticas” por el investigador Guy Brousseau, quien levanta bajo este nombre una nueva disciplina científica que estudia la comunicación de conocimientos y de sus transformaciones, por medio de una epistemología experimental que intenta teorizar sobre la producción y circulación de los saberes. Su campo de estudio corresponde a los fenómenos que ocurren en la enseñanza de la matemática, relacionados con los alumnos, los contenidos matemáticos y los agentes educativos. Se pueden distinguir tres etapas según diferentes acepciones de la palabra didáctica:

**Etapa Antigua:** Bastaba que el profesor dominara muy bien su disciplina y lo didáctico se le atribuía a sus cualidades de “buen enseñante”.

---

<sup>1</sup> Ian Amos Comenius (1592 – 1570). Teólogo, Filósofo y Pedagogo Nacido en la República Checa. Es llamado el Padre de la Pedagogía, por establecer sus primeros principios fundamentales.

**Etapa Clásica:** Se introduce la investigación de procesos de enseñanza y sobre todo de aprendizaje de las matemáticas. Los estudios realizados son liderados por la psicología educacional, con aportes de Piaget, Vigotsky, Ausubel, entre otros, a tal punto que incluso se publican libros con el nombre de Didáctica de las Matemáticas, que se refieren a estos estudios o bien a estrategias metodológicas.

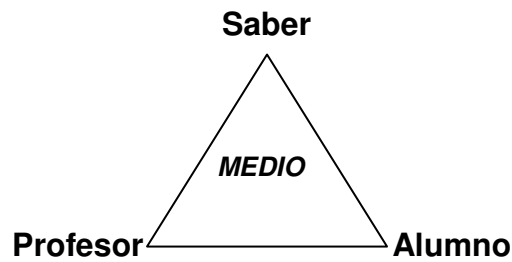
**Etapa actual:** Se concibe la Didáctica de las Matemáticas como ciencia, en la que no sólo se considera los aportes de la etapa clásica (desde otras disciplinas) sino que se abordan fundamentalmente y como punto de inicio, las propias matemáticas. Por tanto, para investigar en Didáctica de las Matemáticas, es necesario contar con un equipo multidisciplinar en que existan personas de sólida formación matemática. Los didactas de la matemática permiten la conexión entre los matemáticos profesionales y los educadores matemáticos. La acepción de didáctica es específica de la disciplina, y por tanto, no se sostiene la idea de una didáctica general, sometida a la pedagogía, sino al conjunto de didácticas (de la matemática, de la física, de la biología, de la historia, etcétera), que tienen su particularidad en los problemas que emergen de sus propios objetos de conocimiento, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de éstos. Hay que notar que el campo metodológico acá resulta ser parte de la Didáctica de las Matemáticas, pues el término “didáctica” aparece como sustantivo.

## II. La Teoría de Situaciones Didácticas

Ubicándonos en la actual terminología de la Didáctica de las Matemáticas, en su sentido moderno como disciplina científica, mostraremos a continuación un esbozo de uno de sus aportes más significativos: La Teoría de Situaciones Didácticas.

La noción de **situación** para Brousseau corresponde a “un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético”.

Por **situación didáctica** se entiende una situación construida intencionalmente por el profesor con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado o en vías de constitución. La situación didáctica se planifica en base a actividades problematizadoras, cuya necesidad de ser resueltas o abordadas, implique la emergencia del conocimiento matemático que da sentido a la clase, la que ocurre en el aula, en un escenario llamado triángulo didáctico, cuyos lados indican conjuntos de interacciones entre los tres protagonistas (indicados por los vértices):



*El Medio didáctico aparece como el conjunto de interacciones que se producen entre el saber, el alumno y el profesor.*

En el desarrollo de una situación didáctica, aparecen “momentos”, denominados como **situaciones a-didácticas**, que se caracterizan por el trabajo que realiza el alumno interactuando con el problema propuesto o bien discutiendo con sus compañeros acerca de éste, es decir, cuando interactúa con el medio preparado por su mentor. El profesor debe procurar que el alumno se responsabilice por trabajar en él y si no llega a su solución, al menos indique ciertas aproximaciones según los objetivos propuestos. Así, en estas situaciones a-didácticas interesa observar “cómo se las arregla” el estudiante ante el problema que le demanda el maestro.

En palabras del propio Brousseau: *“El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.”*

El profesor ya ha planeado la situación didáctica (esto es, la más general) de modo que existan estos momentos (situaciones a-didácticas) en que los alumnos interactúan con el problema, presenten conflictos cognitivos, se propicie la discusión y el debate y también hagan preguntas. El papel del profesor, en tanto, consiste en guiar con intervenciones o respondiendo a las preguntas, pero con otras interrogantes o señales sin “soplar” las respuestas. A éste proceso dialéctico Brousseau le llama **Proceso de Devolución**.

Panizza ejemplifica el rol del maestro en este proceso indicando: *“El maestro se pregunta ¿qué se puede decir? Lo que se puede es alentar la resolución, decir que hay diferentes maneras de resolverlo, anunciar que luego se discutirán, recordar restricciones de la consigna (por ejemplo, si están trabajando sobre las propiedades de un cuerpo, decir “recuerden que no vale armarlo”), etcétera. Las intervenciones estarán pensadas como para instalar y mantener a los alumnos en la tarea”.*

En una situación didáctica, las reglas del juego deben quedar claras en el **Contrato didáctico**, acuerdo en que el profesor y el alumno declaran conocer lo que espera uno del otro y el cómo lo llevan a cabo. Sin embargo, a medida que se realiza la situación planeada, esta comienza a evolucionar, produciendo cambios en el contrato, generándose nuevas situaciones didácticas y a - didácticas según los conocimientos en juego. Tenemos así, una secuencia de situaciones didácticas que conducen a otras.

El contrato didáctico “tradicional” o “clásico”, consiste en que el profesor es el dueño de la verdad, el que dice lo que está bien o está mal, el que enseña y el alumno es quien copia lo que dice el profesor. Este contrato, en definitiva, es contradictorio a un modelo de clase basado en situaciones a-didácticas.

Otro aspecto del contrato tradicional y que es anómalo por cierto, es la confianza que tienen los estudiantes al concebir que el profesor siempre les dará problemas que se pueden resolver y que además deben resolverlos como él lo desea, generalmente de una sola manera. Es necesario introducir en el contrato que el profesor puede dar problemas que tengan una, ninguna, muchas o infinitas soluciones y que son los propios estudiantes los que deben analizar y justificar esto. También suelen estar acostumbrados a preguntar “¿siempre se hace así?” esperando encontrar o que les digan un modo general de resolver todo tipo de problemas similares, como ocurre en la habitual enseñanza y aprendizaje de las rutinas, que por cierto se ha tomado a las matemáticas en el aula, despojando al aprendizaje por descubrimiento en último plano. He aquí dos ejemplos de rupturas de contrato didáctico dados por Montoya:

**Ejemplo 1:** El profesor trata de resolver un problema en forma oral y en conjunto con sus alumnos. Se esfuerza de suscitar la iniciativa y participación de ellos, y le gustaría recibir rápidamente ideas, sugerencias (aunque sean erróneas) que sirvieran de punto de partida, para tanteos, ensayos o conjeturas. Pero el curso permanece ¡desesperadamente mudo!  
¿Los alumnos han confundido esta situación con la de una interrogación oral?  
*En la situación descrita los alumnos no saben a qué juego se juega.*

**Ejemplo 2:** El profesor propuso un ejercicio al curso (considerado débil en su conjunto) y trata de recoger ideas para partir o enfocar el problema. Un alumno hace una intervención claramente perdida. El profesor le pide que escriba su proposición en el pizarrón y se apresta a suscitar una crítica con todo el curso. Pero el inspector general, presente en la sala, que no había captado hasta ese momento qué tipo de contrato didáctico estaba en juego, no pudo sobreponerse a su impaciencia. Salió a la pizarra y en algunos segundos explicó que la frase escrita era una estupidez y propuso inmediatamente una lista de contraejemplos, que el profesor se proponía justamente hacer que los alumnos descubrieran por sí solos. *De este modo el ejercicio se terminó antes de haber comenzado.*

El contrato didáctico también juega un rol primordial en los exámenes o concursos. En una prueba se califica como excelente sólo al que resuelve TODO correctamente. En contraste, en la Agrégation en Mathématiques, de Francia -curso en el que participan profesores para hacer clases en los distintos niveles educativos y que son sometidos a resolver problemas de matemáticas para obtener una plaza de trabajo-, los estudiantes saben que tratando inteligentemente un problema aunque sea la mitad, pueden obtener una excelente nota.

Para poner a prueba el contrato didáctico establecido, muestre a sus alumnos este problema, llamado "la edad del Capitán": En un barco hay 7 cabras y 5 ovejas. ¿Qué edad tiene el Capitán? O también pregunte: ¿"Cuántos meses del año tienen 28 días? Analice las respuestas obtenidas.

### III Tipos de Situaciones a-didácticas

Brousseau clasifica las situaciones didácticas, en distintos "momentos" para la aprehensión de un conocimiento. Estos son:

- Para el alumno:
  - Situaciones de Acción.
  - Situaciones de Formulación.
  - Situaciones de Validación.
  
- Para el profesor:
  - Situación de Institucionalización.

Para ejemplificar cada una, se tomará como ejemplo la "Carrera a 20". Esta es una situación didáctica que se inicia jugando a decir 20, empezando por 1 o 2, luego el rival le suma 1 o 2 al número dado por su contrincante y así se intercambian los turnos hasta que el que dice 20 gana.

#### 1. Situación de Acción

Cuando comienza el juego, los alumnos deben haberse organizado en parejas para ver quién da la primera partida, quién sigue y así sucesivamente, hasta que se determine un ganador, basándose en la regla general de sumar 1 o 2 al número dicho por su adversario. Los alumnos hacen pequeños análisis que le permiten decidir qué número jugar, por medio de constantes retroalimentaciones que se presentan como consecuencia de decir tal o cual número. Esta etapa es puramente lúdica, los alumnos sólo juegan y el único objetivo es ganar.

Cuando ya han ocurrido algunas jugadas, en que hay ganadores y perdedores, el alumno comienza a tratar de buscar estrategias para ganar. Por ejemplo, juega 10 porque anteriormente ganó con ese número, es decir, se basa en la experiencia o quizás, prefiera jugar los números pares porque como 20 es par, puede tener alguna relación exitosa. Según gane o pierda, asegura o modifica sus estrategias.

Aparece así, la **dialéctica de la acción**, una secuencia (según Brousseau) de interacciones entre el alumno y el medio. Se prefiere usar la palabra "dialéctica", ya que es más que una interacción. El alumno puede apostar a los resultados de su decisión y sus estrategias son teoremas que se

comprobarán o se derrumbarán por la experiencia, en una suerte de diálogo con la situación.

Un equipo del IREM de Bordeaux, Francia, hizo experiencias con la "Carrera a 20" en varios cursos, encontrando que desde la tercera partida, los alumnos juegan 17 de preferencia al 16 o 18 y que a partir de la sexta partida juegan en forma preferencial el 14, mucho antes de declarar por qué. Los modelos implícitos entonces, no consideran una prueba más que la empírica y pueden desarticularse con otros, como jugar el 17 y también el 13.

## 2. Situación de Formulación

Los alumnos se han dispuesto en equipos. Cada equipo escoge a su representante en la pizarra. Se pueden distinguir dos fases:

- Una fase A, centrada en el representante que está en la pizarra.
- Una fase B, centrada en la discusión en el equipo.

En la fase A, un niño que no está en la pizarra recoge toda la información de lo que observa en las jugadas de los representantes en la pizarra, mientras que el niño que juega en el pizarrón, están en la situación didáctica de acción.

En la fase B, cada alumno que está en el equipo (y no en el pizarrón) debe explicar a su compañero la estrategia que propone, poniéndola en discusión con los demás, apostando por ganar. Su único medio de acción es el formular estrategias que aplicará el representante que se encuentra en la pizarra. Se recibirán dos retroalimentaciones para el alumno proponente: una de sus compañeros de equipo que cuestionarán la propuesta y otra proveniente de las jugadas en pizarra que le darán o no razón a su proposición.

El proceso asociado a este momento es la **dialéctica de la formulación**. En él los alumnos requieren utilizar un lenguaje que convenza al otro, por ejemplo: un alumno dice: "hay que jugar 15", "no, porque yo jugué 15 y perdí" dice otro y otro más agrega: "yo jugué 14 y todas las veces he ganado".

## 3. Situación de Validación

Una vez que el alumno ha podido llegar a formular una estrategia en la cual cree fehacientemente, debe probar que está en lo cierto para no "perder la dignidad" (a nadie le gusta perder ni quedar en vergüenza y mucho menos a los niños).

**Aquí se pone en práctica la dialéctica de la Validación.** En ésta, la tarea del alumno consiste en justificar las declaraciones formuladas en la etapa anterior como por ejemplo: "hay que jugar 14", "yo jugué 14 y perdí". Para ello relaciona estas frases y explica por qué se produjeron. Así, cada alumno debe poder refutar una razón que considere como falsa, con algún argumento como un contraejemplo. No se aconseja la discusión profesor - alumno, ya que implícitamente está presente su autoridad, la que desfavorece la simetría de las posiciones que deben tener los sujetos que discuten. Queda claro con esto, que uno de los aspectos que se debe cuidar es la aceptación inmediata de cosas que algunos alumnos practican creyendo sin dudar de lo que dice su compañero, porque por ejemplo, tiene mejores calificaciones que él o porque tiene ciertos prejuicios sobre él.

#### **4. Situación de Institucionalización**

Esta situación se sigue a las anteriores, pero es el profesor quien está a cargo. Antes de culminar una situación didáctica, en que los alumnos han pasado por las situaciones de acción, formulación y validación, el profesor debe retomar las conclusiones finales a las que los alumnos han podido llegar, de modo de despersonalizarlas, descontextualizarlas y dejarlas como un saber general que permita ser evocado como conocimiento previo para otro saber o bien para asimilarlo con otro saber, esto es, relacionarlo en el futuro. Sin la institucionalización, lo más probable es que los alumnos se queden en la actividad puramente lúdica y no logren extraer la intención u objetivo de la situación didáctica.

#### **Bibliografía:**

- Brousseau G. (1998): **Théorie des Situations Didactiques**, La Pensée Sauvage, Grenoble, Francia.
- Chamorro, M. (2003): **Didáctica de las Matemáticas**. Pearson. Madrid, España.
- Chevallard, Y, Bosh, M, Gascón, J. (1997): **Estudiar Matemáticas: el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje**. Cuadernos de Educación Nº 22. Horsori, Universitat de Barcelona, España.
- Montoya, M. (2001). **El Contrato Didáctico**. Documento de trabajo. Magíster en Didáctica de la Matemática. PUCV. Valparaíso, Chile.
- Panizza, M. (2003): **Enseñar Matemáticas en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB**. Paidós. Buenos Aires, Argentina.