LOS PRINCIPIOS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA

Ana Bressan

En este artículo nos centraremos en una línea didáctica que se identifica con el nombre de Educación Matemática Realista y reconoce como fundador al Dr. Hans Freudenthal (1905-1990). Esta corriente nace en Holanda como reacción frente al movimiento de la Matemática Moderna de los años 70 y al enfoque mecanicista de la enseñanza de la matemática, generalizado en ese momento en las escuelas holandesas.

Hans Freudenthal, matemático y educador de origen alemán, doctorado en la Universidad de Berlín, desarrollo su carrera académica y sus teorías pedagógicas en Holanda. Fue un incansable propulsor de un cambio en la enseñanza tradicional de la matemática y mucha de su popularidad proviene de su amplia actuación como fundador y participante activo en el Grupo Internacional de Psicología y Educación Matemática (PME) y la Comisión Internacional para el Estudio y el Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática (CIEAEM) en cuyas reuniones manifestaba oposición a las corrientes pedagógico-didácticas y a las "innovaciones" en la enseñanza vinculadas a la matemática que se propiciaban a mediados del siglo pasado, tales como la teoría de los objetivos operacionales, los test estructurados de evaluación, la investigación educativa estandarizada, la aplicación directa del estructuralismo y el constructivismo de Piaget en el aula, la separación entre investigación educativa, desarrollo curricular y práctica docente y la matemática "moderna" en la escuela.

A pesar de sus escasas referencias a autores no matemáticos, Freudenthal reconoce influencias de Decroly, de quien valoriza sus centros de interés (que se asemejan a su propia teoría de aprendizaje de la matemática en el contexto de la vida real), de Dewey, a quien también reconoce similitudes con su idea de reinvención guiada, de Pierre y Dina Van Hiele de los cuales toma los niveles de matematización en función de su trabajo de tesis acerca del Desarrollo del Pensamiento Geométrico y su Didáctica (1957). También se notan en él influencias de las ideas pedagógicas de Lagenveld (pedagogía fenomenológica), Castelnuovo E. (didáctica intuitiva), Petersen (educación progresiva), Kry Van Perreren y las teorías socioculturales de la Europa del Este. Sus publicaciones sobre Educación matemática se remontan a 1948 y en el curso del tiempo desarrolla a través de ellas, junto con otros colaboradores del Instituto para el desarrollo de la Educación Matemática, IOWO, fundado por él en 1870 en la Universidad de Utrech, renombrado hoy como Instituto Freudenthal, las bases sobre las que hoy trabaja la corriente conocida como Educación Matemática Realista (EMR).

LOS PRINCIPIOS DE LA EDUCACION MATEMÁTICA REALISTA

La EMR no pretende ser una teoría general del aprendizaje (como lo es, por ejemplo, el constructivismo), sino que más bien se trata de una teoría global que se basa en las siguientes ideas centrales:

- Pensar la matemática como una *actividad humana* (a la que Freudenthal denomina matematización), de modo tal que debe existir una *matemática para todos.*

- Aceptar que el desarrollo de la comprensión matemática pasa por distintos *niveles* donde los *contextos* y los *modelos* poseen un papel relevante y que ese desarrollo se lleva a cabo por el proceso didáctico denominado *reinvención guiada* en un ambiente de *heterogeneidad* cognitiva.
- Desde el punto de vista curricular, la reinvención guiada de la matemática en tanto actividad de matematización requiere de la *fenomenología didáctica* como metodología de la investigación, esto es, la búsqueda de contextos y situaciones que generen la necesidad de ser organizados matemáticamente, siendo las dos fuentes principales de esta búsqueda la *historia de la matemática y las invenciones y producciones matemáticas espontáneas de los estudiantes*.

A continuación se detallan estos conceptos que suelen ser presentados bajo el nombre de Principios de la Educación Matemática Realista, que se encuentran profundamente relacionados entre sí.

PRINCIPIO DE ACTIVIDAD

La idea fundamental de Freudenthal es que la matemática debe ser pensada como una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprenderla es haciéndola.

Dice Freudenthal (1993: IX): *"Las cosas están al revés si se parte de enseñar el resultado de una actividad más que de enseñar la actividad misma (hecho que caracteriza como inversión antididáctica)".*

Como matemático-investigador, hacer matemática (*metematizar*) es más importante que aprenderla como producto terminado. El énfasis no está en aprender algoritmos, sino en el proceso de *algoritmización*, no en el álgebra sino en la actividad de *algebrizar*, no en las abstracciones sino en la acción de *abstraer*, no en la forma y la estructura sino en *formalizar y estructurar* (1991).

En la perspectiva realista, se propone que la matemática posee valor educativo en la medida en que permite comprender y participar de los modos en que esta disciplina organiza distintas esferas de nuestro entorno social y natural.

Freudenthal entiende que el término "educación" encierra tanto el logro de los objetivos de la instrucción formal como el desarrollo de actitudes de toda clase: morales, sociales, emocionales, religiosas y cognitivas. Todo esto hará del ser humano un hombre culto, formado, que es uno de los objetivos más relevantes de la educación (Freudenthal, 1980: 35-38)

Asimismo, propicia una matemática para todos, reconociendo que no todos los estudiantes han de llegar a ser matemáticos, y que para una mayoría la matemática a utilizar será la que les ayude a resolver los problemas de la cotidianeidad.

Por otro lado, también plantea que los niños no pueden matematizar la matemática, ya que, en un principio, no hay objeto matemático que sea de su experiencia real. Por lo tanto, se trata de posibilitar el acceso a conocimientos, destrezas y disposiciones mediante situaciones problemáticas que generen en los estudiantes la necesidad de utilizar herramientas matemáticas para su organización y solución (1973: 134).

PRINCIPIO DE REALIDAD

Si la matemática surge como *matematización* (organización) de la realidad, el aprendizaje matemático debe originarse también en esa realidad. Esto no sólo significa mantener a esta disciplina conectada al mundo real o existente sino también a lo realizable, imaginable o razonable para los alumnos.

Dice Freudenthal: *"Yo prefiero aplicar el término `realidad´ a lo que la experiencia del sentido común toma como real en un cierto escenario*" (1991: 17).

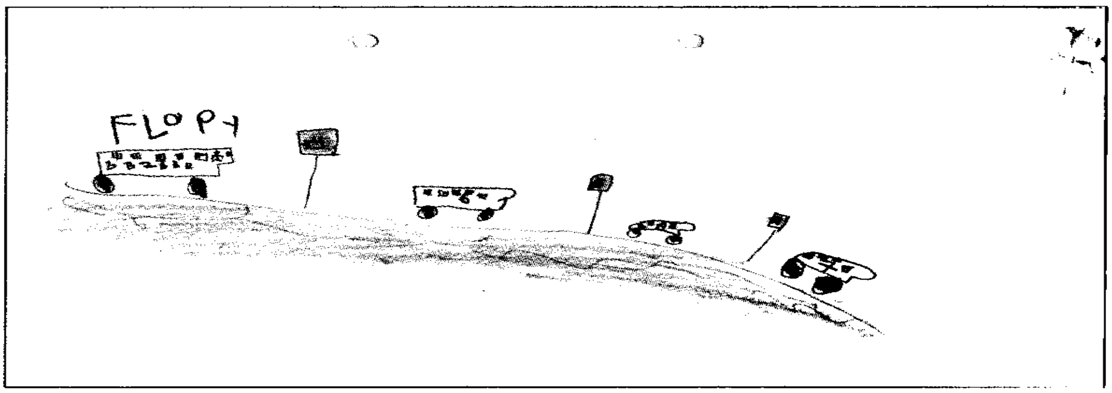
Desde este punto de vista, resultará tan "real" para un estudiante de primer ciclo trabajar sobre el colectivo al que diariamente aborda para venir a la escuela, como, posteriormente, hacerlo sobre el lenguaje de flechas que representa lo que en el colectivo acontece, o en estudiantes más avanzados, recurrir a lo que se sabe sobre números y operaciones para resolver mentalmente problemas tales como 39 x 41, 252 ÷ 12 ó 60 ÷$1/4$ O inventar un método para predecir las dos últimas cifras de una potencia de 7 dado el exponente.

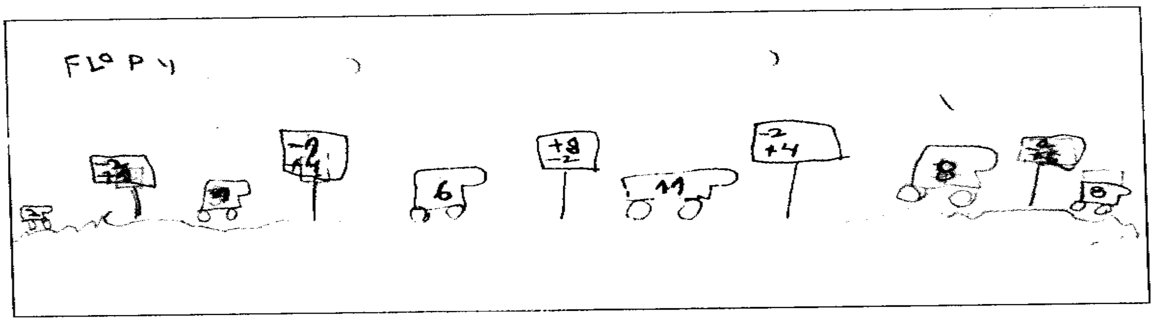
De lo que se trata es de presentar los problemas, en principio en contextos de la vida diaria, de modo tal que los alumnos puedan imaginar las situaciones en cuestión y, a partir de ahí, utilizar su sentido común y poner en juego los procedimientos de cálculo, las estrategias de resolución y los modelos matemáticos que mejor sirvan para organizarlas. En la búsqueda de estos problemas, el contexto debe ser considerado como un aspecto intrínseco a los mismos y no como un mero ropaje a eliminar:

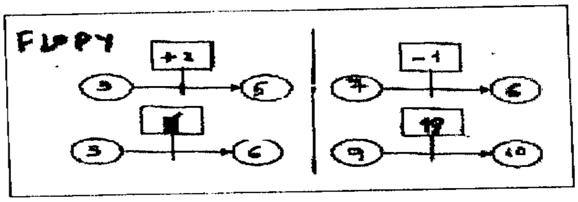
"*Enfocar el contexto como un ruido, susceptible de perturbar la claridad del mensaje matemático, es un error; el contexto por sí mismo constituye el mensaje, siendo las matemáticas un medio para decodificarlo" (Freudenthal, 1973).*

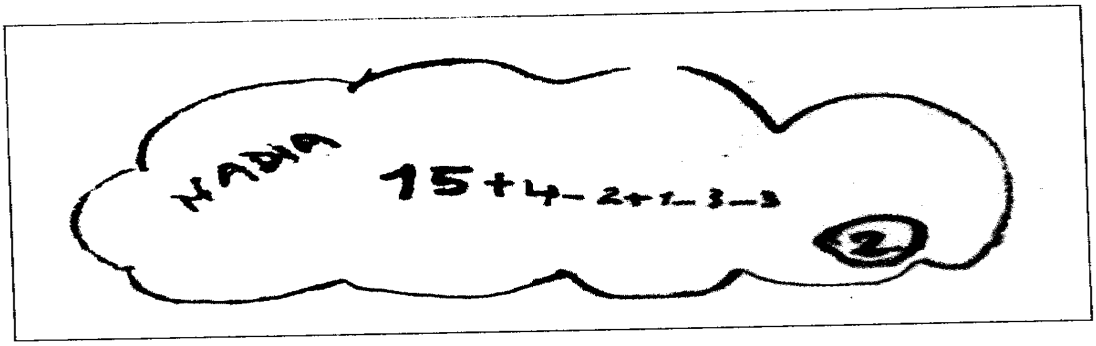
Al ser significativos para el estudiante (Freudenthal, 1981), los contextos en la EMR se constituyen en puntos de partida de su actividad matemática, promoviendo el uso de su sentido común y de sus estrategias informales, permitiéndoles luego avanzar por sí mismos hacia niveles de mayor formalización.

A continuación se presentan producciones de distintos niveles de matematización a partir del trabajo con el contexto del colectivo, una situación paradigmática de la didáctica realista holandesa. Se trata del recorrido de un colectivo en el que se van subiendo y bajando pasajeros, trabajándose así simultáneamente la suma y la resta. Cuando describen diferentes trayectos de colectivos, los niños reconocen fácilmente los cambios en el número de pasajeros en cada parada y dan naturalmente sentido a los signos de más (+) y de menos (-). Con preguntas del docente se van desprendiendo de los detalles irrelevantes desde el punto de vista matemático, se centran en los cambios de pasajeros que vienen, que suben o bajan y que siguen viaje y crean formas de representación con mayor nivel de esquematización, como se puede apreciar en los trabajos de Flopy, quien, partiendo de un nivel gráfico icónico, llega a interpretar el lenguaje de flechas mientras, que Nadia trabaja ya a nivel numérico puro (ambas alumnas de primer grado, Esc. 71, Bariloche, 2001).



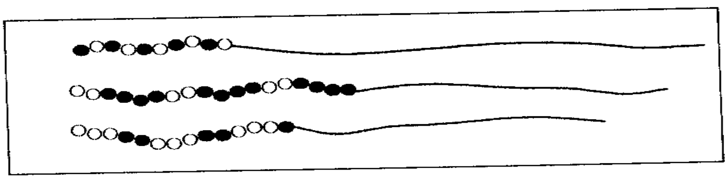






Otros contextos propuestos por la Educación Matemática Realista son:

- Los patrones en los collares para trabajar regularidades,



- La distribución de embaldosados o plantas en un vivero (arreglos rectangulares) para abordar la enseñanza de la multiplicación,
- Las situaciones de reparto equitativo para el tratamiento de las fracciones,

- La notación de libreta (usada en los restaurantes) para sistemas de ecuaciones,
- Los empaquetados en la fábrica de caramelos para comprender las propiedades del sistema de numeración decimal,
- La conformación de distintos menús o los recorridos posibles entre varios puntos de un plano para trabajar combinatoria,
- Las formas de las cajas de empaque para estudiar prismas,
- La ubicación de un incendio desde distintos miradores, para trabajar coordenadas, rectas y pendientes, etc.

Además de estos contextos situacionales, vinculados a la cotidianeidad, Freudenthal considera contextos también a aquellos puramente matemáticos (contextos desnudos o puros), en tanto sean significativos para los niños presentándose a ellos como juegos o desafíos: buscar regularidades en tablas y tableros, construir pirámides numéricas trabajando operaciones inversas, completar cadenas de operaciones buscando relaciones entre los números que las integran, etc.

Para no generalizar y banalizar el concepto de contexto realista es importante tener en cuenta el carácter *relativo* del mismo, pues un contexto, sea o no realista, depende de la experiencia previa de los alumnos y/o de su capacidad para imaginarlo o visualizarlo.

Muchos de estos contextos se tornarán modelos mentales a los cuales los alumnos podrán acudir para recordar estrategias de solución utilizadas en ellos.

PRINCIPIO DE REINVENCIÓN

Para Freudenthal, la matemática no es otra cosa que una forma de sentido común, sólo que más organizada.

"Para transformarlo en matemática genuina y para progresar, el sentido común debe ser sistematizado y organizado. Las experiencias del sentido común cristalizan en reglas (por ejemplo, la conmutatividad de la suma) y estas reglas se transforman de nuevo en sentido común, pero a un nivel más alto, constituyendo así la base para una matemática de orden aún mayor, una jerarquía tremenda, construida gracias a un notable interjuego de fuerzas" (1991).

Este proceso se realiza en las aulas conjugando los roles y responsabilidades del docente y del alumno a través de una forma de interacción que Freudenthal denomina "reinvención guiada" y la entiende como "*…un balance sutil entre la libertad de inventar y la fuerza de guiar"* (1991).

La educación matemática debe dar a los alumnos la oportunidad *guiada* por el maestro de reinventar la matemática (no crean, ni descubren, sino que reinventan modelos, conceptos, operaciones y estrategias matemáticas con un proceso similar a los que usan los matemáticos al inventarlas). Aquí el docente posee un papel bien definido en tanto sujeto que media entre los alumnos y las situaciones problemáticas en juego, entre los alumnos entre sí, entre las producciones informales de los alumnos y las herramientas formales, ya institucionalizadas, de la matemática como disciplina.

Para orientar adecuadamente este proceso es importante la capacidad de anticipación, observación (y auto-observación) y reflexión del docente acerca de los aprendizajes a corto y largo plazo de sus alumnos. Esto le permitirá conocer las comprensiones y habilidades de los mismos, para organizar la actividad en el aula y dar lugar a esta reinvención y a los cambios de nivel -esto se explica en el siguiente apartado- que pretende lograr en esas comprensiones (Freudenthal, 1991).

Para Freudenthal (1991), el aprendizaje, lejos de ser continuo y gradual, presenta discontinuidades, es decir, saltos repentinos de reinvención (evidenciados por los alumnos en las "experiencias de ajá", en la toma de atajos en sus estrategias, los cambios de puntos de vista, el uso de modelos de distintos niveles de formalización), y va de estructuras complejas y ricas del mundo real a las más generales, abstractas y formales de la matemática.

PRINCIPO DE NIVELES

Freudethal completa entonces el proceso de reinvención con lo que Treffers (1987) llama "matematización progresiva". Los alumnos deben comenzar por matematizar un contenido o tema de la realidad para luego analizar su propia actividad matemática.

Este proceso de matematización fue profundizado por Treffers (1978, 1987) y retomado por Freudenthal (1991) bajo dos formas:

- *La de matematización horizontal, que consiste en convertir un problema contextual en un problema matemático, basándose en la intuición, el sentido común, la aproximación empírica, la* observación*, la experimentación inductiva*
- *La de matematización vertical, ya dentro de la matemática misma, que conlleva estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba, simbolización y rigorización (limitando interpretaciones y validez), con el objeto de lograr mayores niveles de formalización matemática.*

En este proceso de matematización progresiva, la EMR admite que los alumnos pasan por distintos niveles de comprensión. Estos niveles (Freudenthal, 1971, 1991; Gravemeijer, 1994, 2002) son: *situacional, referencial, general y formal,* y están ligados al uso de estrategias, modelos y lenguajes de distinta categoría cognitiva, sin constituir una jerarquía estrictamente ordenada.

En el nivel situacional, el conocimiento de la situación y las estrategias es utilizado en el contexto de la situación misma apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la experiencia.

En el nivel referencial aparecen los modelos gráficos, materiales o rotacionales y las descripciones, conceptos y procedimientos que esquematizan el problema, pero siempre referidos a la situación particular.

El nivel general se desarrolla a través de la exploración, reflexión y generalización de lo aparecido en el nivel anterior pero propiciando una focalización matemática sobre las estrategias, que supera la referencia al contexto.

En el nivel formal se trabaja con los procedimientos y notaciones convencionales.

Retomando la situación del colectivo, los niños se encuentran en el nivel situacional cuando reconstruyen trayectos en los que suben y bajan pasajeros. Cuando pasan al dibujo y representan dichos trayectos usando el lenguaje de flechas, estarían en el nivel referencial. Paulatinamente, la situación del colectivo evoluciona como modelo de situaciones de subida y bajada (entrada o salida) de personas a otras de la misma naturaleza matemática (nivel general), o donde aparecen operaciones secuenciadas –por ejemplo, los viajes en el ascensor, la confitería, el juego de bolos, etc.-; llegando luego el alumno a interpretar y resolver aritméticamente otras situaciones de suma y resta a nivel enteramente formal.

La evolución entre niveles se da cuando la actividad en un nivel es sometida a análisis en el siguiente, el tema operatorio en un nivel se torna objeto del siguiente nivel (Freudenthal, 1971).

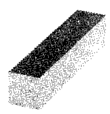
Estos niveles son dinámicos y un alumno puede funcionar en diferentes niveles de comprensión para contenidos distintos o partes de un mismo contenido. Más que describir en forma exacta qué puede hacer el alumno en cada uno sirven para seguir sus procesos globales de aprendizaje.

Veamos algunas producciones notacionales de diferente nivel de formalización realizados por alumnos de tercer año trabajando con un sistema de ecuaciones. Aquí se aprecian escrituras convencionales, como en el caso de Cintia, María y Santiago, que utilizan distinto grado de explicitación; escrituras intermedias, como Romina, que usa el modelo de “notación de libreta” trabajado en la primera clase del tema, y hasta el uso de visualización directa para resolver el problema, como en el caso de Vanesa.

El problema planteado fue el siguiente:

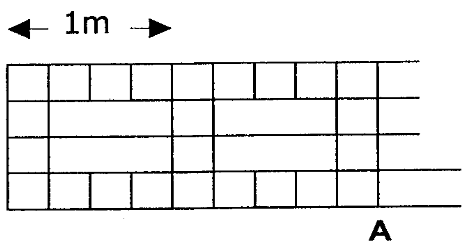
Ramona quiere renovar los senderos de su jardín usando un diseño hecho con baldosones individuales como estos:

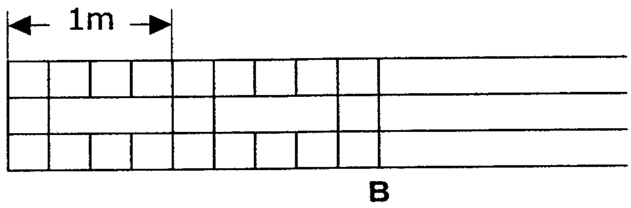
75 cm x *25 cm* x *25 cm*



25cm x *25cm* x *25cm*

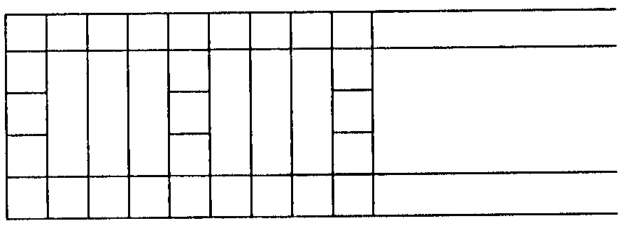
A continuación se muestran dos modelos hechos con estos baldosones.





El modelo A cuesta $10 lineal. El modelo B cuesta $7,80 por metro lineal.

Ramona creó su propio diseño de baldosas, como se muestra a continuación.

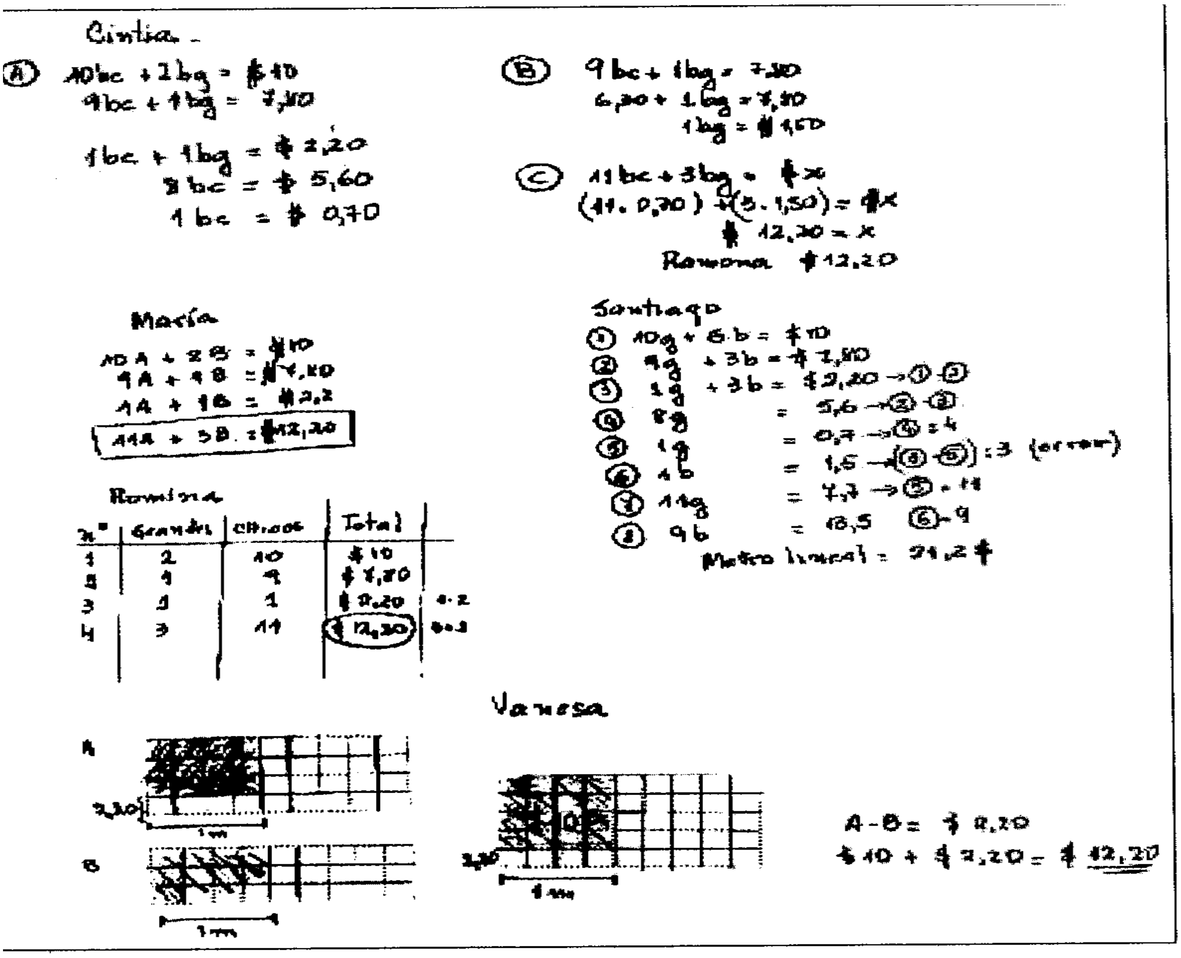


Encontrar el costo del metro lineal para el diseño de Ramona. Muestra tu resolución.

Estrategias que utilizaron:

- Resolución de un sistema de ecuaciones (sumas y restas) buscando primero precios unitarios: 6 alumnos (20,68%);
- Resolución de un sistema de ecuaciones sin pasar por los precios unitarios, esto es, buscando la ecuación que se adecue al nuevo diseño: 10 alumnos (34,48%);
- Por sustitución y proporciones: 3 alumnos (10,34%);
- Por igualación: 1 alumno (3,44%);
- Por notación de libreta: 6 alumnos (20,68%).

En el recuadro siguiente se pueden apreciar algunas de las distintas escrituras y estrategias utilizadas por los alumnos.



CINTIA: En A plantea el sistema de ecuaciones (usando ambos modelos) y resta la segunda ecuación a la primera obteniendo el valor de un “bc” (baldosón chico), luego en B reeplaza 9 bc por su costo y extrae el costo de un “bg” (baldosón grande). En C obtiene el valor del modelo elegido por Ramona.

MARÍA: Elige trabajar directamente con los baldosones, a los que distingue entre A (los más pequeños) y B (los más grandes). Plantea el sistema en términos del número de baldosones de cada clase. Resta la segunda ecuación de la primera y, utilizando el esquema unitario obtenido, saca el valor del modelo de Ramona.

SANTIAGO: Muestra paso por paso cómo combina las ecuaciones iniciales o las resultantes para extraer los costos unitarios. En el paso 6 resta mal, debiendo obtener 0,70 en lugar de 1,5, lo que ocasiona un resultado final incorrecto.

ROMINA: Utiliza el modelo de notación libreta que se le ha enseñado, haciendo las combinaciones necesarias que le permiten llegar a la combinación de Ramona.

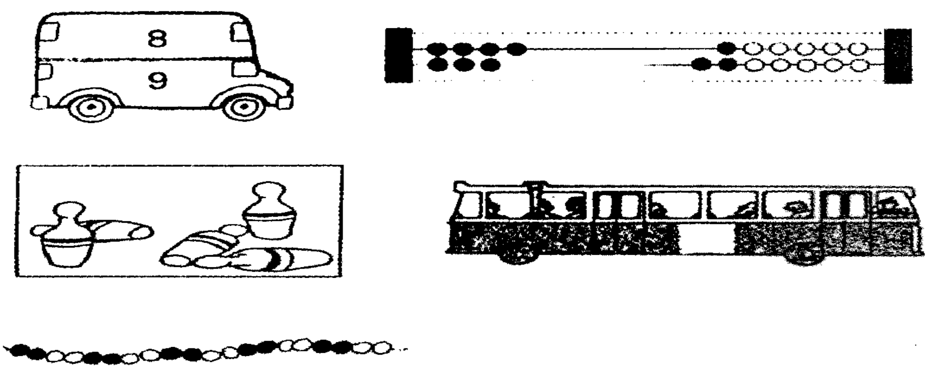
VANESA: Se ayuda directamente del dibujo y obtiene que el baldosón mayor equivale a tres baldosones pequeños, lo cual simplifica enormemente su trabajo, eliminando una incógnita. Así, 4 baldosones pequeños cuestan $2,20 (diferencia de costos entre el modelo A y B) y dado que el modelos de Ramona equivale al costo del modelo A más el costo de 4 baldosones pequeños, suma y obtiene el resultado correcto de $12,20.

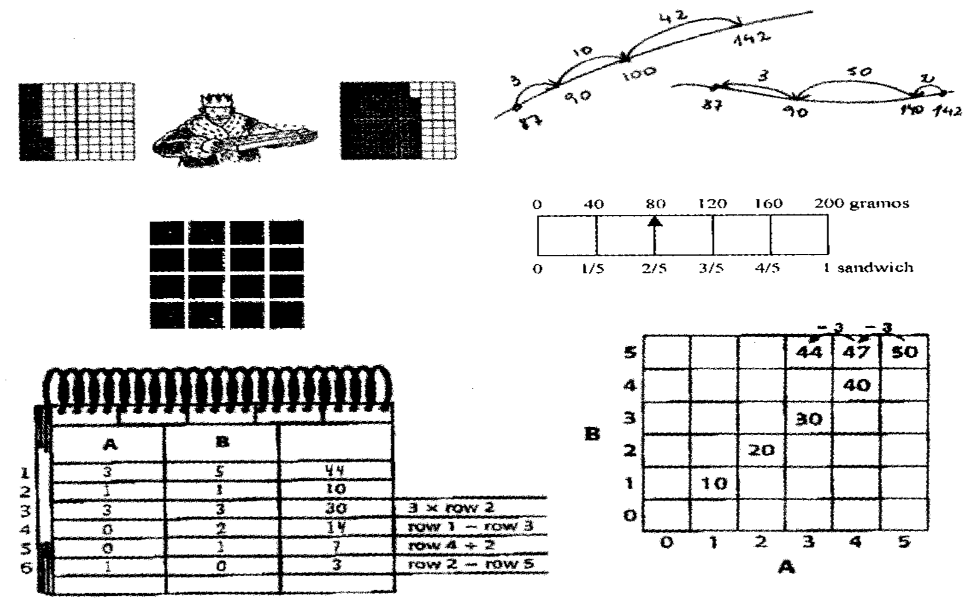
Los modelos y la reflexión colectiva son los instrumentos básicos para el cambio de nivel. Ellos constituyen representaciones de las situaciones donde se reflejan aspectos esenciales de los conceptos y relaciones matemáticas que son relevantes para solucionar la situación dada. El uso de modelos en la EMR dista del concepto generalizado de modelización matemática, como traducción de situaciones problemáticas a expresiones matemáticas que pueden funcionar como modelos. En esta corriente, el modelo es el resultado de organizar una actividad por parte del sujeto, sosteniendo una profunda implicación constitutiva entre modelo y situación (Gravemeijer, 2002). En la EMR se respetan los modelos que surgen de los propios alumnos y se acercan otros inspirados en las estrategias informales, ya sean utilizadas por los estudiantes, ya sea que aparecen en la historia de la matemática (estudiados a partir de la fenomenología didáctica).

Entre los modelos trabajados en la EMR se destacan:

- Las situaciones paradigmáticas: como la del autobús (Van den Brink, 1984, 1991), para operar con la suma y la resta y sus propiedades, o la de la fábrica de caramelos o el tesoro del sultán (Gravemeijer, 1991), para introducir el sistema decimal, o la redistribución de mesas en la casa de los panqueques (Streefland, 1991), para trabajar fracciones como razones y relación parte-todo.;
- Los materiales físicos como el rekenrek (contador 10-10), el collar de bolitas bicolor, estructurado de 5 en 5 o de 10 en 10 (Treffers, 1991), o la moneda corriente, para expresar números bajo distintas formas (dobles, dobles más uno, en base a grupos de 5 o diez, etc.) y operar, los tableros para la combinatoria;
- Los esquemas notacionales tales como el lenguaje de flechas (Van den Brink, 1984, 1991) en lugar de utilizar el signo igual en operaciones combinadas, la notación de libreta o la tabla de combinaciones para plantear y resolver sistemas de ecuaciones, el modelo abierto de área para la multiplicación, la línea numérica abierta simple para apoyar las estrategias secuenciales de cálculo mental y la recta doble (Treffers, 1991), el modelo circular; la tabla de razones y la barra de porcentajes (Middleton y otros ,1995, 1999) para el trabajo de proporcionalidad.

En la siguiente figura se representan algunos de los modelos citados:





Ellos sirven como puente para sortear la distancia entre la matemática contextualizada e informal y la formal, permitiendo, por su flexibilidad, avanzar en los distintos niveles, cambiar en el tiempo e integrar contenidos. Los modelos que aparecen en el nivel situacional (modelos de situaciones particulares) van extendiéndose a otras situaciones y generalizándose con otros lenguaje, tornándose entidades en sí mismos, como herramientas (modelos para) para resolver situaciones variadas, posibilitando un razonamiento matemático más formal.

Los modelos así pensados favorecen la matematización vertical sin obstruir, si es necesario, la vuelta a la situación que les do origen.

Este proceso de matematización debe basarse en el análisis reflexivo del trabajo oral y escrito de los alumnos, con particular atención a los momentos claves (búsqueda de atajos, cambios de puntos de vista, creación o apropiación de modelos más elaborados, etc.) en los procesos de esquematización o formalización progresivas, y en organizar o estructurar las discusiones en torno a las soluciones propuestas por los mismos, de modo tal de hacer visible y explícita la trayectoria hacia niveles de generalización más formales, eficientes y sofisticados.

La historia de la matemática en los orígenes de cada conocimiento ejemplifica y brinda situaciones que dan pie tanto a este proceso de reinvención y matematización como a las producciones libres de los alumnos con sus procedimientos informales.

PRINCIPIO DE INTERACCIÓN

En la EMR, se considera al aprendizaje de la matemática como una actividad social. La discusión sobre las interpretaciones de la situación problema, de las distintas clases de procedimientos y justificaciones de solución y de la adecuación y eficiencia de los mismos tiene un lugar central en la EMR. La interacción lleva a la reflexión y a capacitar a los alumnos para llegar a niveles de comprensión más elevados. No se piensa en una clase homogénea en sus trayectos de aprendizaje, sino en individuos que siguen senderos propios. Sin embargo, esto no lleva a partir la clase en grupos con procesos similares, sino más bien a mantener toda la clase junta, como una unidad de organización, o al trabajo cooperativo en grupos heterogéneos –cuestión que fue defendida por Freudenthal desde los años 40 (Freudenthal, 1987, 1991). Dado que los problemas se seleccionan de manera que den lugar a soluciones apelando a diferentes niveles de comprensión, todos los alumnos pueden trabajar en ellos.

PRINCIPIO DE INTERCONEXIÓN (ESTRUCTURACIÓN)

La EMR no hace profundas distinciones entre los ejes curriculares, lo cual da una mayor coherencia a la enseñanza y hace posibles distintos modos de matematizar las situaciones bajo diferentes modelos y lenguajes, logrando alta coherencia a través del currículo. Freudenthal propicia la interrelación entre ejes tan pronto, tan fuertemente y con tanto tiempo como sea posible (Freudenthal, 1991). Justamente la resolución de situaciones problemáticas realista a menudo exige establecer conexión y reclama la aplicación de un amplio rango de comprensiones y herramientas matemáticas.

"*Lo que realmente importa es saber cómo* encaja *el tema en todo el cuerpo de la enseñanza matemática, si se puede o no integrar con todo, o si es tan estrafalario o aislado que, finalmente, no dejaría ninguna huella en la educación" (Freudentha, 1982).*

EL CURRÍCULO, LA INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA Y LA CAPACITACIÓN DESDE LA EDUACACIÓN MATEMÁTICA REALISTA

Esta corriente concibe al currículo como un proceso que requiere del diseño de secuencias didácticas que, lejos de ser elaboraciones académicas restringidas a objetivos instruccionales, se enmarquen dentro de una filosofía educativa que busca explícitamente promover cambios en la enseñanza formalista y algorítmica (top-down) de la matemática en las aulas. El motor des este proceso es la investigación para el desarrollo (educativo), una metodología cualitativa/interpretativa basada en experiencias de aulas en las cuales se implementan secuencias didácticas y se observan, registran y analizan hitos, saltos y discontinuidades en el aprendizaje de los alumnos. Su objetivo es llevar a la conciencia el proceso de desarrollo y explicarlo.

"*Volver consciente mediante la experiencia el proceso cíclico de desarrollo e investigación. E informarlo tan claramente que se justifique por sí mismo, y que esta experiencia pueda se transmitida a otros como para que la hagan propia" (Freudenthal, 1991).*

La reflexión conjunta de investigadores, diseñadores curriculares y profesores acerca de estos fenómenos lleva a mejorar las secuencias didácticas, con miras a guiar de modo efectivo los procesos de matematización generándose así desarrollos educativos. Mientras que el desarrollo curricular, según Freudenthal, se centra en el desarrollo de materiales curriculares, el desarrollo educativo constituye mucho más que un diseño instruccional; es una innovación estratégica total que, por una parte, se funda en una filosofía educativa explícita y, por otra, incorpora el desarrollo de toda clase de materiales (adaptándolos) como parte de esa estrategia (Freudenthal, 1991, Gravemeijer, 1994).

La didáctica realista invita a reemplazar la visión del alumno como receptor pasivo de una matemática prefabricada, por la de un sujeto que participa, junto con otros, en la organización matemática de fenómenos imaginables. Si la actividad primordial de los alumnos consiste en matematizar, ¿cuál es la actividad primordial de los profesores? Según Freudenthal (1991), es la de didactizar, entendida ésta como una actividad organizadora que se da tanto a nivel horizontal como a nivel vertical. Horizontalmente, los docentes trabajan en torno a fenómenos de enseñanza-aprendizaje que emergen en sus aulas y en las de otros; verticalmente, reflexionan y generalizan a partir de estas situaciones hasta reinventar su propia caja de herramientas didácticas para facilitar la matematización.

Se subraya aquí la contradicción de pedir a los profesores que den a sus alumnos oportunidades para experimentar la matemática como actividad de reinvención, mientras que, en cursos de formación y capacitación, se les presentan teorías, propuestas y materiales didácticos prefabricados. Esto los priva de la oportunidad de apropiarse de herramientas fundamentales para el ejercicio de la profesión, incluidos los recursos teóricos y prácticos para didactizar a nivel horizontal y vertical.

La EMR está lejos de ser un paradigma acabado; se trata de una propuesta en estado permanente de desarrollo y transformación (Van den Heuvel-Panhuizen, 1999).