

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA MEDIA

Hugo Barrantes Campos

Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas

Universidad de Costa Rica

Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Estatal a Distancia

habarran@gmail.com

hbarrantes@uned.ac.cr

José Alfredo Araya Vega

Escuela de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Estatal a Distancia

Centro de Investigación y Docencia en Educación, Universidad Nacional

aaraya@uned.ac.cr

Resumen

En este trabajo se realiza una discusión sobre el concepto de competencia y, en particular, de competencia matemática. Se describen algunas competencias matemáticas que han sido propuestas para la enseñanza media. También se analizan algunas implicaciones de un enfoque por competencias. Finalmente, se analiza el programa de estudios de matemáticas del III ciclo de la Educación General Básica costarricense (grados 7-9), en cuanto a las competencias que pretende desarrollar en los estudiantes.

Palabras clave

Competencia, competencia matemática, currículum.

Abstract

In this work, a discussion is realized about the concept of competence and, particularly, of mathematical competence. Some mathematical competences that have been proposed for Secondary School (grades 7-9) are described. Also, some implications of the competences approach are analyzed. Finally, the mathematics study program for the III cycle of the Costa Rican General Basic Education is analyzed regarding the Students competences pretended to be developed.

Keywords

Competence, Mathematical Competence, Curriculum.

1. Introducción

Las dificultades que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes, particularmente de enseñanza media, tiene múltiples aristas y deben, por lo tanto, ser abordadas desde diversos ángulos. Pero antes de entrar en discusiones al respecto debemos preguntarnos ¿qué significa que un estudiante o cualquier otra persona tiene un mal rendimiento en matemáticas? Un estudiante que pasa el examen de bachillerato ¿tiene buen rendimiento en esta disciplina? Evidentemente, los resultados de una prueba, particularmente de cierto tipo de pruebas, no pueden decirnos mucho al respecto.

Anualmente, la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica realiza un examen denominado “Prueba de Diagnóstico en Matemática para estudiantes de primer ingreso”. Quienes presentan esta prueba son estudiantes que han ganado recientemente las pruebas nacionales y el temario y formato de ambas son muy parecidos. Sin embargo, el desempeño de estos estudiantes en el examen de diagnóstico son completamente desalentadores. Arce y Jiménez (2008) reportan que en el año 2008 el 62,5% de los estudiantes obtuvo un rendimiento inferior al 50% en dicha prueba.

Lo anterior es solo un indicador, pero cabe, además, preguntarse ¿cómo se desempeñan estos estudiantes en otros ámbitos de la vida en los que las matemáticas pueden serles útiles o en cursos universitarios que requieran de algún tipo de destreza matemática?

En los últimos años, el enfoque de competencias en el proceso educativo ha cobrado fuerza y, aunque no necesariamente resuelve todos los problemas en este ámbito, puede arrojar luz en cuanto a posibles soluciones.

Buena parte de la literatura indica que el modelo denominado “educación por competencias”, tuvo su origen en Australia, Nueva Zelanda, Estados Unidos, Inglaterra y Canadá. En este modelo educativo se propone estrechar la distancia que separa la escuela de las necesidades sociales y el mundo laboral, de manera que una educación por competencias requería que la escuela formara de manera eficiente y exitosa desempeños laborales que le permitieran al futuro trabajador realizar de manera ética, eficiente y exitosa su ejercicio laboral y profesional. Actualmente el énfasis ha cambiado en el sentido de que no solamente importa la competencia en el campo laboral, sino también en todos los ámbitos personales y sociales de los individuos.

De acuerdo con Rey (1999), uno de los puntos de referencia centrales de las concepciones actuales acerca del término competencia es el concepto de “competencia lingüística” de Noam Chomsky. Según el concepto de Chomsky, la competencia es una condición de potencialidad, una “capacidad para”, que determina la puesta en ejecución pero que es independiente de ella.

2. Concepto de competencia

En primer lugar analizaremos el sentido del término competencia. Aunque algunos elementos, en las definiciones dadas al término competencia, en diferentes momentos, son concordantes, no existe aún un acuerdo completo al respecto.

Algunas de las definiciones dadas aluden explícitamente a lo laboral. Así, por ejemplo Guy Le Boterf dice que una competencia es el “saber actuar en un contexto de trabajo, combinando y movilizándolo los recursos necesarios para el logro de un resultado excelente y que es validado en una situación de trabajo” (Le Boterf, 2001).

Por otra parte, el Consejo Federal de Cultura y Educación de Argentina, define competencia como: “un conjunto identificable y evaluable de conocimientos, actitudes, valores y habilidades relacionados entre sí que permiten desempeños satisfactorios en situaciones reales de trabajo, según estándares utilizados en el área ocupacional” (citado en Corvalán y Hawes, 2006, p. 6).

Estas dos definiciones refieren las competencias al desempeño laboral del individuo; es decir, la competencia es algún tipo de capacidad que puede verse reflejada en el contexto de una situación de trabajo.

Existen otras definiciones de carácter más abarcador. Tal es el caso de la que proporciona el Gobierno de la Provincia de Quebec que enfatiza aspectos cognitivos, psico-sociales e interpersonales; expresa que “una competencia es el conjunto de comportamientos socio-afectivos y habilidades cognoscitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que permiten llevar a cabo adecuadamente un rol, una función, una actividad o una tarea” (citado en Corvalán y Hawes, 2006, p. 6).

Perrenoud (1999) dice que es la “capacidad de actuar de manera eficaz en un tipo definido de situación, capacidad que se apoya en conocimientos, pero no se reduce a ellos” (p.7).

Estas dos definiciones se salen de lo puramente laboral y consideran otras actividades, situaciones o tareas en general. Tienen en común, con las dos anteriores, la referencia a conocimientos y modos de comportamiento que pueden ser movilizables en la actuación eficaz ante algún tipo de tarea o actividad.

También se ha definido las competencias desde el punto de vista educativo. Cullen (1997), dice que son “complejas capacidades integradas, en diversos grados, que la educación debe formar en los individuos para que puedan desempeñarse como sujetos responsables en diferentes situaciones y contextos de la vida social y personal, sabiendo ver, hacer, actuar y disfrutar convenientemente, evaluando

alternativas, eligiendo las estrategias adecuadas y haciéndose cargo de las decisiones tomadas” (p. 93).

El proyecto *Tuning* Europa las define como “una combinación dinámica de atributos, en relación a conocimientos, habilidades, actitudes y responsabilidades, que describen los resultados del aprendizaje de un programa educativo o lo que los alumnos son capaces de demostrar al final de un proceso educativo”. (*Tuning*, 2003, p. 80)

En estas dos definiciones, además de mencionar las características de las competencias en la acción por parte del sujeto, se establece el papel que juega el proceso educativo en el desarrollo de tales competencias.

Las diversas definiciones enuncian ciertos componentes esenciales del concepto de competencia. Por una parte, la posibilidad de movilizar el conocimiento; esto es, ante una situación o tarea dada, poder utilizar el conocimiento que se posee. Por otra parte, la posibilidad de integrar diversos conocimientos en aras de resolver un problema. El otro aspecto se refiere a la actuación en contexto, aquí se destaca la importancia de poder utilizar el conocimiento en una situación de contexto específico fuera del ámbito escolar. Finalmente el desarrollo de capacidades meta cognitivas que permitan el aprendizaje autónomo (Coll y Martín, 2006).

En síntesis, consideraremos que una competencia es una capacidad que le permite al individuo actuar en contexto para realizar una actividad, función o tarea.

Garagorri (2007) clasifica las competencias en dos tipos:

1) Generales, transversales o generativas: están caracterizadas por tener la potencialidad de engendrar una infinidad de conductas adecuadas respecto a una infinidad de situaciones nuevas. En el ámbito educativo son aquellas comunes a todas las áreas disciplinares.

2) Específicas o particulares: se aplican a una situación o familia de situaciones dentro de un contexto particular. Se refiere al saber hacer en una situación y contexto concreto. En el ámbito escolar son las que se relacionan con cada área temática.

Eurydice, la red europea de información en educación, considera además algunas competencias como claves; al respecto expresa que

A pesar de las diferentes concepciones e interpretaciones del término, la mayoría de los expertos parecen coincidir en que para que una competencia merezca el atributo de clave, fundamental, esencial o básica, debe ser necesaria y beneficiosa para cualquier individuo y para la sociedad en su conjunto. Debe permitir que un individuo se integre apropiadamente en un número de redes sociales, al tiempo que permanece

independiente y personalmente eficaz tanto en situaciones que le son conocidas como en otras nuevas e imprevisibles. Finalmente, puesto que todas las situaciones están sujetas a cambios, una competencia clave debe permitir a las personas actualizar sus conocimientos y destrezas constantemente con el fin de mantenerse al corriente de los nuevos avances (Eyrydice, 2002, p. 14).

El concepto de competencia clave es fundamental en el campo educativo puesto que permite concentrarse en aquellas alrededor de las cuales girarán los diversos elementos del currículum.

Por otra parte, al analizar las competencias, tanto genéricas, claves o particulares, deben considerarse tres categorías que se refieren a competencias cognitivas, procedimentales y actitudinales o interpersonales.

Entre los rasgos que hacen de las competencias un concepto útil y que deben tenerse en cuenta desde el punto de vista educativo se pueden citar los siguientes:

1. Implican la movilización de los recursos personales tales como conocimientos, actitudes y otros, para desempeñarse con excelencia en la realización de una tarea.
2. Las competencias se dan a partir de la relación entre los procesos de aprendizaje y de desarrollo.
3. Al desarrollar una competencia se da un cambio personal integral. (Molina, 2006)
4. Tiene un carácter integrador puesto que incluye diversos elementos de manera integrada. Una competencia en algo implica el empleo coordinado de conceptos, procedimientos y actitudes.
5. Son transferibles y multifuncionales; esto es, se aplican en múltiples situaciones de tipo diverso (transferible) y se usan para conseguir varios objetivos (multifuncionales). Esta característica se aplica fundamentalmente a las competencias clave y generales.
6. Son dinámicas e ilimitadas. Cada individuo responde con niveles variables en una competencia específica a lo largo de su vida.
7. Son evaluables. Esto se refiere a que es posible verificar si una persona en particular posee determinada competencia. (Garagorri, 2007)

3. Competencias generales en la enseñanza media

Se denota en todo lo anterior una tendencia a considerar las competencias como algo útil para el campo laboral. En ese sentido, en el campo educativo estarían particularmente referidas a la educación técnica y a la educación de nivel superior.

Sin embargo, el concepto se puede aplicar a los diferentes niveles educativos. Se pueden establecer competencias generales que deben adquirir los estudiantes al concluir la enseñanza preescolar, primaria y media y, también, particularmente en este último caso, las competencias en cada una de las disciplinas particulares que se enseñan en este nivel.

Las competencias generales del nivel medio de enseñanza deberán dirigirse al desarrollo integral del individuo como persona y como miembro de la sociedad, dentro del marco de la globalización y la inmersión en la sociedad del conocimiento. El tipo de competencia que se logre formar en este nivel reviste una gran importancia puesto que determina mucho del accionar futuro de la persona; tanto si sigue estudios superiores como si se suma al campo laboral una vez concluida la educación media. Entre estas competencias, que le permiten a los estudiantes construir las bases de su aprendizaje, podemos mencionar como clave la interpretación y comunicación apropiada de la información, la posibilidad de razonar de manera creativa y el resolver problemas. Estas competencias deben complementarse con algunas competencias más bien de tipo personal y social tales como la de trabajar en equipo, actuar éticamente, entre otras.

En este sentido, OCDE/PISA (2006) establece que “existen asimismo una serie de habilidades generales de carácter muy amplio que es esencial que los alumnos desarrollen. Entre ellas se incluyen la comunicación, la adaptabilidad, la flexibilidad, la capacidad de solucionar problemas y la utilización de las tecnologías de la información (p. 10).

4. Algunos peligros en el uso de las competencias en educación

Aunque el enfoque de competencias en la educación, en general, representa un serie de ventajas en cuanto al proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes, en particular porque permite que este sea activo, algunos autores como Garagorri (2007) han señalado los siguientes riesgos en los que se puede caer con el uso de las competencias:

1. Reducir el currículo a las competencias específicas observables o medibles olvidando las transversales.
2. Hacer un planteamiento de currículo basado en competencias transversales sin ligazón con las competencias específicas y dando por supuesto su transferencia automática
3. Reducir el currículo a las competencias, olvidando las experiencias y los saberes que nos constituyen.

4. Reducir el planteamiento del currículo basado en competencias a puro formalismo.

Más que peligros del modelo de competencias, lo anterior se refiere a un uso inadecuado del mismo. Particularmente son problemas conceptuales y de criterio que deben evitarse.

5. Concepto de competencia matemática

Marín y Guerrero (2005) y Rico (2005) subrayan la importancia de la noción de competencia dentro de las finalidades del currículo de matemáticas de secundaria. Por otra parte, de acuerdo con Puig (2008), “la competencia considerada en el ámbito de las matemáticas debe explicar y predecir el conjunto, potencialmente infinito, de las actuaciones del sujeto. Sin embargo, también se puede hablar de la competencia en un dominio más o menos concreto de las matemáticas, de manera que el modelo de competencia tiene que describir la conducta del sujeto ideal en ese dominio y, así, explicar y predecir su conjunto de actuaciones posibles en ese dominio” (p. 93).

En ese sentido, Niss (2002) define primero lo que considera como competencia: “Poseer una competencia (ser competente) en algún dominio de la vida personal, profesional o social es dominar (a un nivel apropiado, módulo condiciones y circunstancias) aspectos esenciales de la vida en tal dominio” (p. 6). Luego establece que la competencia matemática: “Es la habilidad para entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra matemáticos en los que las matemáticas juega o puede jugar un papel” (Niss, 2002, p. 7).

Por su parte, OCDE/PISA (2006) establece que la competencia matemática es “la capacidad que tiene un individuo de identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar e implicarse en las matemáticas de una manera que satisfaga sus necesidades vitales como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. (p. 13). Posteriormente agrega: “el área de la competencia matemática definido por PISA hace referencia a la capacidad de los alumnos para analizar, razonar y comunicarse eficazmente cuando plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en diversas situaciones. (p.74). Aclara que el término “mundo” hace referencia al marco natural, social y cultural en que vive el individuo y explica que la “situación” es la parte del mundo del estudiante en la que se localizan las tareas que se le plantean.

En ambos casos está implícito en la idea de competencia matemática la capacidad para plantear, formular, resolver, e interpretar problemas utilizando las matemáticas dentro de una variedad de situaciones y contextos, desde aquellos que son puramente matemáticos hasta los que no tienen una apariencia matemática. Esto refiere a dos aspectos muy importantes: la situación y el contexto.

Según Proenza y Leiva (2006), se han considerado cuatro tipos de situación: personales, educativas o laborales, públicas y científicas y, también, dos tipos de contexto: intra-matemático y extra-matemático.

Las situaciones personales son las que están relacionadas con la actividad diaria del alumno. Se refieren a la forma como el individuo percibe una tarea que le afecta de modo inmediato y cómo puede afrontarla matemáticamente. Las educativas o laborales, son aquellas situaciones que se encuentran de modo natural en la escuela o el lugar de trabajo. Las públicas son situaciones que requieren que los alumnos activen su comprensión, conocimiento y habilidades matemáticas para evaluar los aspectos de una situación externa con repercusiones importantes en la vida pública. Las científicas son situaciones más abstractas y pueden implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático.

Un contexto intra-matemático es aquel en el que la tarea específica a realizar se refiere solamente a objetos matemáticos tales como estructuras o símbolos; usualmente se da en situaciones de tipo científico o escolar. Mientras que un contexto extra-matemático incluye elementos externos que influyen en la interpretación y solución.

6. Competencias matemáticas en la enseñanza media

Niss (2002) plantea ocho competencias matemáticas organizadas en dos “grupos”: competencias para preguntar y responder acerca de, dentro y por medio de las Matemáticas y competencias de comprensión y uso del lenguaje y los instrumentos matemáticos.

El primer grupo se proporciona en la tabla 1.

Tabla 1. Competencias para preguntar y responder acerca de, dentro y por medio de las matemáticas

1. Pensar matemáticamente (dominio de modos matemáticos de pensamiento), por ejemplo:	plantear preguntas que son la característica de las Matemáticas, y saber las clases de respuestas (no necesariamente dar las respuestas ellos mismos o decir cómo obtenerlas) que las Matemáticas pueden ofrecer; entender y manejar el alcance y limitaciones de un concepto dado. ampliar el alcance de un concepto abstrayendo algunas de sus propiedades; generalizar resultados a clases más amplias de objetos; distinguir entre clases diferentes de afirmaciones matemáticas (incluso aseveraciones condicionadas ('si-entonces'), afirmaciones basadas en cuantificadores, asunciones, definiciones, teoremas, conjeturas, casos).
2. Plantear y solucionar problemas matemáticos, por ejemplo:	identificar, plantear, y especificar clases diferentes de problemas matemáticos -puros o aplicados; sin límites determinados (abiertos) o cerrados; solucionar clases diferentes de problemas matemáticos (puros o aplicados, sin límites determinados o cerrados), ya sea planteados por otros o por uno, y, de ser apropiado, de modos diferentes.
3. Modelar matemáticamente (es decir analizar y construir modelos), por ejemplo:	analizar fundamentos y propiedades de modelos existentes, incluyendo evaluación de su rango y validez descifrar modelos existentes, es decir traducir e interpretar elementos de modelos en términos de "realidad modelada". realizar modelización activa en un contexto dado estructurar el campo matematizar funcionar con o dentro del modelo, incluyendo la solución de los problemas que provoca el modelo validar el modelo, interna y externamente analizar y criticar el modelo, en sí mismo y vis-à-vis alternativas posibles comunicar sobre el modelo y sus resultados monitorear y controlar el proceso de modelación completo.
4. Razonar matemáticamente, por ejemplo:	hacer seguimiento y evaluación de cadenas de argumentos propuestos por otros saber lo que una prueba matemática es y no es, y cómo esto se diferencia de otras clases del razonamiento matemático, p.ej las heurísticas identificar y mostrar las ideas básicas en una argumentación dada (sobre todo una prueba), incluyendo distinguir líneas principales de detalles, ideas de detalles técnicos; idear argumentos matemáticos formales e informales, y transformar argumentos heurísticos en pruebas válidas.

Fuente: Niss (2002).

El segundo grupo se proporciona en la tabla 2.

Tabla 2. Competencias de comprensión y uso del lenguaje y los instrumentos matemáticos.

5. Representar entidades matemáticas (objetos y situaciones), por ejemplo	comprender y utilizar (descifrando, interpretando, distinguiendo entre) diversas clases de representaciones de objetos, de fenómenos y de situaciones matemáticos; entender y utilizar las relaciones entre diversas representaciones de la misma entidad, incluyendo saber sobre sus fuerzas y limitaciones relativas; elegir y cambiar entre representaciones.
6. Manipular símbolos matemáticos y formalismos, por ejemplo:	descifrar e interpretar lenguaje matemático simbólico y formal, y entender sus relaciones con el lenguaje natural; entender la naturaleza y las reglas de los sistemas matemáticos formales (sintaxis y semántica); traducir de lenguaje natural al lenguaje formal/simbólico manejar y manipular afirmaciones y expresiones que contienen símbolos y fórmulas.
7. Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas, por ejemplo	entender los escritos, visuales o textos orales de otros, en una variedad de registros lingüísticos sobre las materias que tienen un contenido matemático; expresión propia sobre tales materias, en diversos niveles de precisión teórica y técnica, en forma oral, visual o escrita
8. Hacer uso de los soportes y de las herramientas (incluyendo TICs), por ejemplo	saber la existencia y las propiedades de varias herramientas y soportes para la actividad matemática, su gama y limitaciones; utilizar reflexivamente estos soportes y herramientas.

Fuente: Niss (2002).

Este enfoque ha tenido una influencia muy grande en el proyecto PISA de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), en particular en las pruebas que se realizaron en los años 2003 y 2006. De hecho, el marco teórico de estas pruebas, aunque enuncia una definición de competencia matemática algo distinta de la de Niss, adopta el listado propuesto por éste.

Este es un punto de partida importante para orientar los currículos de la Educación Matemática con base en competencias. Sin embargo, desde luego, esto requiere una mayor reflexión y un análisis de la situación particular de cada entorno educativo que permita definir cuáles son, en realidad, las competencias matemáticas que se desea que adquieran los estudiantes.

De hecho, Puig critica los enunciados muy generales para ciertas competencias que aparecen en el informe PISA; se refiere, particularmente, por ejemplo a “plantear y resolver problemas”. Propone la necesidad de un modelo de competencias proveniente de dos fuentes: una que examina al sujeto ideal y otra a los sujetos reales. En ese sentido indica que los elementos de la competencia no pueden ser simplemente una lista, sino que deben combinarse formando una estructura. Además, considera que “la oposición entre contenidos conceptuales y competencias en el terreno curricular es una falacia. Lo que es crucial es la concepción de la naturaleza de las matemáticas subyacente y las consecuencias que de ella se derivan” (Puig, 2008, p. 103)

En síntesis, podemos considerar la lista de competencias matemáticas de Niss como un referente del cual partir, pero que debe ser analizado con el fin de dilucidar cuáles de esas competencias queremos para los estudiantes de nuestro sistema educativo, eventualmente cuáles otras que no están en esa lista, hasta qué nivel de competencia queremos que los estudiantes lleguen al finalizar la educación media o al finalizar cada ciclo de la educación general básica.

7. Implicaciones de un abordaje por competencias del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza media

Abordar el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas mediante un modelo de competencias tendría una serie de implicaciones importantes en diferentes ámbitos. Entre ellas podemos mencionar las siguientes:

El currículo. La fundamentación del currículo pasaría, en primer lugar, por un debate con la participación de múltiples actores, que permita establecer qué competencias generales y específicas de la disciplina se quiere lograr en los estudiantes al finalizar el proceso educativo de enseñanza media y, también, cuáles competencias y en qué medida deben obtenerse al final de cada ciclo. En este proceso debe tenerse en cuenta algunas componentes que deberían estar presentes en un currículo basado en competencias; entre ellas:

- La capacidad que debe adquirir el estudiante a través del proceso educativo de integrar los distintos tipos de conocimiento.
- La capacidad de poder transferir los aprendizajes a situaciones concretas.
- La necesidad de desarrollar en los estudiantes capacidades metacognitivas que le permitan seguir aprendiendo a lo largo de la vida.

Planes y programas. Los planes y programas de estudio deberían enfatizar en la identificación de los desempeños que se espera de los estudiantes, considerados éstos como expresión de las competencias. Por otra parte, en el campo específico de las matemáticas, no sería útil hacer la separación tan tajante que se da actualmente entre diferentes áreas dentro de las mismas matemáticas. El currículo debería reflejar la estrecha relación que se da entre el álgebra, la geometría, etc.

En el aula. La mediación pedagógica, el tipo de materiales y los métodos con los que se manejan los contenidos, tendrían que cumplir con características acordes con la adquisición de competencias por parte de los estudiantes. Perrenoud (2005) establece como una de las competencias del profesor la de organizar y animar situaciones de aprendizaje. Como competencias más específicas que llevan a esta competencia general propone:

- Conocer, a través de una disciplina determinada, los contenidos que hay que enseñar y su traducción en objetivos determinados.
- Trabajar a partir de las representaciones de los alumnos.
- Trabajar a partir de los errores y de los obstáculos de aprendizaje.
- Construir y planificar dispositivos de secuencias didácticas.
- Implicar a los alumnos en actividades de investigación, en proyectos de conocimiento. (p. 15)

Estas capacidades del profesor, que se pondrían de manifiesto en el contexto del aula durante el desarrollo de la lección y las tareas asignadas, serían coadyuvantes importantes en la adquisición de competencias por parte de los estudiantes.

En este sentido, en la lección de matemáticas, debería privilegiarse el uso de la resolución de problemas como estrategia didáctica. Este tipo de estrategia brindaría a los estudiantes la posibilidad de hacer conjeturas, verificar resultados, en fin, de hacer matemáticas y, por lo tanto, le permitiría el desarrollo de competencias matemáticas como las que propone Niss.

Papel del alumno. A través de estrategias de aprendizaje apropiadas debe asignársele al estudiante un papel activo en el proceso educativo. Esto le permitiría la adquisición de conocimientos y la formación de sus capacidades. Desde luego, aquí también es fundamental el papel del profesor. Al respecto, una de las competencias del profesor que menciona Perrenoud (2005) es implicar a los alumnos en su aprendizaje y en su trabajo. Esto pasa por el fomento del interés por el aprendizaje en el estudiante, hacer explícita su relación con el conocimiento y desarrollar su capacidad de autoevaluación.

También debería inducir al alumno a la realización de investigación matemática, el desarrollo de proyectos y trabajo colaborativo.

La evaluación. Uno de los aspectos más complejos y que es objeto de mayor debate en el marco de las competencias es el de la evaluación. Sin embargo, hay consenso en cuanto a que la evaluación tradicional, al menos en el caso de matemáticas, no permite el desarrollo de competencias. Esto está ligado con el hecho de que la adquisición del conocimiento por sí sola no es suficiente para realizar un análisis apropiado de una situación o resolver problemas; se requiere también tener la disposición para usar las habilidades y estrategias así como el conocimiento de cuándo y cómo aplicarlas.

Algunas condiciones a considerar de la evaluación por competencias son las siguientes:

- Priorización de los criterios de evaluación y sus indicadores de logro.
- Realización de tareas en contexto de evaluación; esto implica la necesidad de un escenario o contexto que promueva los desempeños esperados según el grado y el área.
- Comprender que las competencias aparecen entrelazadas; es decir, no existe una competencia pura, por ejemplo al resolver un problema matemático contextualizado, hay un enunciado lingüístico y procedimientos matemáticos.

Formación del profesorado. Dado que los profesores deben poseer las competencias matemáticas de los estudiantes en un nivel superior y, también, otras competencias tanto de tipo matemático como no matemático, se haría necesario un cambio curricular en los programas de formación inicial de los profesores. También sería necesario establecer mecanismos de capacitación continua de los profesores en servicio.

Tanto los planes de formación inicial como los de formación continua del profesor deben tener en cuenta cuáles serían las competencias que éste debe tener para realizar su labor de manera eficiente. Esto debe ser motivo de debate y reflexión para determinar aquellas que sean pertinentes en las circunstancias particulares de una región o país; sin embargo, algunas competencias han sido propuestas.

Perrenoud (2005) ofrece una lista de diez competencias de referencia y para cada una de ellas menciona competencias específicas a tener en consideración para trabajar en formación continua. Estas diez competencias son:

- Organizar y animar situaciones de aprendizaje. Las competencias específicas que incluye fueron mencionadas arriba.
- Gestionar la progresión de los aprendizajes. Entre otras, incluye: concebir y hacer frente a situaciones problema, adquirir una visión longitudinal de los objetivos de enseñanza y observar y evaluar a los alumnos en situaciones de aprendizaje según un enfoque formativo.
- Elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación.

- Implicar a los alumnos en su aprendizaje y en su trabajo.
- Trabajar en equipo.
- Participar en la gestión de la institución.
- Informar e implicar a los padres.
- Utilizar las nuevas tecnologías. Esto implica, entre otros, explotar los potenciales didácticos de programas en relación con los objetivos de los dominios de enseñanza.
- Afrontar los deberes y dilemas éticos de la profesión.
- Organizar la propia formación continua. Para esto es necesario establecer un programa personal de formación, negociarlo, implicarse en tareas a nivel general de la enseñanza, etc.

En cuanto a las competencias en el campo de las matemáticas y su enseñanza en el nivel medio, Rico (2004) hace una propuesta, que nos parece apropiada, para la formación inicial del profesor de matemáticas (pp. 8-9):

- Dominio de los contenidos matemáticos de Educación Secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza-aprendizaje.
- Dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza.
- Capacidad para el análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas.
- Capacidad de gestión del contenido matemático en el aula.

También propone algunas competencias más específicas entre las que podemos señalar:

- Reconocer los tipos de razonamiento de los estudiantes, proponer tareas que los orienten, diagnosticar sus errores, y proponer los correspondientes procesos de intervención.
- Seleccionar y secuenciar actividades para el aprendizaje escolar; analizar los diversos problemas que surgen en situaciones de aprendizaje.
- Disponer de criterios, técnicas e instrumentos específicos para la evaluación del conocimiento matemático.

8. Las competencias en el sistema educativo costarricense

Los Programas de Estudio de Matemática del III Ciclo y de Educación Diversificada contienen los lineamientos del Ministerio de Educación Pública respecto a los derroteros de la educación matemática costarricense, por lo tanto, si se desea orientar los currículos de la Educación Matemática con base en competencias, se hace necesario un análisis de este entorno educativo que permita determinar cuál es la realidad de las competencias matemáticas que se desea desarrollar en los estudiantes de educación media.

Anteriormente hemos presentado una perspectiva teórica de estas competencias matemáticas que se deben desarrollar en los estudiantes de educación media, pero ¿establecen los Programas de Estudio de Matemáticas, ya sea en forma explícita o implícita, las competencias a desarrollar mediante los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en nuestro país?

En los Programas de estudio se logran identificar cuatro grandes componentes, una primera denominada “La transversalidad en los programas de estudio”, luego encontramos las orientaciones y estrategias metodológicas y de evaluación; una tercera parte la constituye las características y objetivos de los programas de cada ciclo, para terminar con la concreción de lo anterior en las tablas de objetivos, contenidos procedimientos, valores y actitudes y aprendizajes por evaluar. Aunque el propósito es hacer una revisión de estos documentos desde una perspectiva de competencias matemáticas, es importante hablar sobre la primera parte, pues aunque es de carácter general presenta explícitamente un enfoque por competencias.

En esta sección encontramos el concepto de qué se entenderá por competencias a través de todo el documento, a saber:

Las Competencias se entienden como: “Un conjunto integrado de conocimientos, procedimientos, actitudes y valores, que permite un desempeño satisfactorio y autónomo ante situaciones concretas de la vida personal y social” (Comisión Nacional Ampliada de Transversalidad, 2002). Las mismas deben orientar los procesos educativos y el desarrollo mismo de la transversalidad. (MEP, 2005a, p. 2)

Puede observarse que se adopta, en mucho, la posición del Consejo Federal de Cultura y Educación de Argentina.

A la definición anterior, se debe agregar la definición de competencia de transversalidad, que se hace pertinente dado el carácter general y transversal de esta sección, como se indicó anteriormente, al respecto se adopta la definición dada por Beatriz Castellos en el 2002:

Aquellas que atraviesan e impregnan horizontal y verticalmente, todas las asignaturas del currículo y requieren para su desarrollo del aporte integra-

do y coordinado de las diferentes disciplinas de estudio, así como de una acción pedagógica conjunta.

Si se revisan los programas de estudio, se encontrarán explícitamente las competencias a desarrollar para cada uno de los temas transversales de éstos, así como una propuesta para el abordaje metodológico de la Transversalidad desde los Programas de Estudio y en el planeamiento didáctico, que en resumen dice:

En este caso, se presenta como tarea para las y los docentes identificar -a partir de una lectura exhaustiva de los conocimientos previos del estudiantado, del contexto sociocultural, de los acontecimientos relevantes y actuales de la sociedad-, cuáles de los objetivos de los programas representan oportunidades para abordar la transversalidad y para el desarrollo de las competencias. (MEP, 2005a, p. 2)

Pese a su carácter general, lo anterior se describe como una evidencia de que el enfoque en competencias no es ajeno a los Programas de estudio para la educación media y esto nos posiciona para hacer un análisis de las secciones siguientes que son específicas para el área de matemáticas.

Aunque de aquí en adelante, no encontraremos explícitamente el término competencias ni una referencia directa a su desarrollo en el estudiante de educación media, resultará interesante analizar algunas referencias implícitas a éstas.

Los programas de estudio se estructuran, en torno a cuatro aprendizajes fundamentales según lo sugiere Jacques Delors, en su libro *La Educación Encierra un Tesoro*, a saber: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser. Además, se insta a como meta una educación científica y tecnológica sin descuidar la perspectiva integral y humanista. Establecen que en la educación matemática en enseñanza media no sólo debe buscar la obtención de contenidos teóricos o culturales por parte del estudiante, sino que es esencial -y es importante destacar la similitud con el concepto de competencia que hemos adoptado- “fomentar las destrezas, habilidades y recursos mentales indispensables que debe tener el ciudadano del nuevo orden histórico en las nuevas condiciones” y se visualiza a la formación matemática como un mecanismo fundamental y necesario para el desarrollo de las capacidades superiores en el estudiante como: capacidades analíticas, lógicas, de síntesis y criticidad cognoscitivas, del razonamiento inductivo y la abstracción; claramente se está hablando de capacidades que le permitirán al joven un desempeño, el juego de un rol dentro del cual está la comprensión y resolución de situaciones de la vida cotidiana en la actualidad; se está entendiendo a la matemática como un medio para desarrollar en los jóvenes el pensamiento abstracto y riguroso y la independencia de criterio, para su realización plena.

Todo lo anterior se afirma en diferentes puntos de los programas de estudio, en donde también se agrega:

Las Matemáticas son un factor importante para la formación de valores porque: desarrolla la imaginación, la creatividad, el razonamiento, la criticidad, la capacidad de hacer estimaciones y también contribuye al aprecio por la naturaleza, a través de su aplicación en el arte, y propician el desarrollo de modelos matemáticos que contribuyen al desarrollo sustentable y sostenible de la naturaleza. (MEP, 2005a, p.12)

y continúa diciendo

Propicia el desarrollo de la capacidad para realizar juicios críticos, valora las relaciones que se establecen entre los diferentes hechos, fenómenos y las Matemáticas, para construir su conocimiento, confrontar la información, los resultados y otros, con la realidad. (MEP, 2005a, p.13)

Con todo lo anterior, se comienza a fundamentar la idea de que aunque los programas de estudio, en sus orientaciones y estrategias metodológicas y de evaluación no explicita un enfoque por competencias, sí se logra identificar a través de todos sus enunciados una visión hacia el desarrollo de éstas. Esta idea se reafirma cuando se leen los fines fundamentales de los programas, que indican qué se espera de los estudiantes:

1. Aprendan a valorar las matemáticas.
2. Se sientan seguros de su capacidad para hacer matemáticas y confíen en su propio pensamiento matemático.
3. Lleguen a resolver problemas matemáticos.
4. Que aprendan a comunicarse mediante la matemática.
5. Aprendan a razonar matemáticamente.
6. Experimenten situaciones abundantes y variadas, relacionadas entre sí, que los lleven a valorar las tareas matemáticas, desarrollar hábitos mentales matemáticos, entender y apreciar el papel que las Matemáticas cumplen en los asuntos humanos.
7. Exploren y puedan predecir e incluso cometer errores y corregirlos de forma que ganen confianza en su propia capacidad de resolver problemas simples y complejos.
8. Puedan leer, escribir y debatir sobre las matemáticas y formular hipótesis, comprobarlas y elaborar argumentos sobre la validez de las hipótesis.
9. Se familiarice con una Matemática integrada en todas sus áreas.
10. Tengan experiencias variadas en relación con la evolución cultural, histórica y científica de las matemáticas, de forma que puedan apreciar el papel que cumplen las matemáticas en el desarrollo de nuestra sociedad y el impacto que tienen en la cultura y la vida diaria.
11. Exploren las relaciones existentes entre las matemáticas y las disciplinas con las que interactúan.

Puede observarse que la mayoría se refieren a capacidades dirigidas al desarrollo integral del individuo como persona y como parte integral de la sociedad, en el contexto de globalización. Un análisis pormenorizado nos lleva a encontrar coherencias con el concepto de competencias matemáticas, en particular la esbozada por Niss, pues describen habilidades que le permitirán al alumno “entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra matemáticas en los que las matemáticas juega o puede jugar un papel” y muy bien complementado con el concepto de OCDE/PISA (2006), en cuanto a que en los fines se encuentran implícitas capacidades que le permitirán al estudiante “identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo”.

Aspecto importante a señalar en los programas de estudios es que se plantea la resolución de problemas como estrategia didáctica privilegiada para llevar al logro de los fines descritos, ya que con ello se estimula en el estudiante procedimientos de observación, comparación, análisis, deducción, etc., para lograr no solamente la adquisición de contenidos, sino el desarrollo de estructuras de pensamiento.

Los programas de estudio centran el logro de los fines propuestos en el desarrollo de habilidades mentales, el desarrollo de estas habilidades debe ser el hilo conductor de la labor docente. El conocer las habilidades mentales propuestas y su concepción lleva a establecer la conexión entre los fundamentos de los programas de estudios y las concepciones de competencias que se han citado, estas habilidades son:

1. Identificación: estará preparado para reconocer una realidad tomando como base sus características, ya sea en forma real o sobrentendida.
2. Diferenciación: Si se reconoce un concepto o una situación por las características que este presenta, pero se diferencian aquellas que son esenciales de las irrelevantes.
3. Representación mental: interiorizar las características de un objeto o de una situación ya sea concreta o abstracta y se representan los rasgos esenciales que permiten definir el concepto o la situación como tal.
4. Transformación mental: modificar o combinar características de uno o varios objetos para producir representaciones de un grado mayor de abstracción o complejidad.
5. Comparación: establecer relaciones entre parejas de características de objetos o situaciones, de tal forma que se establezcan semejanzas y diferencias.
6. Clasificación: se agrupan elementos de acuerdo con atributos definitorios, a partir de categorías, se está clasificando. Se puede agrupar con base en categorías denominadas clases o con base en el establecimiento de categorías conceptuales.
7. Codificación: establece símbolos o interpreta símbolos que permiten la ampliación a los términos, evitando la ambigüedad aunque se aumente la abstracción, se

denomina codificación.

8. Decodificación: capacidad para decidir cómo traducir las instrucciones verbales a actos motores, y descifrar algún mensaje o símbolo. Se interpretan símbolos para dar amplitud a los términos y símbolos a medida que aumenta la abstracción.

9. Proyección de relaciones virtuales: consiste en percibir estímulos externos en forma de unidades organizadas que luego se proyectan ante estímulos semejantes. Se proyectan imágenes haciéndolas ocupar un lugar en el espacio.

10. Análisis: implica la separación de un todo en sus partes, conservando sus cualidades, funciones, usos, relaciones, estructuras y operaciones.

11. Síntesis: percibir la realidad a través de un proceso, integrar para formar un todo significativo.

12. Inferencia lógica: se realizan deducciones y se crean nuevas informaciones a partir de los datos percibidos.

13. Razonamiento analógico: establecer o analizar relaciones de orden superior entre diferentes elementos, conceptos, hechos o situaciones pertenecientes a uno o más conjuntos.

14. Razonamiento hipotético: capacidad mental para realizar inferencias y predicciones de hechos a partir de los ya conocidos y de las leyes que los relacionan.

15. Razonamiento transitivo: capacidad de ordenar, comparar y transcribir una relación hasta llegar a establecer una conclusión.

16. Razonamiento silogístico: operación mental que permite llegar a conclusiones a través de la proyección e interpretación de relaciones entre dos premisas.

17. Pensamiento divergente: establecer nuevos parámetros a través de los cuales se pueden detectar diferencias entre similares.

18. Conceptualización: se agrupa objetos, eventos o situaciones con características comunes o esenciales, denominadas propiedades definitorias.

Una revisión minuciosa de estas habilidades nos permitiría hacer una relación directa con las competencias propuestas por NISS:

Tabla 3. Competencias y habilidades mentales

Competencias para preguntar y responder acerca de, dentro y por medio de las matemáticas	
Competencia	3) Habilidad mental
1. Pensar matemáticamente (dominio de modos matemáticos de pensamiento)	Análisis Síntesis Pensamiento divergente
2. Plantear y solucionar problemas matemáticos	
3. Modelar matemáticamente (es decir analizar y construir modelos)	Transformación mental Representación mental Clasificación

4. Razonar matemáticamente	Inferencia lógica Razonamiento analógico Razonamiento hipotético Razonamiento transitivo Razonamiento silogístico
----------------------------	---

Competencias de comprensión y uso del lenguaje y los instrumentos matemáticos.	
5. Representar entidades matemáticas (objetos y situaciones)	Identificar Diferenciación Comparación
6. Manipular símbolos matemáticos y formalismos	Codificación Decodificación
7. Comunicar dentro de, con, y sobre las Matemáticas	Proyección de relaciones virtuales
8. Hacer uso de los soportes y de las herramientas (incluyendo TICs)	

Como se indicó, la competencia dos es el hilo conductor para llevar al logro de los fines y en los programas se presenta todo un apartado con las recomendaciones metodológicas de cómo utilizar resolución de problemas como estrategia metodológica para la enseñanza, incluyendo características de los problemas, estrategias de solución y tipos de problemas.

Acerca de la competencia ocho, se presenta en los programas de estudio un apartado completo en donde se deja patente que ante el exceso de información se debe ofrecer al estudiante elementos sobre cuál ha sido el proceso de creación y desarrollo del conocimiento, la ciencia y la tecnología. Aunque se enfatiza en el uso de la calculadora, su visión de que ésta permite clarificar, acentuar y profundizar el concepto, es decir, obtener información de mayor valor cognoscitivo, es extensible a una concepción generalizada sobre tecnologías de información y comunicación.

Respecto a valores y actitudes, los programas de estudio son claros en el rol que debe jugar el desarrollo del pensamiento y la formación matemática, en la formación integral del joven, textualmente dice:

Si la educación de los adolescentes se caracteriza por ser integral, entonces la formación de su personalidad, de su carácter, de su conciencia humanista y de su convivencia social en una cultura para la paz y la democracia, y su valoración subjetiva respecto de lo que se le enseña, del modo en que se le enseña y de quien se lo enseña (actitudes), deben ir en forma paralela al desarrollo del pensamiento y su formación matemática. (MEP, 2005b, p.54)

Las actitudes son vistas no solo como algo que debe desarrollarse en el alumno, sino como vehículo que interviene decisivamente en la adquisición del conocimiento, ya que actitudes como el interés, la perseverancia, la curiosidad, la

búsqueda de la verdad, entre otras, son factores que favorecen el aprendizaje. Por lo que los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática se apoyan en los valores y actitudes de los estudiantes pero a la vez se fomenta su formación porque en ellos se desarrolla la imaginación, la creatividad, el razonamiento, la criticidad, entre otras.

Otro elemento importante de destacar en los programas de estudio que permite visualizar una relación directa con competencias matemáticas es el considerar que el desarrollo de estructuras conceptuales constituye un proceso a largo plazo; las estructuras conceptuales se desarrollan, elaboran, profundizan y se van haciendo más completas con el paso del tiempo, guardando esto último gran similitud con el concepto de desarrollo gradual de las competencias, donde los autores hablan de niveles de logro o de desarrollo de las competencias.

En el III Ciclo de la Enseñanza General Básica y Educación Diversificada se establecen objetivos generales que están relacionados con los fines de la enseñanza de la matemática descritos anteriormente y que permiten identificar en ellos conceptos como: capacidad de abstracción, procedimientos y principios matemáticos, lenguaje matemático, pensamiento lógico, análisis y la resolución de situaciones problemáticas, razonamiento lógico, divergente y analógico, el pensamiento deductivo e inductivo y los procesos de análisis y síntesis; y construcción y reconstrucción de modelos matemáticos que como se ha dicho reiteradamente están estrechamente relacionados con el desarrollo de competencias matemática.

Finalmente, la última parte constitutiva de los programas de estudio es una tabla cuyos componentes son:

Objetivos	Contenidos	Procedimientos	Valores y actitudes	Aprendizajes por evaluar
-----------	------------	----------------	---------------------	--------------------------

Una breve descripción de los componentes es la siguiente:

- Los objetivos representan los productos de aprendizajes que debe lograr el estudiante.
- Los contenidos constituyen el conocimiento básico del aprendizaje, en términos de teorías, conceptos, hechos, modelos, sucesos y datos aportados por las distintas disciplinas del saber. Los procedimientos se refieren a procesos cognoscitivos que debe llevar a cabo el estudiante, de acuerdo con el nivel cognoscitivo del objetivo de aprendizaje.
- Los valores y actitudes permiten el desarrollo afectivo de los estudiantes, mediante la construcción de las habilidades morales.

- Los aprendizajes por evaluar describen aquello de lo que debe ser capaz un alumno para demostrar que ha logrado un objetivo de aprendizaje propuesto.

Todos estos componentes, guardan relación con todo lo descrito anteriormente, los objetivos mantienen una perspectiva de desarrollo de habilidades, destrezas y procedimientos, según se ha puntualizado y guardan coherencia horizontal con los procedimientos. Los contenidos se constituyen en un listado, que en una adecuada concepción, deben ser concebidos como el vehículo para el logro de los objetivos. En cuanto a valores y actitudes, el contenido de la columna reflejan los fundamentos dados para esta componente y finalmente, Sobre aprendizajes por evaluar, son una sustentación del objetivo por lo que su significado es el mismo que los objetivos.

Todo el análisis realizado permite concluir que los programas de estudio de la educación media, aunque en su mayoría no lo citan como tales, describen con mucho detalle las competencias generales y matemáticas que se requiere desarrollar en los adolescentes, y cubren todos los rangos de competencias matemáticas que diferentes autores han citado.

Un aspecto que sí debe citarse es que no existe garantía ni controles para indicar que lo que se realiza en las aulas sea coherente con lo que se enuncia en los programas.

9. Conclusiones

La introducción de la discusión de las competencias en el debate relativo al currículo tiene la virtud de avanzar desde la concepción de la sola relación enseñanza-aprendizaje hacia un abordaje más integral, en el que se tome en consideración diversos aspectos tales como el entorno de acción, los aspectos individual y social en el que se desenvuelve el individuo.

Aunque no hay consenso sobre el concepto de competencia, sí existen algunos elementos (Le Boterf, 2001; Molina, 2006; Molina, 2005) que deben estar abarcados por él; podemos mencionar los siguientes:

- Las competencias movilizan e integran conocimientos, habilidades y actitudes, aunque ellas en sí mismas no corresponden a ninguno de ellos.
- La movilización de recursos solo es pertinente en situación.
- La acción producto de una competencia requiere de operaciones mentales complejas que permiten determinar y realizar esa acción adaptada a una si-

tuación particular.

- Las competencias se crean en el proceso formativo, pero también se desarrollan y se pueden crear otras a través de las circunstancias en las que se desenvuelve el individuo.

Estos elementos determinan que, al menos en el plano específico de las matemáticas, un abordaje por competencias conllevaría que la persona se pueda encontrar más capacitada para analizar lo que el entorno le ofrece, puede decidir con mayores elementos de juicio entre diferentes alternativas y, en general, sea más crítica.

Por otra parte, un enfoque por competencias en la enseñanza media requeriría tomar en consideración diversos elementos como la fundamentación del currículo, los planes y programas de estudio específicos, el desarrollo de la lección y las tareas asignadas, la evaluación y la formación inicial y continua del profesorado. Todo esto requeriría de un debate previo con la participación de diversos actores, que permitiera establecer las competencias tanto generales como específicas de cada asignatura que se desea lograr en los estudiantes.

En el caso particular de la enseñanza media costarricense, de acuerdo con el análisis realizado, se concluye que se tiene en mente que los estudiantes adquieran ciertas competencias tanto generales como matemáticas acorde con aquellas que diferentes autores han citado. Sin embargo, este es solo un aspecto entre muchos puesto que podemos preguntarnos, entre otras cosas: ¿hay condiciones apropiadas para llevar a cabo las diversas labores requeridas para que los estudiantes adquieran esas competencias?, ¿están formados los profesores para asumir un enfoque por competencias de manera apropiada?

Referencias y bibliografía

Arce, C. y Jiménez, L. (2008). *Informe de resultados del Examen de Diagnóstico en Matemática. Estudiantes de primer ingreso del año 2008*. Extraído el 3 de setiembre de 2008 desde <http://diagnostico.emate.ucr.ac.cr/node/15>

Coll, C. y Martín, E. (2006). Vigencia del debate curricular, aprendizajes básicos, competencias y estándares. *Revista PRELAC*, 3, 50-62.

Corvalán, O. y Hawes, G. (2006). Aplicación del enfoque de competencias en la construcción curricular de la Universidad de Talca, Chile. *Revista Iberoamericana de Educación*, 40(1), 1-17.

Cullen, C. (1997). *Críticas de las razones de educar*. Buenos Aires: Paidós.

Eurydice (2002). *Las Competencias Clave, un concepto en expansión dentro de la educación general obligatoria*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

Garagorri, X. (2007). Currículo basado en competencias: aproximación al estado de la cuestión. *Aula de Innovación educativa*, 161, 47-55.

Le Boterf, G. (2001). *Ingeniería de las competencias*. Barcelona: Ediciones Gestión 2000.

Marín, A. y Guerrero, S. (2005). Una lectura del informe PISA desde la Secundaria. *Padres y Madres de Alumnos Revista de la CEAPA*, 82, 24-28.

Ministerio de Educación Pública (2005a). *Programas de Estudio Matemática III ciclo*. San José: MEP.

Ministerio de Educación Pública (2005b). *Programas de Estudio Matemática Educación Diversificada*. San José: MEP.

Ministerio de Educación Pública (2008). *Directrices curriculares 2008*. San José: MEP.

Molina, V. (2006). Currículo, competencias y noción de enseñanza-aprendizaje. *Revista PRELAC*, 3, 50-62.

Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish KOM project. Extraído el 20 de mayo de 2008 desde http://www7.nationalacademies.org/mseb/Mathematical_Competencies_and_the_Learning_of_Mathematics.pdf

OCDE (2006). *PISA 2006, Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Extraído el 10 de agosto de 2008 desde www.ince.mec.es/marcosteoricos-pisa2006.pdf

Perrenoud, P. (1999). *Construir competencias desde la escuela*. Santiago de Chile: Dolmen.

Perrenoud, P. (2005). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Barcelona: GRAÓ.

Proenza, Y. y Leiva, L. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. En *Revista Iberoamericana de Educación*, 41(1), 1-15.

Puig, L. (2008). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. *PNA*, 2(3), 87-107.

Rey, B. (1999). *De las Competencias Transversales a una Pedagogía de la Intención*. Santiago de Chile: DOLMEN.

Rico, L. (2004c). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado*, 8(1), 1-15.

Rico, L. (2005). La Alfabetización Matemática y el Proyecto PISA de la OCDE. *Padres y Madres de Alumnos Revista de la CEAPA*, 82, 7-13.

Romero, N. (2005). ¿Y qué son las competencias? ¿Quién las construye? ¿Por qué competencias?. *Educar*, 35, 9-18.

Tuning (2003). *Tuning Educational Structures in Europe, Informe Final, Fase Uno*. Bilbao: Universidad de Deusto.