

Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico

Ángel Alsina

Universidad de Girona

Resumen: *Se presenta un itinerario didáctico para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil. En la primera parte se argumenta la incorporación de estos conocimientos en el aula: la importancia de garantizar una educación de alta calidad ajustada a los cambios sociales; la importancia de la estadística y la probabilidad en el desarrollo integral; y la importancia de la alfabetización estadística y probabilística. En la segunda parte se muestran propuestas en diferentes contextos: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos, juegos, recursos populares (cuentos y canciones), recursos digitales y cuadernos.*

Palabras clave: *alfabetización estadística, alfabetización probabilística, contextos de enseñanza, Educación Infantil.*

Contexts and proposals for teaching statistics and probability in Early Childhood Education: a didactic itinerary

Abstract: *A didactic itinerary for teaching statistics and probability in Early Childhood Education is presented. In the first part three arguments for incorporating this knowledge into the classroom are discussed: the importance of ensuring high quality education according to social changes; the importance of statistics and probability in the integral development; and the importance of statistical and probabilistic literacy. In the second part some activities in different contexts are shown: everyday life, manipulatives, games, popular resources (stories and songs), digital resources and notebooks.*

Keywords: *statistical literacy, probabilistic literacy, teaching contexts, Early Childhood Education*

1. INTRODUCCIÓN

La inclusión de la estadística y la probabilidad en el currículo de Educación Infantil es reciente. Hasta hace pocos años las orientaciones curriculares para esta etapa educativa se centraban principalmente en la adquisición de contenidos de numeración y de geometría; sin embargo, aunque estos contenidos siguen ocupando un lugar protagonista, se han ido integrando otros tipos de conocimientos en el currículo que pretenden dar respuesta a las necesidades sociales, como es el caso de la estadística y probabilidad. En este sentido, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos plantea que los alumnos deberían empezar a aprender conocimientos relacionados con el análisis de datos y el azar a partir de los tres años (NCTM, 2003).

La incorporación de estos nuevos contenidos no ha venido acompañada, en la mayoría de ocasiones, de las orientaciones necesarias para poder ser enseñados de forma eficaz en el aula.

En este artículo se asume que para que una enseñanza sea eficaz, “los profesores deben conocer y entender profundamente las matemáticas que enseñan y ser capaces de hacer uso de ese conocimiento con flexibilidad. Necesitan comprender a su alumnos, confiar en ellos, como aprendices de matemáticas y como seres humanos, y ser cuidadosos al elegir y utilizar las estrategias pedagógicas y de evaluación” (NCTM; 2003, p. 17). Desde este prisma, en este artículo se indaga, en primer lugar, acerca de los argumentos que justifican la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil; y en segundo lugar se presentan algunas estrategias didácticas que permitan llevar a cabo una enseñanza eficaz de estos contenidos en el aula.

2. ARGUMENTOS EN TORNO A LA INCORPORACIÓN DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN INFANTIL

Desde una perspectiva genérica, Alsina y Vásquez (2016) indican que en una sociedad altamente tecnificada como la actual es necesario que los ciudadanos tengan recursos a su alcance para conocer la realidad, representarla e interpretarla críticamente, con el objeto de poder transformarla o, simplemente, predecir su futuro. Con la incorporación de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil se intenta promover que los alumnos aprendan desde pequeños conocimientos que les sirvan de base para la recogida, descripción e interpretación de datos. En definitiva, se trata de ofrecerles herramientas que les ayuden a responder preguntas cuyas respuestas no son inmediatamente obvias, a la vez que les faciliten la toma de decisiones en situaciones en las que la incertidumbre es relevante. Todo ello, para que progresivamente sean ciudadanos bien informados y consumidores inteligentes, es decir, personas con una adecuada alfabetización estadística y probabilística.

Existen por lo menos tres argumentos interrelacionados que justifican la necesidad de incorporar la estadística y la probabilidad en Educación Infantil:

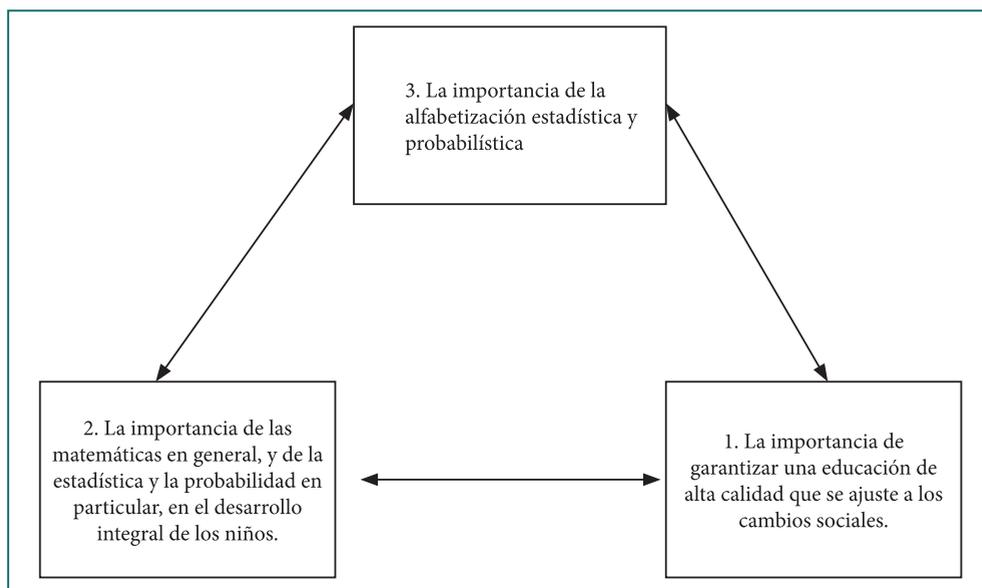


Figura 1. Argumentos entorno a la incorporación de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil.

2.1. La importancia de garantizar una educación de alta calidad que se ajuste a los cambios sociales

La sociedad evoluciona a un ritmo acelerado, por lo que la escuela debería estar constantemente atenta para poder ofrecer una formación de alta calidad que se ajuste a estos cambios. De hecho, la formación de profesionales competentes y comprometidos con el desarrollo social constituye hoy día una misión esencial de la Educación Superior Contemporánea (UNESCO, 1998). Por esta razón, diversos países como por ejemplo España han concretado las competencias profesionales del profesorado de Educación Infantil, entre las que se incluye la necesidad de “asumir que el ejercicio de la función docente tiene que ir perfeccionándose y adaptándose a los cambios científicos, pedagógicos y sociales a lo largo de la vida” (ORDEN ECI/3854/2007, p. 53736). Esta competencia profesional alude a la necesidad de reflexionar sistemáticamente sobre lo que se sabe y sobre lo que se hace, con el objeto de ir mejorando la práctica profesional.

Parece, pues, que no deberíamos enseñar lo mismo que hace diez, veinte o treinta años. Ni enseñarlo de la misma forma. Por esta razón, se han producido cambios sustanciales en las últimas décadas como la definición del Proyecto DeSeCo (Definición y Selección de Competencias Clave) de la Red Eurydice de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo (OCDE), que ha supuesto la substitución paulatina un currículo orientado a la adquisición de contenidos por un currículo orientado a la adquisición de competencias que fomente la comprensión y el uso eficaz del conocimiento en todos los contextos en los que se necesita (Rychen y Salganik, 2004).

2.2. La importancia de las matemáticas en general, y de la estadística y la probabilidad en particular, en el desarrollo integral de los niños.

Del argumento anterior se desprende que el conocimiento matemático no es importante por sí mismo, sino por su importante papel en la sociedad actual, tecnológica y científicamente avanzada (Goñi, 2008). Desde esta perspectiva, y tomando como referencia las orientaciones contemporáneas en materia de educación matemática, es imprescindible favorecer que todos los alumnos aprendan matemáticas desde las primeras edades, ya que nunca hasta ahora había sido mayor la necesidad de entender y ser capaz de usar las matemáticas en la vida diaria y en el trabajo. No se trata, sin embargo, de formar a matemáticos, sino de formar a personas que desde la etapa de Educación Infantil aprendan a usar progresivamente las matemáticas en una variedad de contextos en las que estos conocimientos son necesarios, además del escolar.

Las matemáticas que aprenden y usan los niños durante las primeras edades son matemáticas intuitivas, y las aprenden en el marco de experiencias informales (NCTM, 2003). Baroody (1987) acuña el término “matemáticas informales” precisamente para referirse a estas prácticas informales. Este autor pone de manifiesto que los niños de las primeras edades recopilan, a menudo, una gran riqueza de conocimientos sobre temas que les interesan, y a partir de estos intereses y actividades cotidianas es como van desarrollando su pensamiento matemático. Entre estos intereses están la recolección de datos, su representación e interpretación, como se ha puesto de manifiesto en diversos estudios preliminares (Alsina, 2006, 2013; Dalmau y Alsina, 2015). Estos datos revelan que los niños de las primeras edades tienen conocimientos informales sobre estadística y probabilidad, que son el eslabón imprescindible para que posteriormente puedan aprender conocimientos estocásticos más formales en el contexto de una enseñanza reglada. En educación matemática, pues, la conexión más importante en los primeros aprendizajes matemáticos es el existente entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños aprenden a través de sus experiencias, y las matemáticas más formales. Estos conocimientos son lo que van a permitir que progresivamente sean ciudadanos matemáticamente alfabetizados.

2.3. La importancia de la alfabetización estadística y probabilística.

El punto de partida imprescindible para abordar la alfabetización estadística y probabilística es poner de relieve que su enseñanza es esencial para ayudar a preparar a los alumnos para la vida en general, así como para el análisis de datos y los eventos aleatorios de su vida cotidiana en particular (Everitt, 1999). Es por esta razón que, como se ha indicado, la prestigiosa asociación norteamericana de profesores de matemáticas ha incorporado la estadística y la probabilidad en el currículo ya desde los tres años, caracterizándose por presentar un enfoque más experimental que permita proporcionar a los alumnos una experiencia estocástica desde las primeras edades.

Gal (2002) indica que la alfabetización estadística se refiere a la capacidad de las personas para interpretar datos, evaluarlos críticamente y, cuando sea pertinente, expresar sus opiniones respecto a la información estadística, los argumentos

relacionados con los datos o fenómenos estocásticos. Unos años después, este mismo autor define la alfabetización probabilística como la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real (Gal, 2005, 2012). Desde esta visión, indica que el comportamiento estadísticamente y probabilísticamente alfabetizado requiere la activación conjunta de componentes cognitivos y de disposición. Los componentes cognitivos implican cinco bases de conocimiento: habilidades de alfabetización, conocimientos estadísticos y probabilísticos (también informales), conocimiento matemático, contextual o del mundo del conocimiento, y que se plantee el conocimiento de cuestiones críticas. El componente disposicional consiste en la presencia de una posición crítica, es decir, la voluntad de adoptar actitudes cuestionando ciertas creencias, como la creencia en el poder de los procesos estadísticos, la creencia en sí mismo como persona capaz de pensar estadísticamente, y la creencia en la legitimidad de la adopción de una perspectiva crítica sobre información recibida de fuentes “oficiales” o de expertos. Es obvio que estos componentes se van adquiriendo a lo largo de la escolarización, a través de una planificación que considere los conocimientos que se deberían enseñar y una gestión que tenga presente las formas más eficaces de enseñarlos.

3. CONOCIMIENTOS DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN INFANTIL

Como se ha indicado, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos, comprometido con la excelencia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para todos los alumnos, ha señalado que los programas de enseñanza de la estadística y la probabilidad debería capacitar a todos los alumnos a partir de 3 años para dominar los contenidos de estadística y probabilidad que se indican en las Tablas 1 y 2.

Tabla 1. Contenidos de estadística de 3 a 8 años (NCTM, 2003)

Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas	Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos
Proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y su entorno. Ordenar y clasificar datos de acuerdo con sus atributos y organizar datos relativos a aquellos. Representar datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos.	Describir parte de los datos y el conjunto total de los mismos para determinar lo que muestran los datos.

Tabla 2. Contenidos de probabilidad de 3 a 8 años (NCTM, 2003)

Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos	Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad
Discutir sucesos probables e improbables relacionados con las experiencias de los alumnos.	-

Estas orientaciones pretenden ser un recurso y una guía para todos los que toman decisiones que afectan a la educación estadística y probabilística, por lo que progresivamente se van introduciendo en la mayoría de currículos contemporáneos de matemáticas de Educación Infantil.

Con base en los tres argumentos señalados en el apartado anterior y las orientaciones curriculares del NCTM (2003) expuestas en las tablas 1 y 2, Alsina (2011, 2013), ha realizado una propuesta que se ha ido reformulando en la que se intentan concretar los contenidos de estadística y probabilidad que deberían trabajarse en el 2º ciclo de Educación Infantil. Como señala dicho autor, se trata de una propuesta de organización de los contenidos, y no de una prescripción, en el sentido que las edades deben considerarse de forma relativa.

Tabla 3. Contenidos de estadística y probabilidad para niños de 3-4 años

Identificación de datos y hechos	Comparación de datos y hechos	Operaciones con datos
Identificación de datos muy sencillos del entorno cercano a partir de variables discretas (por ejemplo, recoger el tiempo que hace cada día: soleado, nublado, sol y nubes, lluvia). Representación de los datos identificados, principalmente con dibujos (por ejemplo, en el calendario poner cada día un dibujo del tiempo que hace: sol, nube, sol y nube, lluvia). Identificación posterior de la frecuencia absoluta de cada valor a partir del recuento. Reconocimiento de la posibilidad de ocurrencia de hechos: hechos seguros (por ejemplo, es seguro que un niño de 3º de Educación Infantil es mayor que uno de 1º, etc.).	Organización de los datos identificados, principalmente a través de clasificaciones, para facilitar la comparación y la representación (por ejemplo, realizar subgrupos con los dibujos de sol, nube, sol y nube, lluvia). Comparación e interpretación de los datos representados con dibujos, usando los comparativos “más ... que”, “menos ... que”, “tanto ... como” (por ejemplo, si ha habido más días nublados que soleados, etc.).	Resolución de situaciones aritméticas elementales a partir de los datos representados (por ejemplo, plantear qué frecuencia absoluta se obtendría si a un determinado valor de una variable se le añade un dato más, o se quita uno).

Tabla 4. Contenidos de estadística y probabilidad para niños de 4-5 años

Identificación de datos y hechos	Comparación de datos y hechos	Operaciones con datos
<p>Identificación de datos más complejos a partir de variables discretas (por ejemplo, el número de hermanos de cada alumno).</p> <p>Representación de los datos identificados, principalmente con objetos (por ejemplo, con cubos de madera o de plástico se puede representar el número de hermanos que tiene cada alumno).</p> <p>Identificación posterior de la frecuencia absoluta de cada valor a partir del recuento.</p> <p>Reconocimiento de la posibilidad de ocurrencia de hechos: hechos imposibles (por ejemplo, es imposible que un elefante sea rojo).</p>	<p>Organización de los datos identificados, principalmente a través de clasificaciones, para facilitar la comparación y la representación (por ejemplo, realizar subgrupos con los alumnos según el número de hermanos que tienen).</p> <p>Comparación e interpretación de los datos representados con objetos, usando los comparativos “más ... que”, “menos ... que”, “tanto ... como” (por ejemplo, si hay más alumnos que tienen un hermano que los que tienen dos hermanos, etc.)</p> <p>Comparación de la posibilidad de ocurrencia de hechos sencillos, según si son seguros o imposibles.</p>	<p>Composición y descomposición de las frecuencias absolutas (por ejemplo, si en una representación hay una barra con cinco cubos que pertenecen a un determinado valor, investigar cómo se podrían componer en dos grupos: 1-4, 2-3, etc.).</p> <p>Resolución de situaciones aritméticas algo más complejas a partir de los datos representados (por ejemplo, plantear qué frecuencia absoluta se obtendría si a un determinado valor de una variable se le añaden tres datos más, o se quitan dos).</p>

Tabla 5. Contenidos de estadística y probabilidad para niños de 5-6 años

Identificación de datos y hechos	Comparación de datos y hechos	Operaciones con datos
<p>Identificación de datos cada vez más complejos a partir de variables discretas (por ejemplo, el número de pie que calza cada niño).</p> <p>Representación de los datos identificados en gráficos de barras, con una correspondencia término a término (por ejemplo, pintando un cuadrado para cada caso de una variable, o haciendo una cruz).</p> <p>Identificación posterior de la frecuencia absoluta de cada valor a partir del recuento.</p> <p>Reconocimiento de la posibilidad de ocurrencia de hechos: hechos probables (por ejemplo, es probable que si se tira un dado salga un 3).</p>	<p>Organización de los datos identificados, principalmente a través de clasificaciones, para facilitar la comparación y la representación (por ejemplo, clasificar a los alumnos según el número de pie que calzan).</p> <p>Comparación e interpretación de los datos representados en gráficos de barras (por ejemplo, si hay más alumnos que calzan un 5 o un 6 de talla)</p> <p>Comparación de la posibilidad de ocurrencia de hechos sencillos, según si son imposibles, probables o seguros (por ejemplo, al tirar un dado es imposible que salga un 8, probable que salga un 3 y seguro que salgan un número entre 1 y 6).</p>	<p>Composición y descomposición de las frecuencias absolutas (por ejemplo, si en una barra de un gráfico hay ocho cruces, investigar cómo se podrían componer en dos grupos: 1-7, 2-6, 3-5, 4-4, etc.).</p> <p>Resolución de situaciones aritméticas más complejas a partir de los datos representados en un gráfico de barras (por ejemplo, plantear qué frecuencia absoluta se obtendría si a un determinado valor de una variable se le añaden cuatro datos más, o se quitan tres).</p>

Como puede apreciarse en las tablas 3 a 5, la propuesta de contenidos de estadística y probabilidad para el 2º ciclo de Educación Infantil se centra sobre todo en la identificación y la organización de los datos (sobre todo a través de la clasificación, aunque también se pueden realizar ordenaciones); la representación a través de objetos, dibujos o gráficos; y su posterior interpretación. Se trata de datos cercanos a la propia experiencia, que pueden ser propuestos por el maestro o bien por los propios alumnos. En relación a la probabilidad, de acuerdo con las orientaciones internacionales analizadas, en la propuesta presentada en las tablas 3 a 5 se propone que los alumnos empiecen a usar de forma comprensiva lenguaje probabilístico elemental: “imposible”, “probable” y “seguro” a partir de sucesos inciertos que forman parte del entorno de los alumnos.

4. CONTEXTOS Y PROPUESTAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN INFANTIL.

Con el objeto de dar respuesta a la segunda finalidad de este artículo, en este apartado se aportan algunas propuestas de aula para trabajar contenidos de estadística y probabilidad. Para ello, se sigue el itinerario didáctico propuesto en la “Pirámide de la Educación Matemática” de Alsina (2010), donde se plantea que para favorecer el desarrollo de la competencia matemática en general (y la alfabetización estadística y probabilística en particular) es preciso partir de contextos de enseñanza-aprendizaje significativos y ajustados a las necesidades de los alumnos de las primeras edades. Haciendo un símil con la pirámide de la alimentación, propone distintos contextos y su frecuencia de uso más recomendable para desarrollar el pensamiento matemático:

En la base de este organigrama piramidal están los recursos que necesitan todos alumnos y que, por lo tanto, se podrían y deberían “consumir” diariamente para desarrollar la competencia matemática. Ahí están las situaciones problemáticas y los retos que surgen en la vida cotidiana de cada día; la observación y el análisis de los elementos matemáticos de nuestro contexto (matematización del entorno); la manipulación con materiales diversos, dado que la acción sobre los objetos posibilita que los alumnos puedan elaborar esquemas mentales de conocimiento; o bien el uso de juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas. Después aparecen los que deben “tomarse” alternativamente varias veces a la semana, como los recursos literarios con un contenido matemático o los recursos tecnológicos como el ordenador y la calculadora. Por último, en la cúspide, se encuentran los recursos que deberían usarse de forma ocasional, concretamente los libros de texto (Alsina, 2010, p. 13-14).

Con base en estos planteamientos, seguidamente se ofrecen algunas propuestas para cada uno de estos contextos de enseñanza-aprendizaje:

4.1. Contextos de vida cotidiana

El aprendizaje de las matemáticas a partir de contextos reales ha sido uno de los principales focos de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991). Desde este enfoque, Reeuwijk (1997) ha señalado las ventajas de trabajar a partir de situaciones de vida

cotidiana: 1) pueden motivar a los alumnos, ayudarles a comprender por qué las matemáticas son útiles y necesarias, aclarar por qué ciertos ámbitos de las matemáticas revisten importancia y también pueden contribuir a que los alumnos entiendan el modo en que se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana; 2) pueden favorecer que los propios alumnos aprendan a usar las matemáticas en la sociedad, además de descubrir qué matemáticas son relevantes para su educación y profesión posteriores; 3) pueden incrementar el interés de los alumnos por las matemáticas y la ciencia en general; 4) pueden despertar la creatividad de los alumnos, impulsarlos a utilizar estrategias informales y de sentido común al afrontar, por ejemplo, la resolución de una situación problemática o de un juego; y 5) pueden actuar como mediadores entre la situación concreta y las matemáticas abstractas.

Considerando el conjunto de ventajas expuestas, a continuación se describen algunas investigaciones a partir de variables tanto cualitativas (con elementos no numéricos) como cuantitativas (con elementos numéricos):

Propuestas para realizar investigaciones estadísticas en contextos de vida cotidiana

- *Propuestas:* ¿qué tiempo hace?; ¿cómo has venido hoy a la escuela?; ¿cuál es tu fruta preferida?; ¿qué color te gusta más?; ¿qué vehículos pasan por la rotonda?; etc.
- *Contenidos:* recogida de datos; organización de datos; representación de datos; interpretación de datos.
- *Materiales:* para estas investigaciones estadísticas se requieren principalmente materiales discretos (contables uno a uno) que permitan representar las frecuencias absolutas (es decir, el número de casos de cada valor de la variable). Así, por ejemplo, se pueden utilizar tarjetas con dibujos, piezas de manera, fichas de colores, etiquetas o gomets de distintos colores, etc.
- *Desarrollo de la propuesta:* en primer lugar es aconsejable conocer los intereses de los alumnos para llevar a cabo una determinada investigación estadística. Una



Figura 2. Distintos momentos en los que los alumnos recogen datos de su entorno inmediato y los representan.

vez detectados dichos intereses se plantea alguna de las preguntas propuestas en forma de reto. A continuación se llevan a cabo propiamente las fases para trabajar conocimientos estadísticos en Educación Infantil: en relación a la recogida y organización de datos, los alumnos más pequeños pueden realizarlo de manera guiada (por ejemplo se puede proporcionar una plantilla o cuadro de doble entrada donde van recogiendo y organizando o clasificando los datos de cada valor de la variable, de manera que se facilite el conteo posterior para determinar las frecuencias absolutas), mientras que los alumnos de mayor edad son ya capaces de realizarlo de forma autónoma (pueden pensar la mejor forma de recoger los datos para poder cuantificarlos). Como se ha indicado, para la representación e interpretación posterior es aconsejable que usen sobre todo representaciones concretas (dibujos) o bien pictóricas (palos, cruces, etc.). El papel del profesorado debería consistir en fomentar buenas preguntas que induzcan a la interpretación de los datos representados (identificación de la frecuencia absoluta de cada valor y comparación mediante los comparativos “más ... que”, “menos ... que”, “igual ... que”).

Propuestas para introducir vocabulario vinculado a nociones de probabilidad en contextos de vida cotidiana

- *Propuestas:* situaciones del contexto cotidiano de los alumnos que muestren que la incertidumbre se hace presente.
- *Contenidos:* grados de posibilidad de un determinado suceso; utilización de lenguaje probabilístico (imposible, probable, seguro, etc.).
- *Materiales:* fotografías o dibujos que muestren situaciones inciertas del contexto cotidiano de los alumnos.
- *Desarrollo de la propuesta:* el maestro presenta fotografías o dibujos con diversas situaciones a los alumnos, como por ejemplo la imagen de un árbol en diferentes estaciones del año, y solicita a los niños que las clasifiquen e indiquen si son posibles de ocurrir o no en función del día en que se realiza la propuesta.

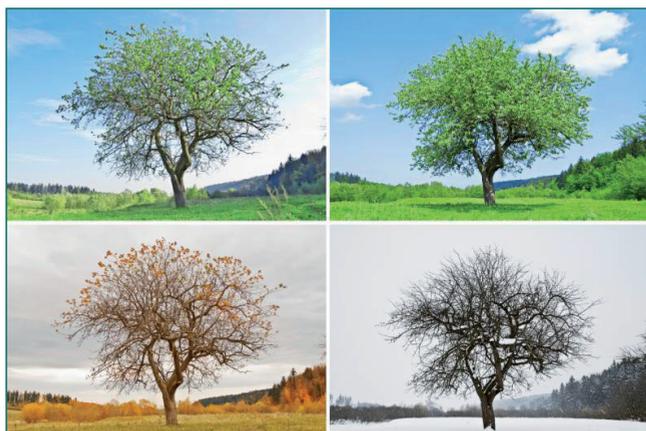


Figura 3. análisis de la posibilidad de ocurrencia de determinados fenómenos.

4.2. Materiales manipulativos

En relación a este contexto, Alsina y Planas (2008) señalan que desde inicios del siglo XX, la manipulación de materiales como herramienta para desarrollar el conocimiento matemático y científico ha sido un campo muy investigado por autores como Montessori, Piaget, Decroly, Freinet, Dienes y Mialaret, entre otros. Para todos ellos, la manipulación es mucho más que una manera divertida de desarrollar aprendizajes. La manipulación de materiales es en ella misma una manera de aprender que debe hacer más eficaz el proceso de aprendizaje, sin hacerlo necesariamente más rápido. Por otra parte, el uso de materiales es una manera de promover la autonomía del aprendiz ya que se limita la participación de los otros, principalmente del adulto, en momentos cruciales del proceso de aprendizaje. En el caso concreto de la estadística y la probabilidad, los materiales manipulativos pueden ser un buen recurso para el análisis de datos y para la realización de experimentos aleatorios.

Propuestas para realizar investigaciones estadísticas con materiales manipulativos

1. *Propuestas:* ¿cuántos coches hay de cada color?; ¿cuántos caramelos hay de cada tipo?; ¿cuántos animales hay de cada color?, etc.
2. *Contenidos:* recogida de datos; organización de datos; representación de datos; interpretación de datos.
3. *Materiales:* para estas investigaciones estadísticas se requieren principalmente materiales que puedan ser contados de uno en uno, como piezas de metal o de plástico de distintos colores (coches, animales), caramelos, etc.
4. *Desarrollo de la propuesta:* como en el contexto anterior, se plantea alguna de las preguntas propuestas en forma de reto. Los alumnos pueden pensar de forma autónoma la mejor forma de organizar los elementos (hacer una clasificación, etc.) y seguidamente se debe fomentar la representación, usando el propio material o signos como cruces, palitos, etc., de manera que visualmente puedan interpretar los datos obtenidos y dar respuesta al reto planteado.



Figura 4. investigaciones estadísticas con materiales manipulativos discretos (contables uno a uno)

Propuestas para introducir vocabulario vinculado a nociones de probabilidad con materiales manipulativos

- *Propuestas:* ¿qué color sale más en la ruleta?; ¿qué bolita tiene más posibilidades de salir?, etc.
- *Contenidos:* grados de posibilidad de un determinado suceso; utilización de lenguaje probabilístico (imposible, probable, seguro, etc.).
- *Materiales:* materiales manipulativos discretos (contables uno a uno), dados, ruletas.
- *Desarrollo de la propuesta:* se presenta material contable como piezas de plástico de distintos colores y tamaños (por ejemplo ositos), bolitas de colores o dados que los alumnos deben manipular y responder a cuestiones del tipo: ¿qué color de osito piensas que va a salir más en la ruleta?, ¿qué bolita tiene más posibilidades de salir?, ¿qué número es imposible que salga si tiras el dado? Así, por medio de la realización de experimentos aleatorios con bolitas, fichas de colores, monedas, ruletas, dados, etc., se va introduciendo gradualmente el lenguaje probabilístico.



Figura 5.
experimentos
estocásticos
con materiales
manipulativos

4.3. Juegos

Dentro del itinerario didáctico descrito en la Pirámide de la Educación Matemática, el juego ocupa también un lugar protagonista. Son muchos los autores del ámbito de la educación matemática en general y de la educación matemática infantil en particular que han aportado argumentos y propuestas para implementar este contexto de aprendizaje en el aula de forma eficaz. En Alsina (2004, p. 14), por ejemplo, se aporta un decálogo del juego en el aula de matemáticas:

1. Es la parte de la vida más real de los niños. Utilizándolo como recurso metodológico, se traslada la realidad de los niños a la escuela y permite hacerles ver la necesidad y la utilidad de aprender matemáticas.
2. Las actividades lúdicas son enormemente motivadoras. Los alumnos se implican mucho y se las toman en serio.
3. Trata distintos tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia las matemáticas.

4. Los alumnos pueden afrontar contenidos matemáticos nuevos sin miedo al fracaso inicial.
5. Permite aprender a partir del propio error y del error de los demás.
6. Respeta la diversidad del alumnado. Todos quieren jugar, pero lo que resulta más significativo es que todos pueden jugar en función de sus propias capacidades.
7. Permite desarrollar procesos psicológicos básicos necesarios para el aprendizaje matemático, como son la atención y la concentración, la percepción, la memoria, la resolución de problemas y búsqueda de estrategias, etc.
8. Facilita el proceso de socialización de los niños y, a la vez, su propia autonomía personal.
9. El currículum actual recomienda de forma especial tener en cuenta el aspecto lúdico de las matemáticas y el necesario acercamiento a la realidad de los niños.
10. Persigue y consigue en muchas ocasiones el aprendizaje significativo.

Edo (2002), Edo y Deulofeu (2006) y Alsina y Planas (2008), entre otros, han realizado también múltiples aportaciones en relación al juego como recurso para aprender matemáticas. Todas estas aportaciones, con sus matices, coinciden en que el juego lleva a la participación activa y a compartir conocimientos con los demás, aspectos indispensables para la construcción de aprendizajes significativos. La riqueza del juego y sus potencialidades, pues, deben llevar a reflexionar sobre su empleo en el aula de matemáticas, creando experiencias de aprendizaje lúdicas para enriquecer los procesos de pensamiento.

En el caso concreto del uso de juegos para aprender nociones de estadística y probabilidad en Educación Infantil, los juegos de azar son imprescindibles, junto con otros juegos que requieren el recuento de datos, por ejemplo. A continuación se exponen algunas propuestas:

Propuestas para realizar investigaciones estadísticas con juegos

- *Juegos*: juegos de cartas, juegos de tablero (parchís, dominó, etc.), juegos de patio, gincanas, juegos de pelota o de balón, etc.
- *Contenidos*: recogida de datos; organización de datos; representación de datos; interpretación de datos.
- *Materiales*: en función del juego.
- *Desarrollo de la propuesta*: para los alumnos de los primeros niveles podemos organizar juegos al aire libre con pelotas de distintos tipos y, durante la fase de recogida, fomentar un recuento de las pelotas que hay de cada tipo. Una vez en clase, se puede representar mediante dibujos o fotografías las pelotas que hay de cada tipo, o de cada color, etc. Para los alumnos de los últimos niveles de Educación Infantil, se puede plantear un pequeño campeonato a partir de un juego determinado (por ejemplo, el parchís): se reparte un tablero, fichas y dados para cada cuatro equipos (formados por dos jugadores cada uno); en la primera fase del campeonato cada equipo obtiene una puntuación que va de los 4 puntos (equipo ganador) hasta 1 punto (equipo que queda en último lugar); en la segunda fase juegan

entre ellos los equipos que han quedado en primer, segundo, tercer y cuarto lugar, y obtienen una nueva puntuación (el campeonato puede tener más fases siguiendo el mismo procedimiento y en todas las fases se anotan las puntuaciones de cada equipo en una tabla que hay en la pizarra por ejemplo). Una vez finalizado el campeonato, se hace el recuento de los resultados de cada equipo, se representan mediante gráficos de barras simples y finalmente se fomenta la interpretación entre todos para ver, por ejemplo, el equipo que ha ganado más veces, etc.



Figura 6. Algunos juegos para realizar recuentos.

Propuestas para introducir vocabulario vinculado a nociones de probabilidad con juegos

- *Propuestas:* juegos con dados, como por ejemplo el parchís, el juego del ganso, etc.; y los que se juegan a través de apuestas, como el *Craps*, también denominado *Seven Eleven*, con dos dados que tienen que entrar dentro de un límites marcados de la mesa; juegos de tablero como por ejemplo el tres en línea, cuya finalidad es conseguir poner tres piezas sobre el tablero (de 3 por 3 posiciones) de forma que estén en línea recta (horizontal, vertical o diagonal.); el bingo, que consiste en un bombo con un número determinado de bolas numeradas en su interior (los jugadores juegan con cartones donde hay números aleatorios escritos, dentro del rango correspondiente, y un locutor va sacando bolas del bombo y cantando los números en voz alta. Si un jugador tiene el número en su cartón lo tacha, y el juego continúa así hasta que alguien consigue marcar o bien una línea o bien todos los números de su cartón. Entonces el jugador tiene que decir con voz alta: “!BINGO!” y finaliza el juego); juegos de *memory*, en los que se tienen que hacer parejas destacando y tapando tarjetas, etc.
- *Contenidos:* grados de posibilidad de un determinado suceso; utilización de lenguaje probabilístico (imposible, probable, seguro, etc.).

- *Materiales:* dados, juegos de tablero, tarjetas para jugar al bingo, tarjetas para jugar al *memory*, etc.
- *Desarrollo de la propuesta:* en primer lugar se presentan las normas del juego, y en función de dichas normas, se propone a los alumnos que se organicen por parejas, en pequeño grupo, etc. Durante el juego, se fomenta el uso de lenguaje probabilístico a través del planteamiento de buenas preguntas y, una vez finalizado el juego, se establece un diálogo para que los alumnos comuniquen las estrategias que han utilizado para jugar, a la vez que se incentiva que describan las situaciones de incertidumbre implícitas en los juegos de azar.



Figura 7. Algunos juegos de azar.

4.4. Recursos literarios (cuentos, canciones, etc.)

Los cuentos y las canciones han generado también abundante literatura en el ámbito de la educación matemática infantil. Saá (2002), por ejemplo, presentó una gran variedad de estrategias y recursos para trabajar nociones matemáticas en el libro *Las matemáticas de los cuentos y las canciones*. En Alsina (2006) hay también una abundante recopilación de cuentos y canciones para trabajar contenidos matemáticos y, más recientemente, Marín (2013) ha hecho una magnífica recopilación de cuentos que se pueden trabajar desde el punto de vista de la educación matemática en el libro *Cuentos para aprender y enseñar matemáticas*. Algunas propuestas concretas para trabajar conocimientos de estadística y probabilidad a partir de cuentos son las siguientes:

Propuestas para realizar investigaciones estadísticas con cuentos

- *Propuestas:* “Ricitos de oro y los tres ositos”, “Blancanieves y los 7 enanitos”, “El lobo y las siete cabritas”; *etc.*
- *Contenidos:* recogida de datos; organización de datos; representación de datos; interpretación de datos.
- *Materiales:* murales o láminas; tarjetas u otros materiales para clasificar y hacer seriaciones, ordenaciones, *etc.*
- *Desarrollo de la propuesta:* Una vez elegido el cuento concreto, se presenta a los alumnos con el soporte de materiales como murales o láminas si se considera preciso. Una vez se ha explicado el cuento se puede dramatizar. Seguidamente, a través de la interacción, la negociación y el diálogo se van extrayendo todos los contenidos matemáticos que aparecen. Para finalizar pueden proponerse diversas tareas asociadas a conocimientos matemáticos a partir de materiales para hacer clasificaciones, seriaciones y ordenaciones (por ejemplo, según la cantidad de elementos como se aprecia en las imágenes). Todo ello, con el propósito de que organicen datos y los representen.



Figura 8.
organización y
representación
de datos a partir
de personajes de
cuentos

Propuestas para introducir vocabulario vinculado a nociones de probabilidad con cuentos y canciones

- *Propuestas:* “El lobo y las siete cabritas”; “Caperucita Roja”; “Los tres cerditos”, *etc.*
- *Contenidos:* grados de posibilidad de un determinado suceso; utilización de lenguaje probabilístico (imposible, probable, seguro, *etc.*).

- *Materiales:* grandes murales o láminas de menor tamaño que ilustren situaciones de incerteza; secuencias temporales, etc.
- *Desarrollo de la propuesta:* una vez elegido el cuento, se presenta a los alumnos con el soporte de materiales como grandes murales o láminas que reproduzcan diversas secuencias. A diferencia de la gestión propuesta para trabajar conocimientos de estadística y probabilidad, en este caso es conveniente focalizar la atención en la incerteza y el azar. Así, por ejemplo, se puede explicar un cuento mediante secuencias, y una vez presentada la situación inicial y el desarrollo, pedir a los alumnos que predigan lo que ocurrirá después (tal como se aprecia en la primera imagen, a partir del cuento de “El lobo y las siete cabritas”, se plantea a los alumnos que hay 7 cabritas y desaparecen 3, y a continuación se puede plantear que digan la cantidad segura de cabritas que quedan u otras cantidades de cabritas que sean imposibles y razonar porqué). Otra gestión posible es presentar un mural o láminas que ilustren el cuento o la canción y plantear preguntas acerca de la posibilidad de ocurrencia de los eventos (por ejemplo, a partir del cuento “Los tres cerditos” se puede plantear en qué casa es seguro que vive cada cerdito y a partir del cuento “Caperucita Roja” preguntar qué cosas hay seguro en el cesto que Caperucita Roja entrega a su abuela). Finalmente, otra posibilidad es empezar a plantear situaciones en las que entra en juego la combinatoria junto con el azar (en la segunda imagen, los alumnos lanzan las ruletas y aparece una combinación para vestirse representando un determinado personaje del cuento de la Caperucita Roja). En todos los casos, debe procurarse que aparezca vocabulario probabilístico vinculado al significado subjetivo de la probabilidad (imposible, probable, seguro, etc.)



Figura 9. situaciones de incertidumbre a partir de cuentos.

4.5. Recursos digitales

En los últimos niveles del itinerario propuesto aparecen los contextos simulados o virtuales para fomentar el aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil. Ello, sin embargo, no significa que no sean relevantes puesto que tienen un papel destacado, por ejemplo, tanto para promover la comprensión de ideas matemáticas a través de *apps* como para incentivar el pensamiento computacional y, de forma más concreta, la habilidad de pensar lógicamente a través de la programación de juegos virtuales sencillos, la elaboración de una historia interactiva, la programación del comportamiento de un robot, etc. (Brennan y Resnick, 2012). Todo ello, por supuesto, considerando las posibilidades de los alumnos de las primeras edades. Así, pues, la posición de este contexto en los últimos niveles del diagrama piramidal planteado hace referencia exclusivamente a su frecuencia de uso, puesto que en este artículo se asume que los niños de las primeras edades necesitan aprender matemáticas principalmente a través de la exploración del entorno, la manipulación y experimentación de materiales manipulativos y el juego (Alsina, 2006, 2010). Sin embargo, ello no significa que no puedan usarse otros contextos para enseñar matemáticas que aportan otros tipos de beneficios. Desde este enfoque, presentamos algunos recursos posibles para trabajar contenidos de estadística y probabilidad a través de recursos digitales en las primeras edades:

Propuestas para realizar investigaciones estadísticas con recursos digitales

- *Propuestas*: existen varios recursos interactivos de acceso libre que plantean investigaciones estadísticas adecuadas a los alumnos de las primeras edades o bien que ofrecen soportes para realizar representaciones a través de gráficos de barras simples, etc. Entre ellos, por ejemplo: la Red Educativa Digital Descartes (Proyecto Canals), que ofrece recursos aptos para ordenadores, tabletas y *smartphones* gracias a la herramienta DescartesJS; la Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales de la *National Science Foundation*, que ofrece recursos para todos los bloques de contenido y edades (requieren el programa Java); la zonaClic; etc.
- *Contenidos*: recogida de datos; organización de datos; representación de datos; interpretación de datos.
- *Materiales*: ordenadores, tabletas y/o *smartphones*. Según el recurso digital al que se accede, se requiere la instalación previa de determinados programas.
- *Desarrollo de la propuesta*: una vez seleccionado el recurso digital, los alumnos se organizan en parejas o bien trabajan individualmente en el entorno virtual. Dado que la mayoría de los alumnos de Educación Infantil todavía no tienen adquirida la lectura comprensiva, es importante explicar claramente las tareas que se proponen para que puedan comprender la tarea a realizar y llevarla a cabo. Después de un tiempo determinado en el que los alumnos realizan la tarea de forma autónoma, se puede proponer un diálogo para que expliquen qué han hecho, cómo lo han hecho, qué datos han obtenido, etc. Asimismo, se puede proponer que interpreten los resultados mediante preguntas que induzcan a la identificación y comparación de las frecuencias absolutas de los diferentes valores, etc.



Figura 10. Algunos recursos para la recogida y organización de datos de la Red Educativa Digital Descartes.

Propuestas para introducir vocabulario vinculado a nociones de probabilidad con recursos tecnológicos

- *Propuestas*: los mismos recursos digitales que para realizar investigaciones estadísticas.
- *Contenidos*: grados de posibilidad de un determinado suceso; utilización de lenguaje probabilístico (imposible, probable, seguro, etc.).
- *Materiales*: ordenadores, tabletas y/o *smartphones*. Según el recurso digital al que se accede, se requiere la instalación previa de determinados programas.
- *Desarrollo de la propuesta*: se puede llevar a cabo la misma gestión que para realizar investigaciones estadísticas mediante recursos digitales, aunque en este caso se debe enfatizar el uso de lenguaje probabilístico elemental.

4.6. Materiales didácticos impresos (cuadernos de actividades)

Olmos y Alsina (2010) señalan que este contexto de enseñanza-aprendizaje continúa ejerciendo un control considerable en el diseño y el desarrollo de la práctica docente o, dicho de otra manera, en el trabajo diario de muchos profesionales de Educación Infantil. Estos autores se plantean *cómo, cuándo, por qué y para qué* deberían usarse las fichas, puesto que una planificación pensada y estructurada en función de las necesidades del grupo clase, compartida con los alumnos que lo configuran y considerando el contexto donde se encuentran, puede contribuir mucho más significativamente a su desarrollo global y personal y, consecuentemente, a la adquisición de nuevos aprendizajes. Después de indagar alrededor de estas cuestiones, estos autores concluyen que los cuadernos de actividades deben entenderse como *un recurso* más para enseñar matemáticas que tiene sólo sentido al final del itinerario didáctico, cuando los niños han tenido



Figura 11. Experimentos estocásticos con dados y bolitas de colores de la Red Educativa Digital Descartes.

ESTADÍSTICA

¿Cuántos payasos hay con la nariz de un mismo color?

Márcalo en la tabla. Después, señala la cantidad.

con la nariz						1	2	3	4	5
con la nariz						1	2	3	4	5
con la nariz						1	2	3	4	5

¿Te ha gustado jugar con personajes del circo para aprender matemáticas?

12 ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

5 ESTADÍSTICA

Figura 12. Propuestas de fichas para realizar investigaciones estadísticas.

previamente la oportunidad de aprender ideas matemáticas a través de la exploración del entorno, la manipulación y experimentación a través de materiales, juegos, etc. Enfatizan, además, que los cuadernos de actividades nunca deberían considerarse *el recurso* para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades, en el sentido que no deberían ser el eje que organice la práctica docente. Desde este prisma, presentamos brevemente algunas propuestas para trabajar conocimientos de estadística y de probabilidad en Educación Infantil a partir de cuadernos de actividades.

Propuestas para realizar investigaciones estadísticas con cuadernos de actividades

- *Propuestas:* Proyecto “A Volar. Matemáticas a partir de contextos de la vida cotidiana” (Alsina, 2014), Proyecto “Matecracks” (Alsina, 2015) y Proyecto “Vía Mates (Alsina, 2017).
- *Contenidos:* recogida de datos; organización de datos; representación de datos; interpretación de datos.
- *Materiales:* cuaderno, lápiz y goma.
- *Desarrollo de la propuesta:* se propone a los alumnos que realicen individualmente la tarea que plantea el cuaderno. Como en el caso de los recursos tecnológicos, dado que la mayoría de los alumnos todavía no tienen adquirida en muchos casos la lectura comprensiva, es importante explicar claramente las consignas dadas para que puedan comprender la tarea a realizar y llevarla a cabo. Después de un tiempo determinado en el que los alumnos realizan la recogida, organización y/o representación de datos que se propone en la ficha, se puede proponer un diálogo posterior para que expliquen qué han hecho, cómo lo han hecho, etc., haciendo énfasis en la interpretación de los datos (identificación y comparación de las frecuencias absolutas de cada valor de la variable, etc.).

Propuestas para introducir vocabulario vinculado a nociones de probabilidad con cuadernos de actividades

- *Propuestas:* Proyecto “Matecracks” (Alsina, 2015).
- *Contenidos:* grados de posibilidad de un determinado suceso; utilización de lenguaje probabilístico (imposible, probable, seguro, etc.).
- *Materiales:* cuaderno, lápiz y goma.
- *Desarrollo de la propuesta:* se puede llevar a cabo la misma gestión que para realizar investigaciones estadísticas, aunque en este caso se debe enfatizar el uso de lenguaje probabilístico elemental.

En el fondo del mar hay peces de estos colores:

¿Crees que el pescador podrá pescar estos peces? Márcalo en la tabla.

	IMPOSIBLE	PROBABLE

¿Te ha gustado aprender matemáticas con elementos de playa y del fondo del mar?

POCO MUCHO

32

Figura 13. Propuesta de ficha para la adquisición de lenguaje probabilístico elemental.

CONSIDERACIONES FINALES

En este artículo se ha argumentado, en primer lugar, la importancia de trabajar de forma sistemática conocimientos de estadística y probabilidad en Educación Infantil. A pesar de que en muchos casos el profesorado de esta etapa educativa ha tenido una formación deficiente en este ámbito (Alsina y Vásquez, 2016), los cambios sociales de las últimas décadas requieren conocimientos que permitan a los ciudadanos responder preguntas cuyas respuestas no son inmediatamente obvias, a la vez que les faciliten la toma de decisiones en situaciones en las que la incertidumbre es relevante. Desde este prisma, es necesario ofrecer a los alumnos una educación de alta calidad que se ajuste a estas nuevas exigencias.

Para asegurar que todos los alumnos reciben una educación matemática de calidad, “todas las partes interesadas tienen que cooperar para tener clases de matemáticas donde los alumnos, de variados conocimientos y capacidades diferentes, trabajen con profesores expertos, aprendiendo, con comprensión, nociones matemáticas importantes, en ambientes que, desde la igualdad, resulten estimulantes, presten apoyo y estén tecnológicamente equipados para el siglo XXI” (NCTM, 2003, p. 4). Esta constatación implica la cooperación de, por lo menos, tres agentes en el ámbito concreto de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: 1) la aportación de nuevos conocimientos disciplinares y didácticos procedentes de la investigación y la innovación en educación matemática infantil; 2) la integración de estos conocimientos en la formación inicial y permanente del profesorado de infantil, a través de planes de estudios que incorporen la didáctica de la estadística y la probabilidad en esta etapa educativa y de planes de formación permanente que ofrezcan seguridad al profesorado para enseñar los contenidos que se han incorporado de forma más reciente en el currículo; 3) la enseñanza sistemática y

eficaz de estos conocimientos por parte del profesorado de Educación Infantil en ejercicio, fruto de su propio desarrollo profesional.

Estamos en el buen camino, por varias razones:

En primer lugar, porque desde hace ya muchos años diversos autores del ámbito de la investigación e innovación en educación matemática no han ahorrado esfuerzos para aportar conocimientos disciplinares y didácticos sobre estadística y la probabilidad (Godino, Batanero y Cañizares, 1987; Batanero, 2006; Batanero, 2013; Batanero, Díaz, Contreras y Roa, 2013; Godino, Batanero, Rivas y Arteaga, 2013; entre otros). Estos conocimientos, que en algunos casos se refieren a otras etapas educativas, son un punto de referencia imprescindible.

En segundo lugar, porque la estadística y la probabilidad se están incorporando con fuerza en los currículos de matemáticas desde los tres años (NCTM, 2003), y como consecuencia se han realizado algunas propuestas de organización de los contenidos (Alsina, 2011, 2013). En estas propuestas, que sugieren expectativas por edades (no prescriptivas) se incide principalmente en la identificación, organización, representación y posterior interpretación de datos cercanos a la propia experiencia, junto con el uso comprensivo de lenguaje probabilístico elemental a partir de sucesos inciertos que forman parte del entorno de los alumnos.

Y en tercer lugar, porque el profesorado de Educación Infantil va implementando experiencias interesantes en el aula que tienen por objeto, principalmente, trabajar conocimientos vinculados a la estadística y/o la probabilidad.

Esperamos que las propuestas que se han aportado contribuyan a aumentar la presencia de la estadística y la probabilidad en las aulas de Educación Infantil y, a la vez, sean el punto de partida para el diseño de nuevas actividades que fomenten la alfabetización estadística y probabilística de los alumnos a partir de los 3 años.

REFERENCIAS

- Alsina, Á. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea S.A. de Ediciones.
- Alsina, Á. (2006). *Como desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona: Editorial Octaedro-Eumo.
- Alsina, Á. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, Á. (2011). *Com desenvolupar el pensament matemàtic. Els continguts matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Vic: Eumo Editorial
- Alsina, Á. (2013). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, A. (2014). *A Volar. Matemáticas a partir de contextos de la vida cotidiana*. Barcelona: Editorial Casals.
- Alsina, Á. (2015). *Matecracks*. Barcelona: Editorial Combel.
- Alsina, Á. (2017). Trotacaminos, “Vía Mates”. Barcelona: Editorial Casals.
- Alsina, Á. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea S.A. de Ediciones.

- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en Educación Primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 71, 46-52.
- Baroody, A.J. (1987). *Children's Mathematical Thinking. A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. Nueva York: Teachers College Press.
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas*. Estadística y Azar. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. CD ROM.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho y F. Viseu, (Eds.) *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação. Universidade Do Minho.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18
- Brennan, K. y Resnick, M. (2012). New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. *Proceedings of the 2012 Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA 2012)*.
- Dalmau, F. y Alsina, Á. (2015). Matemàtiques i entorn a l'educació infantil. *Noubiaix*, 36, 66-79.
- Edo, M. (2002). *Jocs, interacció i construcció de coneixements matemàtics*. Tesis doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Edo, M. y Deulofeu, J. (2006). Investigación sobre juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(2), 257-268.
- Everitt, B. S. (1999). *Chance rules: An informal guide to probability, risk, and statistics*. Nueva York: Copemicus/Springer-Verlag.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Nueva York: Springer.
- Gal, I. (2012). Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula. En S.J. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 1-7). Recuperado de: <http://www.icme12.org/upload/upfile2/tsg/2088.pdf>.
- Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M.J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos teóricos y propuestas curriculares*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Godino, J.D., Batanero, C., Rivas, H. y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *Revemat*, 8(1), 46-74
- Goñi, J. M^a. (2008). *3²-2 ideas clave. El desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona: Editorial Graó.
- Marín, M. (2013). *Cuentos para aprender y enseñar matemáticas*. Madrid: Narcea, S.A. de editores.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Thales.
- Olmos, G. y Alsina, Á. (2010). El uso de cuadernos de actividades para aprender matemáticas en educación infantil. *Aula de Infantil*, 53, 38-41.

- ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. *BOE*, 5, 1016-1036.
- Reeuwijk, M.V. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 12, 9-16.
- Rychen, D.S. y Salganik, L.H. (2004). *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Saá, M.D. (2002). *Las matemáticas de los cuentos y las canciones*. Madrid: Editorial Eos.
- UNESCO (1998). Declaración mundial sobre la educación superior en el siglo XXI: visión y acción. Recuperado de: http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm.