

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/313694592>

-Neurociencias Matematicas11

Article · January 2016

CITATIONS
0

READS
1,622

1 author:



Luis Bravo

Pontificia Universidad Católica de Chile

48 PUBLICATIONS 401 CITATIONS

SEE PROFILE

El aprendizaje de las matemáticas: Psicología cognitiva y neurociencias

Luis Bravo Valdivieso

*Psicólogo por la Pontificia Universidad Católica de Chile
en la que actualmente es Profesor Principal.*

*Doctor en Psicología por la Universidad Católica de Lovaina
y Especialista en discapacidades del aprendizaje, fundamentalmente dislexias.*

*Es autor de diversos artículos en estos temas
y ha publicado varios libros, entre los que podemos mencionar*

Psicología de las dificultades del aprendizaje escolar,

Dislexias y retraso lector, Lenguaje y dislexias,

Lectura inicial y psicología cognitiva.

*Ha sido galardonado con el Premio Nacional de Psicología
por el Colegio de Psicólogos de Chile.*

Contacto: abravov@uc.cl

El aprendizaje de las matemáticas: Psicología cognitiva y neurociencias

The Mathematics Learning: Cognitive Psychology and the Neurosciences

Luis Bravo Valdivieso

Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile

Recibido: 19-09-2016

Aceptado: 20-10-2016

Resumen

Este artículo tiene por objetivo revisar algunas investigaciones sobre el aprendizaje escolar de las matemáticas desde la perspectiva de la Psicología Cognitiva y de las Neurociencias de la Educación. La Psicología Cognitiva dio a conocer los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje pre escolar de los conceptos de cantidad, de número y del cálculo que los niños deben aprender a efectuar en un contexto semántico. Las investigaciones en Neurociencias mostraron las áreas y procesos cerebrales involucrados en este aprendizaje así como su relación con algunas áreas del desarrollo del lenguaje.

Palabras clave

Neurociencias de la educación, psicología cognitiva, lenguaje escrito, cálculo, educación.

Summary

The aim of this article is to review the researches on the learning of mathematics in the school from the perspective of the Cognitive Psychology and the Neurosciences of Education. The Cognitive Psychology showed the cognitive processes inserted in the learning of the numbers, quantities and the processes of calculation during the preschool years. The researches in Neurosciences showed the areas and brain processes associated with this learning and their relations with some psycholinguistics processes.

Key words

Neurosciences of education, cognitive psychology, written language, calculation, education.

Introducción

El aprendizaje de las matemáticas es un tema clave en el desarrollo de las ciencias y de nuestra cultura. El origen de la Psicología como ciencia autónoma a comienzos del siglo

XX dio una orientación especial a la enseñanza del cálculo matemático al investigar el origen y evolución de los procesos mentales infantiles. Actualmente su conocimiento se ha enriquecido con los aportes de la Psicología Cognitiva y de las Neurociencias de la Educación. En Psicología, han sido clave las investigaciones de Piaget e Inhelder (1941), y Piaget y Szeminska (1941) quienes desde hace más de 70 años, mostraron cómo los niños desarrollaban los procesos psicológicos del aprendizaje de las matemáticas y asociaron el aprendizaje operacional de los conceptos de *cantidad*, de *número* y de *cálculo* con el desarrollo mental de los procesos metapsicológicos y del lenguaje. Desde el punto de vista cognitivo y pedagógico, indicaron que los conceptos de mayor relevancia para el aprendizaje inicial de las matemáticas son la comprensión de las cifras o números, los conceptos de unidad y pluralidad, adición y sustracción, el ordenamiento cuantitativo y espacial, las proporciones y la seriación. Sus investigaciones marcaron profundamente el desarrollo de la psicopedagogía y las metodologías de enseñanza.

Con el desarrollo de la neuropsicología, especialmente de la *Neuropsicología de la Educación* (Goswami, 2004; Bravo, 2014). Dehaene (2007, 2011) describió detalladamente los procesos neuropsicológicos involucrados en el desarrollo infantil del cálculo matemático y expresó que tanto los psicólogos como los neurobiólogos han buscado comprender cómo emergen desde temprana edad estas funciones cognitivas en la compleja arquitectura del sistema nervioso central.

Recientemente, Arstein (2014), publicó un amplio estudio histórico sobre el desarrollo de las matemáticas desde la perspectiva de la evolución humana. Considera que los conceptos matemáticos son innatos y dependen de determinadas áreas cerebrales asociadas con el desarrollo del lenguaje. También agrega que en el procesamiento cerebral de la información matemática, durante la etapa inicial, se producen distintos niveles de complejidad entre el reconocimiento de las diferencias cuantitativas en los tamaños, las cifras iniciales (uno, dos, tres...) y su asociación mental, lo que implica que hay una interacción de distintas áreas cerebrales. En este punto coincide con las investigaciones efectuadas anteriormente por Vygotsky (1931, citado por Valsiner y Van der Veer, 2000), que muestran que en las etapas más tempranas de la evolución «existían sistemas para contar que hacían uso de medios externos tales como partes del cuerpo o cuerdas con nudos» (p. 50). Según la teoría de Vygotsky, el desarrollo psicológico se produce en una interacción de los procesos cerebrales con los procesos socios culturales y educacionales. En consecuencia, el aprendizaje matemático comenzaría en los niños por una interacción entre el desarrollo del lenguaje y la acción pedagógica.

Radford y André (2009) también asocian el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas con el desarrollo del lenguaje y expresan que «los estudios que se centran en la evolución histórica del cerebro (filogénesis) y su desarrollo durante el transcurso de la vida del individuo (ontogénesis) pueden enriquecer nuestro conocimiento sobre el desarrollo de los conceptos en el transcurso del tiempo (la epistemología histórica del saber)...» (p. 240). Indican también que «la aparición del lenguaje, primero oral y después escrito, transforma radicalmente la aritmética elemental o innata; así, con la inclusión de las palabras “uno”, “dos”, “tres”, etc. en el vocabulario del niño (...) surgen nuevas posibilidades que van más allá de la comparación perceptiva de objetos» (p. 240). Geary (2015) indicó que la verbalización del conocimiento de las cifras y su relación con los objetos son un paso inicial para la comprensión de los conceptos de cantidad. Sin embargo; agrega que la relación observada en investigaciones en pre escolares entre el conocimiento de lo impreso y la numeración temprana «es curiosa» [*«is intringing»*] y ha sido asociada con una habilidad general infantil para «comprender los símbolos escritos» pues han encontrado una estrecha asociación en pre escolares entre el aprendizaje inicial de las letras y el aprendizaje de los números (Geary, 2015; van Marle y col., 2014) y recientemente, Koponen, Salmi, Torppa, Eklund, Aro T., Aro M., Poikkeus, Lerkkanen y Jari-Erik (2016) encontraron que tanto la habilidad para contar como la velocidad de nominar (RAN) son poderosos predictores del aprendizaje de la aritmética y de la fluidez de la lectura, lo cual señala que habría procesos cerebrales interconectados en el aprendizaje formal del cálculo y del lenguaje escrito. Coinciden con Martínez (2015) quien expresa que el proceso mental de aprendizaje de las matemáticas requiere la conexión con el conocimiento y manejo de «un lenguaje que le es propio y que está cargado de símbolos y abstracciones que deberán ser enseñados de manera gradual, respetando las etapas madurativas del cerebro del niño» (p. 8049).

La elaboración mental del número y la cantidad

Desde el punto de vista de la psicología cognitiva y su aplicación pedagógica, la base seminal de la elaboración psicológica de los conceptos matemáticos en los niños fue elaborada por Piaget y Szeminska (1941); sobre la génesis del número, Piaget e Inhelder (1941) sobre el desarrollo de las cantidades. Posteriormente, Piaget (1950) y Piaget e Inhelder (1963) describieron la construcción lógica del concepto de número durante la etapa operatoria. En 1969, Piaget agregó que «la enseñanza de las matemáticas depende en gran parte de la idea que se tenga de ellas y, en consecuencia, de su epistemología» (p. 187) abriendo una nueva perspectiva psicopedagógica. Martí y Scheuer (2015) expresaron que para Piaget «lo operatorio es el elemento fundamental que define la construcción del número» (p. 10). Estiman que el aprendizaje del proceso operatorio de la

cantidad requiere del «componente semiótico», clave para el conocimiento matemático temprano pues requiere que los niños asimilen su significado cultural y educacional. Indican que «la matemática es una disciplina inseparable de un entramado semiótico especializado y de gran complejidad (...) sin el cual los conceptos matemáticos, tal como los conocemos, no existirían y no podrían enseñarse» (p. 16). En el proceso de esta etapa del aprendizaje la intervención psicopedagógica aparece como fundamental pues no basta con que los niños aprendan y memoricen cifras o cálculos, sino que los interpreten en un contexto semántico .

Para efectuar este proceso es indispensable el desarrollo paralelo del lenguaje y del pensamiento. Según Margolinas (2015) los niños aprenden la «manipulación del lenguaje matemático» a partir del descubrimiento de los números, de su utilidad, secuencia y organización, los mismos que pueden ser expresadas verbalmente; versión distinta a la posición de Piaget. Spelke (2000) también estima que «cuando los niños y adultos construyen nuevas habilidades, las elaboran en sistemas de componentes cognitivos que ya tienen una larga historia ontogenética y filogenética» (p. 1233), coincidiendo con Carey (2011) quien lo describe como «*Core Knowledge System*», o «sistema nuclear de conocimiento», que los niños van elaborando progresivamente con el aprendizaje; considera que aprender el lenguaje oral de los números y la rutina de contar les permite combinar sus representaciones de los objetos con su cantidad, construyendo así «un nuevo sistema de conocimiento del número» (p. 1238). Para Carey (2011) el desarrollo de los conceptos matemáticos tiene una representación primaria innata, que es el punto de partida de los aprendizajes siguientes y que configurarían el sistema conceptual adulto, define los conceptos como símbolos mentales que son «unidades del pensamiento» (p. 113). El desarrollo conceptual de las diferencias entre el proceso inicial infantil y las representaciones conceptuales en las etapas posteriores con los mecanismos de aprendizaje contribuyen a explicar la elaboración de los procesos cognitivos que el cerebro debe realizar durante el aprendizaje de las matemáticas. Ellos están determinados, en gran medida, por el proceso educacional. Los procesos de automatización y de atención son claves para establecer este aprendizaje (Piazza, Pica, Izard, Spelke & Dehaene, 2013).

En 2013, Vargas confirmó que «la capacidad de pensamiento matemático elemental tiene bases biológicas relacionadas con el desarrollo de sistemas somato sensoriales complejos como la visión, la audición y el tacto. Estos procesos no son exclusivos de los seres humanos, pues están presentes en invertebrados y vertebrados» (p. 38), confirmando las bases biológicas subyacentes al desarrollo del pensamiento matemático. Los aportes de las investigaciones en neurociencias de Sigman, Peña, Goldin Ribeiro (2014) también confirmaron que el cerebro infantil presenta características

biológicas genéticas que activan diferentes áreas cerebrales; por otro lado Rodríguez Scheuer (2015) coinciden con Carey (2011) en que los niños nacen con una «cognición nuclear» diferente del concepto de «construcción» propiciado por Piaget (p. 32) la que sería la raíz neuropsicológica del futuro aprendizaje matemático.

Los trabajos de Wynn (1992, 1995) mostraron que los niños de cinco meses de edad ya pueden discriminar entre pequeñas cantidades, lo cual indica que a esa edad ya poseen nociones numéricas básicas de cantidades; así, se explica que la discriminación perceptiva puede determinar un proceso de «sub itemización» («*subitization*») o habilidad para cuantificar números pequeños sin efectuar el proceso de conteo. Es un proceso perceptivo que no implica todavía efectuar relaciones de secuencias o de tamaños entre los números. En consecuencia, según Wynn los niños de 5 meses ya «están dotados de manera innata con habilidades matemáticas» (Wynn, 1992). Posteriormente Xu y Spelke (2000) estudiaron a niños de 6 meses de edad, antes que desarrollaran completamente su lenguaje, mostrando que fueron capaces de discriminar entre conjuntos que diferían en número, en circunstancias que estas diferencias no podían atribuirse solamente a variables perceptivo visuales o a contar verbalmente sus componentes.

Estas investigaciones confirman que el cerebro de los niños que ingresan al sistema pre escolar ya posee un nivel de desarrollo cognitivo que les permite asimilar los números y las cantidades, reconociéndolas y memorizándolas. A partir de esta base innata, Fletcher (2009) considera que el proceso de aprender «literalmente reescribe la organización del cerebro» (p. 504) y las neuronas que reciben la información visual y auditiva del medio ambiente modifican sus conexiones sinápticas para procesar y asimilar las enseñanzas escolares. La actividad educacional estaría determinando la forma como el cerebro se desarrolla y establece nuevas conexiones sinápticas.

Aportes de las neurociencias de la educación

El progreso de las investigaciones en neurociencias de los procesos del aprendizaje ha contribuido a mostrar las modificaciones que se producen en las conexiones cerebrales y cuáles son las zonas corticales más involucradas. Ellas han dado origen a las «*Neurociencias de la Educación*», que según Szúcs y Goswami (2007) tienen por objetivo estudiar las «representaciones mentales en términos de la actividad neural del cerebro». Son resultantes de la combinación de «la neurociencia cognitiva y los métodos pedagógicos para investigar y utilizar el desarrollo de las representaciones mentales» (p. 114).

Las investigaciones en neurociencias sobre el aprendizajes de las matemáticas y la actividad cerebral involucrada, han sido enriquecidas con las nuevas técnicas de estudio del cerebro, (resonancia magnética funcional, potenciales evocados, magneto encefalografía, tomografía de emisión de positrones y otras), que han abierto nuevas hipótesis sobre el proceso de aprendizaje infantil de las matemáticas.

Los conocimientos derivados de las neurociencias, muestran que el aprendizaje de las matemáticas se origina en un proceso mental intuitivo pre-verbal; al cual, la experiencia y la educación dan una configuración lógica, para verbalizarse en números, cálculos, axiomas o teoremas. Dehaene (2007) propuso para esta etapa inicial el término «*proto matemáticas* en la cual el concepto de número precede a su verbalización» (p. 32).

Gracia-Bafalluy y Escolano-Pérez (2014) revisaron los conocimientos aportados por las técnicas de neuroimagen en la activación de áreas cerebrales. Expresan en resumen, que:

Los estudios sobre activación cerebral durante la realización de tareas numéricas en niños han señalado la participación del lóbulo parietal bilateral, el lóbulo frontal, la corteza prefrontal (asociada a las vías visuales, al funcionamiento ejecutivo y a la memoria de trabajo) (...) Además, los niños presentan una activación del surco intraparietal (SIP) derecho más anterior, así como una activación durante el procesamiento de cantidades no simbólicas. (p. 71)

Arstein (2014) y Dehaene (2011) en respectivos libros, coinciden que durante la evolución humana el cerebro fue estableciendo una relación entre el desarrollo del lenguaje y los conceptos pre-matemáticos. Desde el punto de vista de las neurociencias, Dehaene (2007) expresa que en el curso de su larga historia cultural, la humanidad ha descubierto que este podía reconvertir su sistema visual a fin de reconocer las cantidades en números y a lo largo de la historia, ya que el cerebro ha elaborado un sistema que le permite reconocer, recordar, asimilar cantidades y efectuar exitosamente la creación de los números. Estas funciones muestran que la experiencia pedagógica produce en los niños un aumento de las representaciones mentales y la elaboración de conceptos que activan selectivamente algunas regiones del cerebro, lo que les permite asimilar, asociar y comparar con mayor eficiencia las cifras y las cantidades.

La elaboración de nuevas *representaciones mentales* implica una actividad cerebral que codifica la información a través de nuevos procesos cognitivos, lo que requiere la interacción de varias redes neuronales interconectadas. Al respecto, Stern, Grabner, Schumacher, Neuper y Saalbach (2005) consideran que en el proceso psicopedagógico de enseñar y de aprender las matemáticas, la psicología cognitiva es un intermediario necesario entre la neurociencia

y la educación. La *representación mental de la magnitud* es el componente clave para este aprendizaje, el que no es solamente operacional (sumar, restar, obtener resultados...) sino semántico, en un sentido epistemológico de la comprensión del concepto de cantidad y también de su proyección espacial. En consecuencia, junto con la enseñanza de las cifras y de los procesos del cálculo, la educación inicial debe introducir al niño en el significado de las representaciones mentales que está creando (p. 106). Los estímulos educacionales que reciben los niños al hacer ejercicios matemáticos, se van abriendo camino en las neuronas a través de las sinapsis, configurando nuevas redes especializadas en la comprensión de los conceptos del cálculo y la cantidad. La activación de estas redes neuronales no busca solamente encontrar «respuestas a problemas matemáticos», en un sentido pedagógico conductista, sino una elaboración mental que configura y retiene nuevos conocimientos, como son el significado de las cifras, la comparación de los tamaños, de espacios o de cantidades, la elaboración de secuencias y logaritmos, que abarcan distintas áreas cerebrales, y que desarrollan nuevos puntos de referencia cognitivos tales como los conceptos de «espacio» y de «tiempo».

Rodríguez y Scheuer (2015) estudiaron en los niños pequeños («bebés») «las reacciones y expectativas frente a variaciones y regularidades cuantitativas de las habilidades numéricas». Consideran que el desarrollo de los conceptos numéricos requiere desarrollar previamente «sistemas semióticos» que les den significado, a partir de los objetos de su realidad. Expresan que «no es lo mismo afirmar que los niños distinguen con precisión colecciones hasta tres, que afirmar que poseen un conocimiento del número hasta tres» (p. 42). Esta diferenciación implica la hipótesis que en los niños pequeños ocurriría una expansión progresiva de las áreas cerebrales involucradas, primero en el reconocimiento de diferencias cuantitativas, luego de su asociación con cifras y de operaciones numéricas. Según Feigenson, Dehaene, y Spelke (2004) el cerebro humano estaría programado desde los primeros meses de vida para reconocer las diferencias entre formas y cantidades. El problema para la educación es determinar cuáles son las actividades psicológicas y cerebrales que ya tienen los niños cuando se inician en el aprendizaje del cálculo, para aplicar estrategias psicopedagógicas adecuadas que faciliten este aprendizaje. Al respecto, McCandliss (2010) confirmó que las experiencias educacionales configuran los circuitos funcionales del cerebro que originan algunas destrezas cognitivas, tales como la lectura o las matemáticas y las neuroimágenes, confirman que el aprendizaje de las matemáticas produce modificaciones en el desarrollo cerebral desde muy temprana edad, y muestran que los niños desde pequeños pueden percibir algunas diferencias cuantitativas. En consecuencia, su aprendizaje no depende solamente de la aplicación adecuada de metodologías pedagógicas sino también de los procesos neurocognitivos que tienen desde su nacimiento.

Cómo el cerebro asimila los números y las cantidades

Dehaene (2009) expresa que «la investigación en neurociencia muestra que la intuición matemática es un concepto válido que puede ser estudiado en el laboratorio y en paradigmas resumidos» y está relacionado con el «*conocimiento nuclear*» («*core knowledge*») producido por la evolución de los subsistemas cerebrales (p. 232). Agrega que «la intuición de los números y su transformación elemental por sumas y restas está presente en todas las culturas humanas. Ellos se efectúan en un sistema cerebral que estaría localizado en el surco intraparietal de ambos hemisferios (...)» (p. 232).

También expresa que la activación en el área intraparietal «parece estar asociada con una representación abstracta, amodal de los números y también puede ser activada por números presentados en varias notaciones simbólicas aprendidas culturalmente, tales como los números arábigos o verbalizados» (p. 237). Esta representación permite efectuar una conversión rápida de cifras a su expresión verbal y viceversa, como puede ser de números arábigos a números romanos. Ya en 1995, Dehaene y Cohen habían estimado que la corteza intraparietal bilateral del cerebro es un sistema neurofuncional, sensible a los números, e invariable en las distintas culturas, que está asociado con la actividad del lenguaje, lo que facilita el aprendizaje y la retención de los contenidos matemáticos. Posteriormente, Dehaene (2011), publicó un extenso análisis de este proceso neuropsicológico, que se produce a través de un circuito de neuronas especializadas. Considera que una característica fundamental de esas redes neuronales es que funcionan automáticamente, reciben la información en un determinado «formato» y lo transforman en otro diferente gracias a la «plasticidad neuronal».

Desde el punto de vista del aprendizaje, lo central de este proceso es la capacidad del cerebro para conectar los diferentes módulos en una secuencia lógica. Para efectuarlo, el cerebro activa algunas áreas ejecutivas. Una zona clave es la *corteza pre frontal* que sería la primera área cortical que activa y coordina el cerebro para establecer asociaciones simbólicas de los números, información que en el caso de los números se trasmite a la corteza parietal inferior, lo que favorece el proceso del cálculo. El desarrollo de esta zona cerebral también se asocia con el desarrollo del lenguaje y en la medida en que los niños aprenden a verbalizar los números, la actividad cerebral se orienta al hemisferio izquierdo. En sus trabajos menciona dos elementos iniciales del aprendizaje infantil de las matemáticas: la comprensión del concepto de cantidad y el conocimiento de las cifras. La comprensión de la cantidad es el proceso cognitivo, que permite hacer distinciones cuantitativas y comparaciones, y asociarlos con el reconocimiento de la *cifras*, lo que da la base para el aprendizaje del *cálculo*. El conocimiento de las cifras se iniciaría con la experiencia de

percibir visualmente y luego comparar diferencias en las cantidades de los objetos percibidos y verbalizarlas en números, proceso que se desarrolla con la enseñanza. Este aprendizaje se va complicando progresivamente en la medida que requiere mayor abstracción, como es el caso de la comprensión de los cálculos de multiplicación, división y más tarde en el álgebra. En este proceso evolutivo Cantlon, Libertus, Pinel, Dehaene, Brannon y Pelphey (2008) cotejaron las diferencias de los mecanismos cerebrales de niños de 6-7 años y de adultos, mediante imágenes de resonancia magnética funcional, para resolver comparaciones entre distintos sistemas. Sus resultados mostraron que cuando los niños comparan valores numéricos en anotaciones simbólicas y no simbólicas «utilizan la misma red de regiones cerebrales que los adultos, incluyendo las cortezas parietal y occipito-temporal» (Cantlon et al., 2008, p. 2225). Los resultados obtenidos confirman que el cerebro tiene desde temprano un sistema de mecanismos de «alto orden» que procesa y retiene los números y cantidades. «La variabilidad en el conocimiento de los niños de los numerales arábigos estuvo especialmente relacionada con la actividad de la corteza parietal. Esos hallazgos pueden indicar que tanto las cortezas parietal y frontal inferior son utilizadas en la elaboración de los conceptos numéricos desde una etapa temprana del desarrollo» (Cantlon et al., 2008, p. 2226). Como consecuencia de estos aportes las estrategias educacionales para enseñar matemáticas deben facilitar que los niños ejerciten el proceso de asociación verbal-numérica que activa la interconexión entre áreas cerebrales diferentes (Piazza, Pinel, Le Bihan et al. (2007). También Willingham y Lloyd (2007) concluyeron que el procesamiento cerebral de las cifras y de su cantidad opera de manera diferente si el sujeto está nombrando los objetos o si solamente está percibiéndolos.

La instrucción escolar también repercute en la activación de algunas zonas cerebrales. Piazza, Pica, Izard, Spelke y Dehaene (2013) compararon sujetos con y sin acceso a la escolaridad. Esta comparación mostró que las diferencias educacional y cultural tenían un efecto significativo en la percepción de los números. Como consecuencia de la instrucción escolar se produjo una interacción progresiva entre los procesos de enseñanza de los números y la activación neuronal de algunas áreas cerebrales. El lenguaje es la vía de conexión entre ambos.

Respecto a las áreas cerebrales más comprometidas en el aprendizaje de los números, hay varias investigaciones que permiten percibir que no habría una zona cerebral especializada para las matemáticas, sino una actividad interconectada de distintas áreas. Así, Dehaene (2011) estima que cuando una persona hace un cálculo se activan diez o veinte áreas cerebrales diferentes, simultáneamente. Expresa textualmente que: «Ni una neurona aislada, ni una columna cortical, ni aún un área cerebral puede “pensar”. Solamente por la combinación de las capacidades de varios millones de neuronas, distribuidas en

las cortezas cortical y redes subcorticales es posible lograr este poder computacional» (p. 45), en consecuencia, no existiría un «centro cerebral matemático».

Las investigaciones de Appolonio, Rueckert, Partiot et al. (1994); Dehaene, Tzourios, Frank et al. (1996) y Roland y Friberg (1985), mediante la tomografía de emisión de positrones (PET) y las imágenes de la resonancia magnética funcional (fMRI) observaron que cuando un adulto hace un cálculo se produce una activación parietal bilateral. La investigación de Roland y Friberg (1985) mostró que algunas tareas de cálculo activaban las áreas parietales y pre frontales. Posteriormente, una revisión efectuada por Fuster (2001) sobre la corteza pre frontal indicó la importancia que tiene esta área cerebral para iniciar el procesamiento de la información cognitiva y retenerla en la memoria. Expresa que su área lateral está desarrollada al máximo en los seres humanos y «proporciona el apoyo cognitivo para la organización de las áreas temporales» mediante su conexión con numerosas estructuras cerebrales (p. 319). Sin embargo, un estudio de Carreiras, Quiñones, Hernández-Cabrera y Duñabeitia (2014), mostró que el procesamiento cerebral de los números es un proceso preferente de las áreas parietales del hemisferio derecho, lo cual no coincide con otras investigaciones que relacionan las matemáticas con el lenguaje en el hemisferio izquierdo.

Sobre la actividad de la corteza pre frontal, ella aparece conectada, en el aprendizaje matemático, con la actividad de la región denominada *Surco horizontal intra parietal*, la cual se activa cuando una operación aritmética requiere una representación numérica cuantitativa (Dehaene, Piazza, Pinel y Cohen 2003). El surco intraparietal se activa cuando los sujetos hacen cálculos, y no solamente cuando tienen que leer números, lo cual sugiere que es esencial una representación semántica. Posteriormente, Vargas (2013), también consideró que la intervención del surco parietal «está relacionado con procesamiento espacial y esto es clave en matemáticas pues la organización de los números en columnas, para crear conceptos abstractos como unidades, decenas, centenas, está relacionada con su posición en el espacio: de izquierda a derecha» (p. 43). Estas investigaciones con neuroimágenes confirman que las cortezas parietal y prefrontal están involucradas en la realización de las tareas aritméticas, especialmente el surco intraparietal. El lóbulo parietal contribuye a la representación de las cantidades en «una línea mental numérica» y Kucian, Loenneker, Dietrich, Dosch, Matin y von Aster (2006), consideran que esta representación puede proporcionar un fundamento para la «intuición numérica».

Tipos de representaciones numéricas

Algunas investigaciones muestran tres tipos de representaciones numéricas: las verbales, las semánticas no-verbales y las viso-espaciales (Piazza, Pinel, Le Bihan et al. (2007), Dehaene, Piazza Pinel & Cohen (2003), que dependerían de la actividad de diferentes sistemas corticales. Según Dehaene & Cohen (1995), este triple código de procesamiento numérico neuro funcional depende de las diferentes tareas en las cuales se observan los sistemas de representaciones cuantitativas no verbales, semánticas, que comprenden el tamaño y la distancia entre las cifras, y un sistema visual en el cual los números pueden ser codificados.

En consecuencia, las investigaciones en neurociencias de la educación confirman la relación entre el desarrollo del lenguaje del niño y su aprendizaje del cálculo. Ambos dependen de algunas áreas cerebrales comunes. Este descubrimiento, en cierta manera contradice las metodologías pedagógicas tradicionales que separan la enseñanza del lenguaje escrito de la enseñanza de los números. Las investigaciones de las neurociencias aportan fundamentos para que las metodologías pedagógicas tomen como objetivo la integración de las operaciones numéricas con su contenido verbal y semántico. Ellas muestran que tanto el conocimiento de los números y de las cantidades, coinciden con el lenguaje, lo cual indica que las estrategias de enseñanza del cálculo deben agregar las explicaciones verbales de su significado. Al respecto, Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen (2003) confirmaron que la velocidad para recuperar en la mente los códigos fonológicos y para nominar también incide en la velocidad para contar y recuperar cifras. Citan a Hecht, Torgesen, Wagner & Rashotte (2001), quienes consideran que el funcionamiento fonológico asociado con el aprendizaje del lenguaje oral influye en el aprendizaje aritmético inicial.

Un estudio sobre discalculias, efectuado por Kucian, Loenneker, Dietrich, Dosch, Martin y von Aster (2006), muestra la comparación entre los cerebros de niños con discalculia y niños de aprendizaje normal, de 11 años de edad, mediante IRMF; los niños con dificultades para aprender matemáticas presentaron gran variabilidad individual y una baja activación cerebral en casi toda la red neuronal asociada al cálculo, incluyendo el surco intra parietal y el giro frontal, en ambos hemisferios cerebrales. Concluyeron que en las neuroimágenes hay antecedentes suficientes para suponer que los niños con deficiencias en el cálculo de magnitudes y números presentan deficiencias en la actividad cerebral en las cortezas parietal y prefrontal. El surco intraparietal tendría un papel mayor en este proceso y contribuye a la representación de las cantidades. También

confirmaron que esos niños presentan «una dificultad para establecer representaciones espaciales abstractas» (p. 15).

Relación entre las dificultades del cálculo y de la lectura

La relación neuropsicológica entre el aprendizaje del lenguaje escrito y el aprendizaje de las matemáticas es, sin duda, un tema con trascendencia educacional. Es conocido que los niños disléxicos pueden ser excelentes matemáticos y que no todos los niños con discalculia tienen problemas para aprender a leer. Sin embargo hay investigaciones cuyos resultados muestran que hay una interesante relación entre algunas áreas del aprendizaje del lenguaje escrito y de las matemáticas. Simmons y Singleton (2008) expresan que en algunos aspectos el aprendizaje de la aritmética requiere aplicar códigos verbales (velocidad para contar, memorización de números). Estas deficiencias darían origen a dificultades en el aprendizaje inicial, lo que puede afectar posteriormente al aprendizaje más avanzado, como son el cálculo con fracciones o decimales. Además, confirman que los estudios empíricos han identificado una relación entre el procesamiento fonológico y el rendimiento escolar en matemáticas, con suficientes bases para considerar que los códigos verbales son aplicados durante las tareas aritméticas y que por lo tanto “es lógico sugerir que las habilidades de procesamiento fonológico de los niños influyan en su rendimiento aritmético” (p.79). Boets y De Smedt (2010) confirmaron los trabajos de Simmons y Singleton, (2008) y también mostraron que algunos niños con dislexias tenían mayores dificultades para multiplicar. Expresan que «sus datos revelan que a pesar de un rendimiento normal en matemáticas, los niños con dislexias fueron menos seguros y más lentos en aritmética, especialmente para la multiplicación» lo que indicaría que está mediada por procesos fonológicos. Peake, Jiménez, Villarreal y Bisschop (2012), siguiendo a De Smedt y cols. (2010), sugieren que hay «un solapamiento neuronal en diferentes regiones del sistema nervioso central para la comorbilidad entre dislexia y discalculia» (p. 150). Atribuyen este déficit conjunto a alteraciones en regiones de la corteza parieto temporal izquierda, y en la circunvolución angular izquierda y supramarginal, que se activan durante la lectura y el cálculo. Expresan que hay procesos neurocognitivos comunes para ambos aprendizajes instrumentales. Dehaene y cols. (2003) también estiman que una deficiente conectividad funcional en el «giro angular izquierdo» es consistente con la dificultad para recordar los números, lo cual confirma que el cerebro participa en el procesamiento de las cantidades cuando las operaciones aritméticas requieren de la codificación verbal de los números, como sucede en la multiplicación. Concluyeron que la contribución de la circunvolución angular izquierda para el procesamiento de los números puede relacionarse con las bases verbales del cálculo, especialmente en la memoria de los números. Posteriormente, el mismo Dehaene (2009) expresó que el hecho

que tanto el lenguaje como la aritmética estén lateralizados en el hemisferio izquierdo, en la mayoría de las personas diestras, sugiere que la lateralización del lenguaje precede y origina una progresiva lateralización de las representaciones numéricas en el lóbulo parietal. Por su parte, Delazer, Domahs, Bartha y cols. (2003) e Ischebeck, Zamarian, Siedentopf y cols. (2006) mostraron que durante el proceso de aprendizaje matemático la actividad cerebral se traslada progresivamente desde la región intraparietal a la circunvolución angular cuando los sujetos utilizan la memoria verbal. Temple y Posner (1998), mediante fMRI y potenciales evocados, precisaron que esta conexión se produce alrededor de los 4 años de edad.

En síntesis, las investigaciones que aportan las neurociencias y la psicología cognitiva abren para la Educación una nueva vía de conocimientos que permite profundizar las principales variables del desarrollo infantil desde el punto de vista de los procesos cerebrales y de la forma como se originan los aprendizajes de las matemáticas. Además, las investigaciones en Neurociencias de la Educación requieren una asociación entre los investigadores del cerebro con los psicólogos cognitivos y los educadores. Las estrategias educacionales para enseñar matemáticas facilitan que los niños aprendan y ejerciten la asociación verbal- numérica entre áreas cerebrales diferentes. Almacenar la información numérica, además de ejercitar la memoria de largo término «supone la existencia de un proceso rápido de asociación que puede convertir rápidamente una cantidad en su correspondiente símbolo verbal o numérico arábigo», lo cual se puede realizar de manera rápida y automática como le expresan Piazza, Pinel, Le Bihan et al. (2007). En este aprendizaje, una clave de la memorización de los procesos numéricos es la relación entre el desarrollo del lenguaje y del concepto de cantidad. Ambos son actividades cognitivas cerebrales expresadas en conductas de aprendizaje escolar, lo cual demanda a los maestros elaborar estrategias psicopedagógicas adecuadas. La Educación debiera buscar estrategias para que los niños aprendan mejor las matemáticas apoyándose en los aportes de las neurociencias y la psicología cognitiva.

Referencias

- Appolonio, I.; Rueckert, L.; Partiot, A. et al. (1994). Functional magnetic resonance imaging (F-MRI) of calculation ability in normal volunteers. *Neurology*, 44, 262.
- Arstein, Z. (2014) *Mathematics and the Real World: The remarkable Roles of Evolution in the making of mathematics*. New York: Prometheus Books.
- Boets, B. & De Smedt, B. (2010). Single-digit Arithmetic in Children with Dyslexia. *Dyslexia*, 16, 183-191. doi: 10.1002/dys.403
- Bravo, L. (2014). Neurociencias y educación: Estado actual de la investigación en dislexias. *Estudios de Psicología*, 35(1), 1-28.
- Bravo, L. (2014). Psicología cognitiva y neurociencias de la educación en el aprendizaje del lenguaje escrito y de las matemáticas. *Revista de Investigación en Psicología*, 17(2), 5-37.
- Cantlon, J.; Libertus, M.; Pinel, Ph.; Dehaene, S.; Brannon, E. & Pelphrey, K. (2008). The Neural Development of an Abstract Concept of Number. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 21(11), 2217-2229.
- Carey, S. (2011). The Origin of Concepts. *Behavioral and Brain Sciences*, 34, 113-124. doi: 10.1017/S0140525X10000919
- Carreiras, M.; Quiñones, I.; Hernández-Cabrera, J. A. y Duñabeitia, J. A. (2014). Orthographic Coding: Brain Activation for Letters, Symbols and Digits. *Cerebral Cortex*, 1-13. doi:10.1093/cercor/bhu163
- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathemathiques*. New York: University Press.
- Dehaene, S. (2007). A Few Steps Toward a Science of Mental Life. *International Mind, Brain and Education Society* (pp. 21-47). USA: Blackwell.
- Dehaene, S. & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120.
- Dehaene, S. (2009). Origins of Mathematical Intuitions. The Case of Arithmetic. *The Year in Cognitive Neuroscience 2009: Annual New York Academy of Science*, 1156, 232-259. doi: 10.1111/j.1749-6632.2009.04469.
- Dehaene, S.; Piazza, M.; Pinel, Ph. & Cohen, L. (2003). Three Parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487-506.
- Dehaene, S.; Tzourio, N.; Frak, V. et al. (1996). Cerebral activations during number Multiplication and comparison: a PET study. *Neuropsychologia*, 34, 1097-1106.

- Dehaene, S.; Spelke, E.; Pinel, P.; Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of Mathematical Thinking: Behavioral and Brain-Imaging Evidence. *Science*, 284, 970-974.
- Delazer, M.; Domahs, F.; Bartha, L. et al. (2003). Learning complex arithmetic—an fMRI study. *Brain Research Cognition*, 18(1), 76-88.
- De Smedt, B. & Boets, B. (2010). Phonological processing and arithmetic fact retrieval: evidence from developmental dyslexia. *Neuropsychologia*, 48(14), 3973-81. doi: 10.1016
- Feigenson, L.; Dehaene, S. & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8, 307-314.
- Feigenson, L.; Carey, S. & Spelke E. (2002). Infants' Discrimination of Number vs. Continuous Extent. *Cognitive Psychology*, 44, 33-66. doi:10.1006/cogp.2001.0760
- Fletcher, J.; Lyon, G.; Fuchs, L. & Barnes, M. (2007). *Learning Disabilities: From Identification to intervention*. New York: Guilford.
- Fletcher, J. (2009). Dyslexia: The evolution of a scientific concept. *Journal of the International Neuropsychological Society*, 15, 501-508.
- Fuster, J. M. (2001). The Prefrontal Cortex-An Update: Review. *Neuron*, 30, 319-333.
- Gracia-Bafalluy, M. & Escolano-Pérez, E. (2014). Aportaciones de la neurociencia al aprendizaje de las habilidades numéricas. *Revista de Neurología*, 58, 69-76.
- Geary, D. (2015) Development and Measurement of Preschoolers' Quantitative Knowledge, *Mathematical Thinking and Learning*, 17(2-3), 237-243. doi: 10.1080/10986065.2015.1016823
- Goswami, U. (2004). Neuroscience and education. *British Journal of Educational Psychology*, 4, 1-14.
- Hecht, S. A.; Torgesen, J. K.; Wagner, R. K. & Rashotte, C. A. (2001). The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: A longitudinal study from second to fifth grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79, 192-227.
- Ischebeck, A.; Zamarian, L.; Siedentopf, C. et al. (2006). How specifically do we learn? Imaging the learning of multiplication and subtraction. *NeuroImage*, 30, 1365-1375.
- Koponen, T.; Salmi, P.; Torppa, M.; Eklund, K.; Aro T.; Aro M.; Poikkeus, A.; Lerkkanen, M. & Jari-Erik, N. (2016). Counting and rapid naming predict the fluency of arithmetic and reading skills. *Contemporary Educational Psychology*, 44, 83-94.

- Kucian, K.; Loenneker, Th.; Dietrich, Th.; Dosch, M.; Martin, E. & von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study. *Behavioral and Brain Functions*, 2, 31. doi: 10.1186/1744-9081-2-31
- Margolinas, Cl. (2015). Actes du colloque «*Des mathématiques à l'école maternelle*». L'Ecole Normale Supérieure Centrale d'Ho Chi Minh ville, avril.
- Martí, E. y Scheuer, N. (2015). Semiotic systems, culture and early mathematical knowledge. *Estudios de Psicología*, 36, 1-17.
- Martinez, J. (2015). The early years *PNAS. Educational Neuroscience*, 107(18), 8049-8050.
- Peake, Ch.; Jiménez, J.; Villarroel, R. & Bisschop, E. (2012). Comorbilidad con otros trastornos del aprendizaje: dyslexia y discalculia. En: J. Jiménez (Coord.) *Dislexia en español* (Capítulo 7). Madrid: Pirámide.
- Piaget, J. y Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé. Neuchâtel: s/e.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1941). *Le développement des quantités physique chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé. Neuchâtel: s/e.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1963). Les operations intellectuelles et leur développement. En: B. Inhelder y J. Piaget. *Traité de Psychologie Expérimentale*. Paris: P.U.F.
- Piaget, J. (1950). *Introduction à l'épistémologie génétique. La pensée mathématique*. Paris: P.U.F.
- Piaget, J. (1969). La Psicología. En: J. Piaget, W. Mackenzie, P. Lazarfeld y otros. *Tendencias de la investigación en las ciencias sociales*. (Capítulo 1). Madrid: Alianza Editorial.
- Piazza, M.; Pinel, P.; Le Bihan, D. et al. (2007). A magnitude code common to Numerosities and Number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, 53, 293-305.
- Piazza, M.; Pica, P.; Izard, V.; Spelke, E. y Dehaene S. (2013). Education enhances the acuity of the nonverbal approximate number system. *Psychological Science* 20(10) 1-7. doi: 10.1177/0956797612464057
- Radford, L. y André, M. (2009). Cerebro, cognición y matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(2), 215-250.

- Rodríguez, C. y Scheuer, N. (2015). La paradoja entre el bebé numéricamente competente y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad. *Estudios de Psicología*, 36, 18-47.
- Roland, P. E. y Friberg, L. (1985). Localization of cortical areas activated by thinking. *Journal of Neurophysiology*, 53, 1219-1243.
- Sigman, M.; Peña, M.; Goldin, A. y Ribeiro, S. (2014). Neuroscience and education: prime time to build the bridge. *Nature neuroscience*, 17(4), 497-502.
- Simmons, F. & Singleton, Ch. (2008). Do Weak Phonological Representations Impact on Arithmetic Development? A Review of Research into Arithmetic and Dyslexia. *Dyslexia*, 14, 77-94. doi: 10.1002/dys.
- Spelke, E. (2000). Core knowledge. *American Psychologist*, 55, 1233-1243.
- Stern, E.; Grabner, R.; Schumacher, R.; Neuper, C. y Saalbach, H. (2005). Educational Research and Neurosciences - Expectations, Evidence, Research Prospects. *Education Reform* (Volumen 13). Berlin: Federal Ministry of Education and Research.
- Szűcs, D. y Goswami, U. (2007). Educational Neuroscience: Defining a new discipline for the study of mental representations. *Mind, Brain and Education*, 1, 114-127.
- Temple, E. & Posner, M. I. (1998). Brain mechanisms of quantity are similar in 5-year-Olds and adults. *Proceedings National Academy of Science*, 95, 7836-7841.
- Valsiner, J. & Van der Veer, R. (2000). *The social mind: Construction of the idea*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- van Marle, K.; Chu, F. W.; Li, Y. & Geary, D. C. (2014). Acuity of the approximate number system and preschoolers quantitative development. *Developmental Science*, 17, 492-505. doi: dx.doi.org/10.1111/desc.12143.
- Vargas, R. (2013). Matemáticas y neurociencias: una aproximación al desarrollo del pensamiento matemático desde una perspectiva biológica. *UNION: Revista Iberoamericana de Educación en Matemáticas*, 36, 37-46.
- Willingham, A. & Lloyd, J. (2007). How Educational Theories can use Neuroscientific data. *Journal Compilation International Mind, Brain, and Education*, 1(3), 140-149.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358, 749-750. doi: 10.1038/358749a0
- Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition*, 3, 35-60.
- Xu, F. y Spelke, E. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, 1-11.