

Miquel Albertí Palmer

Las matemáticas de la vida cotidiana

LA REALIDAD COMO RECURSO DE APRENDIZAJE
Y LAS MATEMÁTICAS COMO MEDIO DE COMPRESIÓN



COMITÉ EDITORIAL

Ágata A. Timón (ICMAT)
Agustín Carrillo de Albornoz Torres (FESPM)
Manuel de León Rodríguez (ICMAT)
Serapio García Cuesta (FESPM)

COMITÉ ASESOR

Marco Castrillón López (ICMAT)
Razvan Gabriel Iagar (ICMAT)
Juan Martínez-Tébar Giménez (FESPM)
Onofre Monzó del Olmo (FESPM)

© MIQUEL ALBERTÍ PALMER, 2018

© FEDERACIÓN ESPAÑOLA DE SOCIEDADES DE PROFESORES
DE MATEMÁTICAS (FESPM), 2018
SERVICIO DE PUBLICACIONES
AVDA. DE LA MANCHA S/N
02006 ALBACETE
WWW.FESPM.ES

© INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS (ICMAT), 2018
NICOLÁS CABRERA, Nº 13-15
CAMPUS DE CANTOBLANCO, UAM
28049 MADRID
WWW.ICMAT.ES

© LOS LIBROS DE LA CATARATA, 2018
FUENCARRAL, 70
28004 MADRID
TEL. 91 532 20 77
WWW.CATARATA.ORG

LAS MATEMÁTICAS DE LA VIDA COTIDIANA.
LA REALIDAD COMO RECURSO DE APRENDIZAJE Y LAS MATEMÁTICAS
COMO MEDIO DE COMPRENSIÓN

ISBN: 978-84-9097-565-7
DEPÓSITO LEGAL: M-35.125-2018
IBIC: PDZ

ESTE LIBRO HA SIDO EDITADO PARA SER DISTRIBUIDO. LA INTENCIÓN DE LOS EDITORES ES QUE SEA UTILIZADO LO MÁS AMPLIAMENTE POSIBLE, QUE SEAN ADQUIRIDOS ORIGINALES PARA PERMITIR LA EDICIÓN DE OTROS NUEVOS Y QUE, DE REPRODUCIR PARTES, SE HAGA CONSTAR EL TÍTULO Y LA AUTORÍA.

Índice

Introducción 5

Capítulo 1. La vida cotidiana como recurso
de aprendizaje académico 9

Capítulo 2. Nada más cotidiano que uno mismo 29

Capítulo 3. De un sitio a otro 57

Capítulo 4. Ve a tu alrededor 83

Capítulo 5. Con sumo cuidado 115

Capítulo 6. Vivir con incertidumbre 139

Epílogo. Vida cotidiana de las matemáticas 167

Bibliografía 173

Introducción

Numerosas son las publicaciones sobre la relación entre las matemáticas y la vida cotidiana. Incluso hay una que lleva precisamente este título, como es el caso de *Las matemáticas en la vida cotidiana*, editada por Addison-Wesley y la Universidad Autónoma de Madrid en 1999. Se trata de un libro voluminoso dividido en cinco partes cuyos capítulos van alternando contenidos matemáticos y situaciones más o menos generales que supuestamente podíamos encontrarnos en la vida cotidiana a finales del siglo XX. Una obra muy completa, rigurosa y de gran potencial didáctico.

Entonces, ¿para qué escribir otra obra acerca de las matemáticas y la vida cotidiana? Un primer motivo serían los cambios en los estilos de vida, pero en las últimas décadas la vida cotidiana tampoco ha cambiado demasiado. Y si algo lo ha hecho ha sido la universalización del uso de dispositivos digitales (teléfonos, ordenadores, tabletas) y de las aplicaciones disponibles. Aparte de eso, el resto de actividades que componen lo que llamamos *vida cotidiana* continúa siendo prácticamente idéntico al de hace más de dos décadas.

Pero dos motivos distinguen este libro de otros, por los cuales merece esta obra ver la luz. Las publicaciones sobre el uso de las matemáticas en la vida cotidiana suelen organizarse tomando como eje principal los contenidos matemáticos, de

los que se ofrece un desarrollo exhaustivo. Según esa perspectiva el objetivo es demostrar al lector que prácticamente todas las matemáticas de la educación primaria, secundaria y bachillerato encuentran aplicación y sentido en muchos quehaceres cotidianos. El sentido de este libro se aparta de dicho enfoque, ya que en las situaciones de la vida son interdisciplinarias y no se organizan por asignaturas ni por contenidos. Por eso, el contenido de este libro se organiza según situaciones afines a cinco campos principales y a los que se dedica un capítulo a cada uno de ellos: uno mismo, la movilidad, el entorno, el intercambio y la incertidumbre. Otro rasgo distintivo es que en cada uno de esos aspectos y capítulos se aborda la cuestión didáctica de cómo convertir situaciones cotidianas en recursos de aprendizaje y enseñanza matemáticos. Se ofrecen, por tanto, propuestas concretas de incorporar a las aulas de primaria, secundaria o bachillerato actividades estructuradas según tres grados de apertura: abiertas, orientadas y asistidas. Se pretende con ello ayudar al profesorado de matemáticas a atender la diversidad de su aula.

No debería resultar difícil a cualquier educador matemático ser capaz de relacionar, identificar o aplicar matemáticas en situaciones cotidianas. Pero crear nuevas ideas matemáticas inspiradas en situaciones cotidianas quizá no resulte tan fácil. Más difícil todavía es hacer de una situación cotidiana una actividad de enseñanza y aprendizaje matemático para desarrollarla en una clase y evaluarla según criterios competenciales. Eso es lo que más preocupa al profesorado de matemáticas: ¿cómo convierto una experiencia en una actividad de clase? ¿Por qué debería hacerlo? ¿Hasta qué punto vale la pena? ¿Se adaptará al currículo? ¿Cómo la evaluaré? Entrar en todos estos temas nos llevaría a una extensión de la que no disponemos, por lo que las propuestas didácticas se limitan al planteamiento y al modo de desarrollo sin entrar en la evaluación. Dada la gran diversidad de formas de evaluar, los profesionales de la educación matemática hallarán la más conveniente y adecuada a su alumnado para las actividades que aquí se proponen.

Sin duda, existen matemáticas en la vida cotidiana, pero ni todas son evidentes ni todas las personas las perciben de la misma forma. La búsqueda de matemáticas en situaciones cotidianas tiene una doble motivación. Por una parte, comprender la situación en cuestión; y por otra, aprender matemáticas inspiradas por la vida. Quienes dan vida a las matemáticas, especialmente en la vida cotidiana de los adolescentes, son los educadores matemáticos. Por tanto, deberían ser competentes para identificar situaciones y fenómenos de la vida cotidiana en los que intervengan las matemáticas y desarrollar un trato didáctico para incorporar algunas de ellas al proceso de enseñanza y aprendizaje académico de las matemáticas. Deseo que este libro contribuya a la realización de estas labores.

Capítulo 1

La vida cotidiana como recurso de aprendizaje académico

Llevar fenómenos, situaciones o experiencias propias de la vida real o cotidiana a un aula de clase, sea de la materia que sea, no es cuestión sencilla. Una cosa es vivir una situación que la vida nos impone o a la que nos prestamos y otra muy distinta convertirla en una actividad o proyecto de enseñanza y aprendizaje. El contexto, los objetivos y el modo en que abordamos la situación vital, la real y cotidiana, serán siempre distintos de los que se den en un ámbito académico. Si se falla en la vida académica, el resultado negativo es, a lo sumo, una mala calificación que podrá recuperarse. Si se falla en la vida, el resultado puede ser un disgusto para el que a menudo no existe recuperación.

Cuando se trata de relacionar vida cotidiana, matemáticas y educación conviene precisar primero qué se entiende por cada una de estas tres cosas y desde qué perspectiva se enfoca su relación entre ellas. De eso trata este capítulo.

La vida cotidiana

Cotidiano es algo que ocurre a diario o con mucha frecuencia, un significado que remite a la idea de periodicidad. Llamamos “vida cotidiana” a aquella serie de fenómenos y situaciones que, además de ser periódicos, son también compartidos por la

mayoría de las personas de una misma sociedad o ámbito cultural. No encajan en esa descripción las situaciones específicas de la vida profesional de cada cual, ya que, pese a ser cotidianas para alguien concreto, no lo son para la mayoría. En este sentido, la vida cotidiana es algo relativo al grupo cultural que la comparte dentro de una sociedad o cultura más amplia. Por ejemplo, el trabajo es algo cotidiano, pero no por el trabajo concreto desarrollado por cada uno, sino por aquello que se deriva del hecho de trabajar, como la movilidad o el transporte. Así es como el trabajo provoca situaciones cotidianas para todo el mundo.

Cuando hablamos de vida cotidiana cabe preguntarse el qué, el quién y el cuándo. ¿Qué actividades componen la vida cotidiana y en qué cultura? ¿A quiénes atañe y a qué edades? La vida cotidiana de un niño, una madre o un anciano pueden ser muy distintas. Y aunque hay ciertas actividades elementales compartidas por los tres, estas se diferencian por el modo en que se llevan a cabo. Comencemos concretando qué actividades componen eso que llamamos vida cotidiana.

Las vidas cotidianas de personas pertenecientes a culturas diferentes pueden ser bastante distintas, a no ser que restrinjamos este concepto a las necesidades básicas del ser humano. Por una parte, pueden distinguirse las referentes al cuidado personal (lavarse, peinarse, vestirse, evacuar), la movilidad (caminar, irse y levantarse de la cama, sentarse y levantarse de un asiento) o la alimentación (comer con autonomía, pero no cocinar). Por otra parte, están las actividades de carácter instrumental: la limpieza del hogar, el manejo de dinero, la relación con una comunidad, la preparación de alimentos, la compra de productos básicos, la toma de medicamentos prescritos y la comunicación (oral o escrita, presencial o virtual). Algunas de estas las realizan hoy en día las máquinas, por lo que habría que añadir el manejo de su *hardware* o *software*. Por lo tanto, las actividades de la vida cotidiana pueden clasificarse en tres bloques principales: cuidado personal, movilidad y manejo instrumental.

Todas esas actividades son necesarias para llevar una vida corriente en los diversos y universales ámbitos que la componen

y en los que todo ser humano, sea de la cultura o grupo social que sea, se ve implicado: higiene, salud, vivienda, alimentación, consumo, sociedad, trabajo, transporte, comunicación, tecnología, cultura, ocio, creencias y formación.

Si pensamos en un adolescente, surge la paradoja, pues la vida cotidiana de un adolescente es eminentemente académica. ¿Es vida cotidiana la que se lleva a cabo en la escuela o en el instituto? De las catorce horas de vigilia en la vida diaria de una persona adolescente, casi la mitad transcurren en el ámbito académico. Eso plantea un problema que no es menor, pues quienes los educan son adultos y, a diferencia de sus alumnos, protagonizan como personas activas y responsables sus propias vidas cotidianas. En cambio, el papel de los adolescentes en sus vidas cotidianas suele ser más pasivo y supeditado a la voluntad de los adultos. No es corriente que realicen grandes compras ni que manejen dinero, y si lo hacen es en cantidades muy pequeñas que no implican mayores problemas. Tampoco son responsables del pago de facturas relacionadas con el consumo energético. Si alguna vez tienen dinero, se lo administran sus mayores. Al desplazarse, suelen hacerlo acompañados por sus progenitores, raramente lo hacen solos.

Por tanto, ¿qué situaciones de la vida cotidiana tiene sentido llevar a las aulas y con qué propósito si aquellos a quienes irán dirigidas no las viven cotidianamente? El motivo es claro: la educación, la preparación para un futuro en el que sí deberán responsabilizarse de tareas que ahora asumen otros. He aquí la principal razón de la incorporación de la vida cotidiana al ámbito académico. Mediante la realización de actividades académicas sobre situaciones de la vida cotidiana que tarde o temprano acabarán viviendo, pueden aprender a responsabilizarse y a ser conscientes de lo que valen las cosas, de que hay que planificar y organizar las tareas, de anticipar y tomar decisiones que no siempre obedecen los aspectos de su gusto personal, sino racional. Al hacerlo, se contribuirá a su maduración como personas y, si la realización de dichas actividades académicas basadas en la vida cotidiana supone la intervención de

las matemáticas, podrán ver el papel desarrollado por esta materia en la vida cotidiana y mejorar de paso su competencia en ambas, en la vida y en las matemáticas.

Las matemáticas tienen sujeto

La siguiente cuestión sería preguntarse si las matemáticas intervienen en la vida cotidiana. Como se verá, muchas de las situaciones y fenómenos que se producen en los ámbitos cotidianos mencionados conllevan algún tipo de actividad matemática. Y puesto que se desarrollan siempre dentro de una determinada cultura, su carácter se corresponde con alguna de las seis actividades matemáticas universales identificadas por Bishop (1999): contar, medir, localizar, diseñar, jugar o explicar. Es fácil entrever que varios de estos seis universales forman parte de actividades cotidianas.

Pero lo crucial aquí es observar que todas y cada una de dichas actividades tienen sujeto: la persona que las realiza, pues en este libro partimos de la idea de que las matemáticas no están en las cosas, sino en las personas que con las cosas se relacionan. Por lo tanto, las matemáticas tienen un sujeto. Es en los fenómenos y situaciones cotidianos donde alguien cuenta, mide, localiza, diseña, juega o explica en los que cabe la posibilidad de hallar matemáticas que serán de la vida cotidiana.

Las matemáticas no están en los libros. Estos recogen los resultados elaborados y contrastados por quienes llevan a cabo la actividad matemática. Y la actividad matemática se desarrolla mediante toda una serie de procesos en los que intervienen la experimentación, el ensayo y el error, la intuición y, por último, la formalización y la demostración (Courant y Robbins, 1997; Davis y Hersh, 1988). De acuerdo con Polya (1945), las matemáticas vienen a ser una ciencia experimental que ofrece al público resultados demostrados sin mácula (teoremas), que han sido desarrollados mediante errores, discusiones con otros colegas e intuiciones fallidas. Eso a lo que Lakatos se refiere

como pruebas y refutaciones (1978). Los axiomas y teoremas no son el punto final del proceso, sino el principio (Fischbein, 1995). No debemos esperar hallar en la vida cotidiana teoremas matemáticos ni demostraciones de resultados matemáticos, pero sí situaciones o problemas para los que se necesiten matemáticas o que inspiren nuevas ideas matemáticas. Estas pueden ser nuevos problemas, nuevas aplicaciones o nuevas formulaciones de conceptos matemáticos. Si queremos que los adolescentes aprendan matemáticas de un modo creativo, práctico y con significado, ¿qué mejor oportunidad podremos encontrar que la que nos ofrecen las experiencias de la vida?

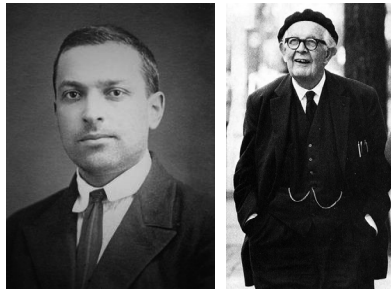
Aprendizaje matemático

Llegados a este punto, surgen dos nuevas dificultades indisolubles. Por una parte, ¿cómo convertir una situación real de la vida en una actividad de enseñanza y aprendizaje matemático? Por otra, ¿qué sentido y forma se dará a dicha conversión? El modo en que el educador matemático concibe el aprendizaje resultará determinante en el proceso. Por ejemplo, en una concepción educativa basada en la transmisión de conocimiento, la forma preponderante de actividad serían las aplicaciones. En cambio, en una filosofía constructivista del aprendizaje, como la que se defiende aquí, los problemas de aplicación son secundarios y se prioriza la investigación y la creatividad.

Partiendo de la idea de que las matemáticas están en las personas, resulta coherente plantear que las matemáticas son una construcción social (Ernest, 1991). Esta afirmación es la que da sentido a reunir diversas personas en un mismo espacio (aula) y tiempo (hora de clase) para que observen y analicen situaciones de la vida real y desarrollen matemáticas (aprendan) a partir de ellas y en colaboración con sus compañeros. El aprendizaje constructivista es el más fiel al modo en el que se desarrollan y se han desarrollado las matemáticas a lo largo de la historia.

Piaget y Vygotsky

Jean Piaget (1896-1980) y Lev Semyonovich Vygotsky (1896-1934) nacieron el mismo año; Piaget, en Neuchatel (Suiza), y Vygotsky, en Orcha (Rusia). Sin embargo, la vida del psicólogo suizo, 84 años, fue mucho más extensa que la del bielorruso, quien no llegó a cumplir los 38 por culpa de la tuberculosis. Para ninguno de los dos la psicología fue su primer centro de atención. Piaget se interesó antes por la biología y llegó a doctorarse con una tesis sobre los moluscos. Vygotsky se interesó por la filosofía, la medicina y el derecho antes que por la psicología.



Lev Vygotsky y Jean Piaget. Fuente: Wikimedia Commons.

Las perspectivas piagetiana y vygotskyana se distinguen fácilmente, pero lejos de ser antagónicas, se complementan. Piaget estudió el aprendizaje de los niños relacionando la madurez del cuerpo humano con sucesivas etapas cognoscitivas de la persona, situando al individuo en el objeto de su análisis. Vygotsky, en cambio, no se preocupa tanto del individuo como de su entorno, pues para él el aprendizaje no se produce de forma aislada del entorno social y es siempre un producto de las relaciones desarrolladas en ese contexto social. Ambos leyeron a Sigmund Freud. No es posible abordar el conocimiento del aprendizaje y desarrollar programas educativos sin tener en cuenta esos dos enfoques.

Jean Piaget y Lev Vygotsky sentaron las bases de la concepción constructivista del aprendizaje. El sistema de Piaget (1970) se basa en estructuras cognitivas correspondientes a cuatro estadios de desarrollo: sensor y motriz (0-2 años), pre-operacional (2-7 años), operacional concreto (7-12 años) y operacional formal (a partir de los 12 años). Los procesos de asimilación y acomodación fundamentan el aprendizaje. En la fase de asimilación, los acontecimientos se interpretan mediante las estructuras cognitivas ya existentes. En cambio, la acomodación supone modificar una estructura para dar sentido al entorno. Así, el desarrollo cognitivo consiste en una sucesión de asimilaciones y acomodamientos. Desde la perspectiva piagetiana, el aprendizaje se construye poniendo al alumno ante situaciones que precisen desarrollar asimilaciones y acomodamientos. El psicólogo francés situaba el punto de tránsito de las operaciones concretas a las formales alrededor de los doce años de edad, justo cuando inicia la educación secundaria en nuestro actual sistema educativo.

A diferencia de Vygotsky, Piaget centra su atención en el individuo y no en su entorno social. Para Vygotsky (1978), la interacción social desempeña un papel fundamental en el aprendizaje hasta el punto de que no solo lo que el niño puede aprender con ayuda amplía lo que puede aprender por sí solo, sino que, sin esa ayuda, el desarrollo cognitivo no puede completarse. Vygotsky se refiere a ello como la *zona de desarrollo proximal* (ZDP).

Vygotsky considera también dos tipos de conceptos. Por una parte, los científicos, que se construyen de arriba hacia abajo y que de entrada son abstractos, pero van ganando significado a medida que se aplican a fenómenos particulares. Por otra, los espontáneos, creados de abajo hacia arriba, ligados a situaciones concretas y que resultan ricos en significado.

La concepción de las ideas científicas de Vygotsky es en cierto sentido platónica, ya que las considera en un plano superior y cuyo aprendizaje se adquiere por medio de aplicaciones. Sin embargo, es especialmente valiosa su idea de partir

de situaciones concretas en la construcción de ideas nuevas, su tesis, que es donde reside la creatividad. Ambos planos vygotkianos serán muy relevantes. Por una parte, la aplicación de las matemáticas a la vida cotidiana favorecerá el aprendizaje y el desarrollo de la competencia matemática. Por otra, las situaciones de la vida cotidiana podrán inspirar el desarrollo de nuevas ideas matemáticas.

Jean Lave (1988) relaciona el aprendizaje con la práctica. En situaciones reales, el pensamiento está al servicio de la acción y la gente se las ingenia para hallar soluciones. Según Lave, el pensamiento cotidiano no resulta ni ilógico ni escaso de rigor, sino que es sensible y eficaz en el contexto práctico y real donde se produce. De esta forma, el aprendizaje es situado y no debería presentarse desligado de sus componentes prácticos. Puede definirse, por ejemplo, un círculo formalmente como el lugar geométrico de los puntos que equidistan de otro, pero el aprendizaje de ese concepto jamás será completo si no se traza esa figura. Incluso el tipo de instrumento utilizado para ello influye en la concepción: no es lo mismo trazarlo con un compás estándar (radio invisible), con uno de carpintero (radio visible) o con el *software* GeoGebra. Este enfoque será primordial, pues convertir un fenómeno de la vida cotidiana en una actividad de aprendizaje académico solo tendrá sentido si dicho fenómeno puede experimentarse realmente *in situ*, fuera del aula.

A mediados del siglo XX, Hans Freudenthal observó que, en los niveles más elementales, el aprendizaje de los niños es discontinuo, y que estos actúan de forma intuitiva, informal y, sobre todo, manipulando objetos. Sentaba así las bases del cambio que representa no tan solo aplicar matemáticas, sino dar importancia a la riqueza de los contextos en el aprendizaje. Freudenthal criticó la por entonces conocida como “matemática moderna” porque representaba una versión antididáctica, donde las definiciones y los axiomas constituían el punto de partida. Para Freudenthal (1972), una educación matemática realista debe comenzar con problemas ricos en contexto y

significado sobre los que los estudiantes reflexionen progresivamente de lo concreto a lo abstracto. Se trata de una perspectiva próxima al desarrollo de los conceptos científicos ascendentes de Vygotsky que acabamos de destacar en el párrafo anterior y que va a resultar muy útil en este libro.

GeoGebra

GeoGebra es un programa matemático interactivo creado por el austriaco Markus Hohenwarter en 2002, con el objetivo de servir de recurso en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Su nombre es una combinación de las palabras “geometría” y “álgebra”, y en sus primeras versiones combinaba estos dos elementos, con un procesador geométrico y otro algebraico. Desde su creación hasta la actualidad ha experimentado numerosas mejoras; ha introducido herramientas de cálculo simbólico y estadística cada vez más potentes, así como gráficos tridimensionales. Hoy en día, este *software* ha trascendido el ámbito exclusivo de las matemáticas y es un recurso cada vez más utilizado en otras materias científicas. Las últimas versiones del programa están concebidas para el trabajo desde dispositivos móviles, adaptándose así a la evolución de la tecnología empleada por docentes y estudiantes.

De la imposición y abstracción de la matemática académica de hace algunas décadas y de su desconexión con la vida real proviene la idea de que las matemáticas que no son difíciles no son verdaderas matemáticas. Algunos profesionales considerarán que no hacen matemáticas cuando calculan o realizan una estimación razonada de una superficie, ya que algo tan sencillo como es multiplicar el largo por el ancho de un rectángulo no son auténticas matemáticas para ellos (Albertí, 2009). Fácil o difícil, lo matemático es matemático.

La facilidad o dificultad es algo tan subjetivo que no sirve para evaluar el grado de matematización de una situación. La suma de números naturales es tan matemática como la suma de vectores o la suma de integrales.

No es raro que los no matemáticos sean a veces más exigentes que los propios profesionales a la hora de calificar como matemática alguna actividad. Esta opinión está sin duda imbuida por el modo en que se les presentó y se relacionaron con la asignatura durante su etapa de formación. Tampoco podemos fiarnos de lo que diga la gente para saber qué matemáticas utilizan en su vida diaria, ya que corremos el riesgo de que algunas prácticas matemáticas queden excluidas de tal consideración. Esto nos lleva a considerar dos tipos de matemáticas en la vida: las necesarias y las complementarias.

Matemáticas: necesidad y complemento

Dos aspectos fundamentales relacionan las matemáticas con la vida: su utilidad y ayuda a la comprensión. Son útiles aquellas matemáticas que necesitamos para relacionarnos con las situaciones porque nos vemos obligados a realizarlas. La vida nos las impone y mucha gente trata de evitarlas. El ejemplo más claro es la realización de cálculos y estimaciones razonadas sobre situaciones de consumo y de medida (longitud, peso, tiempo, capacidad), vinculadas a la economía doméstica.

El planteamiento académico de esas matemáticas necesarias suele basarse en que en la vida cotidiana se aplican las del ámbito académico. La utilidad es uno de los criterios más extendidos entre el profesorado para justificar la necesidad de aprendizaje de la matemática formal o académica. Ejemplos claros de situaciones en las que se requieren ese tipo de matemáticas son las vinculadas a preguntas como:

- ¿A qué hora salgo para llegar puntual a una cita?
- ¿Cuánto tardaré?

- ¿Qué itinerario debería seguir?
- ¿Cuánto me va a costar?
- ¿Cuánto me ahorraré con un descuento?
- ¿Me lo habrán aplicado correctamente?
- ¿Cabrá o no cabrá?

Sin embargo, en la vida cotidiana las respuestas a esas preguntas se hallan, la mayoría de las veces, por ensayo y error. No suelen aplicarse metodologías formales, sino prácticas. Por ejemplo, si la ropa cabe o no en una maleta se sabe tratando de meterla ahí y no mediante el cálculo de volúmenes; el tiempo que se tarda en realizar una acción no se calcula *a priori*, sino que se realiza la acción directamente. Uno sabe el tiempo necesario para llegar al lugar de trabajo después de realizar el mismo trayecto varias veces y obtener una especie de media aritmética tácita y aproximada, ni escrita ni calculada, de esas experiencias.

Pero la excusa de la utilidad no es suficiente. Algo tan corriente, necesario y matemático como conocer las cuotas de amortización de un préstamo o realizar la declaración de la renta son tareas que muchos, matemáticos o no, rehúyen pese a disponer de programas informáticos que facilitan la tarea. A menudo, esas tareas se delegan en otras personas profesionales (cuya labor consiste precisamente en eso) del mismo modo en que se delegan labores de limpieza, por ejemplo. Eso hacen muchos adultos que pueden permitírselo. Pese a todo, debemos ser conscientes de que hay unas matemáticas útiles y necesarias en la vida diaria que se asocian con las competencias básicas de una persona. Por lo tanto, llevarlas al ámbito académico puede favorecer su desarrollo.

Otro enfoque es que la perspectiva matemática puede ayudar a la comprensión de muchas situaciones cotidianas. Se trata de matemáticas que complementan las necesarias y que pueden resultar beneficiosas en la vida cotidiana de las personas. Esas matemáticas complementarias requieren la participación voluntaria del sujeto que vive o experimenta el fenómeno en cuestión. Nada obliga a realizarlas, y se puede vivir sin ellas como de

hecho hace la mayoría de la gente. Sin embargo, su realización aporta algo fundamental para la vida y la cultura: comprensión.

Si los individuos de una sociedad deben por lo menos atisbar una competencia que va más allá de lo estrictamente necesario para la vida, el alumnado debería experimentar por sí mismo, en el nivel educativo adecuado, fenómenos o situaciones cuyo enfoque matemático proporcione comprensión. Entonces aprenderá que la perspectiva matemática complementa sus necesidades. Este es el punto donde llevar al ámbito académico la vida cotidiana cobra más sentido, pues resultará difícil desarrollar esas matemáticas complementarias sin la guía de un profesional de la educación matemática. El maestro o profesor podrá guiar a su alumnado a ver cómo las matemáticas ayudan a comprender situaciones cotidianas y, como consecuencia de ello, a aprender matemáticas.

La formación ocupa la mayor parte de la vida de los adolescentes en todo el mundo. Su vida cotidiana está llena de matemáticas. Unas matemáticas establecidas en el currículo escolar y obligatorias que los adolescentes viven con mayor o menor agrado y que resultan difíciles de aceptar mientras no resulten significativas, útiles y comprensibles con su bagaje cultural, es decir, ricas en contexto y en significado. Por ello, el tratamiento académico de las matemáticas de la vida puede suavizar el impacto conceptual que hasta hace poco ha supuesto para muchos adolescentes la imposición de conceptos y procesos matemáticos abstractos. Ayudar al tránsito de unas a otras forma parte de la tarea del educador matemático. Cómo tratar en el ámbito educativo las situaciones de la vida es uno de los objetivos de este libro. Las situaciones cotidianas que se analizarán en los siguientes capítulos ilustrarán este enfoque.

Estas son las cuestiones que abordamos a continuación y cuyo objetivo es adentrarnos en el mundo matemático.

- ¿Cómo percibimos, reaccionamos y nos enfrentamos a un fenómeno o situación de la vida cotidiana?, ¿tomamos en consideración el enfoque matemático?

- ¿Qué hacer con todo ello en el mundo educativo? Ante una respuesta afirmativa, ¿quiénes deben asumir la tarea?
- Si las matemáticas necesarias y las complementarias deben llevarse al ámbito educativo, ¿cómo y en qué niveles hacerlo?, ¿qué conflictos se crean en relación con el currículo?
- ¿Es posible transitar sin sobresaltos de la competencia matemática para la vida cotidiana a la competencia matemática formal y abstracta?

Competencia matemática vital: más actitud que contenido

En cuanto a los contenidos, una persona se desenvolverá cómodamente en la vida cotidiana si es capaz de:

- Calcular con y sin calculadora y realizar estimaciones razonadas de cálculos.
- Usar la calculadora a nivel elemental.
- Usar con comodidad expresiones numéricas equivalentes (decimal, fracción, porcentaje).
- Usar correctamente instrumentos de medida (regla, balanza, reloj, termómetro).
- Identificar y crear patrones de formación de sucesiones figurativas y numéricas.
- Establecer relaciones de cambio entre variables y representarlas gráficamente, ya sean de origen algebraico (lineales, cuadráticas) o experimental (edad-estatura, masa-importe...).
- Distinguir y nombrar correctamente curvas, figuras y sólidos elementales: segmento, recta, cónicas, cuadriláteros, triángulos, polígonos, poliedros y cuerpos circulares.
- Calcular perímetros, áreas y volúmenes de figuras y sólidos sencillos.

- Modelizar matemáticamente para visualizar situaciones con figuras geométricas y expresiones algebraicas sencillas.
- Relacionar y distinguir figuras por su forma y orientación espacial o simetría.
- Usar decimales, fracciones y porcentajes para medir la incertidumbre.
- Contar y determinar las características de una población (moda y media aritmética).

La mayoría de la gente es capaz de realizar estas actividades, aun cuando muchas de ellas haya aprendido a hacerlas a lo largo de su vida posterior a la académica, viviendo la vida, con los años y la experiencia y la reiteración de muchas de ellas.

Lo que suele resultar difícil a la gente corriente no son los contenidos matemáticos, sino las competencias. Quienes tratan de evitar las matemáticas, ya sean adolescentes o adultos, eluden poner en juego su competencia matemática. La quinta competencia se ha hecho muy popular en lo que respecta al ámbito político y los medios de comunicación, donde cifras y proporciones numéricas se ofrecen a menudo como garantía de un razonamiento. Y aunque los razonamientos y justificaciones esgrimidas no sean matemáticamente perfectas, recurrir a números, fracciones, porcentajes y representaciones gráficas se han convertido en algo cotidiano. La lectura de las doce competencias pone de manifiesto lo útil y rica que puede ser la vida cotidiana para la competencia matemática.

Algunas orientaciones para responder las cuestiones planteadas pueden ser las siguientes:

Primero, dar la vuelta al calcetín. Los profesionales de la educación matemática deberían regirse más por las competencias que por los contenidos de su asignatura. Si para algunos currículos previos basados en contenidos había una serie de problemas matemáticos estándar, un currículo basado en competencias, como el que se muestra en la tabla a continuación, debería basarse más en fenómenos y situaciones a partir

de las cuales ir desarrollando los contenidos necesarios. Con esa idea se plantean muchas situaciones de los siguientes capítulos.

-
1. Traducir un problema a lenguaje matemático o a una representación matemática utilizando variables, símbolos, diagramas o modelos adecuados.
 2. Usar conceptos, herramientas y estrategias matemáticas para resolver problemas.
 3. Mantener una actitud de investigación ante un problema ensayando estrategias diversas.
 4. Generar preguntas de tipo matemático y plantear problemas.
 5. Construir, expresar y contrastar argumentaciones para justificar y validar las afirmaciones que se hacen en matemáticas.
 6. Usar el razonamiento matemático en entornos no matemáticos.
 7. Usar las relaciones entre diversas partes de las matemáticas para analizar situaciones y para razonar.
 8. Identificar las matemáticas implicadas en situaciones cercanas y académicas y buscar situaciones que se puedan relacionar con ideas matemáticas concretas.
 9. Representar un concepto o relación matemática de diversas maneras y usar el cambio de representación como estrategia de trabajo matemático.
 10. Expresar ideas matemáticas con claridad y precisión y comprender las de los demás.
 11. Utilizar la comunicación y el trabajo colaborativo para compartir y construir conocimiento a partir de ideas matemáticas.
 12. Seleccionar y usar tecnologías diversas para gestionar y mostrar información, visualizar y estructurar ideas o procesos matemáticos.
-

Segundo, ¿qué formación matemática precisa el maestro o profesor de quienes van a aprender a ser matemáticamente competentes en la vida? ¿Le hacen falta estudios universitarios de matemáticas? ¿Qué tipo de bachillerato debería estudiar? ¿Necesita educación matemática formal si en la vida cotidiana no se precisa? Aunque no se precise en la vida cotidiana, en la educación primaria debe perseguirse ya la comprensión de los fenómenos y situaciones que a diario vive el alumnado (las personas) y tratar de comprender aquellas que matemáticamente se encuentran a su alcance. Esto significa que ya en primaria deben introducirse las matemáticas “complementarias” para la vida cotidiana. Labor hartamente difícil si el maestro no ha experimentado por sí mismo tanto las matemáticas “necesarias”, lo que supone no rechazarlas ni evitarlas, como

algunas de las “complementarias” mediante alguna vivencia matemática que le haya permitido comprender algún fenómeno o situación real.

Tercero, contemplar la competencia matemática más allá de la vida cotidiana. Si la competencia matemática de una persona no se reduce a la necesaria para la vida cotidiana, ¿qué hacemos con las competencias matemáticas que sobrepasan lo cotidiano? La vida cotidiana y la comprensión de los fenómenos y situaciones que vivimos pueden ser la excusa para desarrollar esas competencias de tal manera que, como se verá más adelante, mediante vivencias matemáticas se puede transitar de situaciones matemáticas cotidianas a otras puramente matemáticas cuyo nivel de abstracción o rigor no reside en la situación, sino en el sujeto que las vive o lleva a cabo. Se trata de un proceso difícilmente abordable fuera del ámbito académico y que determinará el tratamiento académico (matemático y didáctico) de la vida cotidiana.

Cuarto, ¿deben los educadores ser necesariamente matemáticos? Muchas de las competencias matemáticas necesarias y complementarias para la vida cotidiana no son exclusivas del ámbito matemático, sino que pueden desarrollarse —como, de hecho, se desarrollan— en otras materias. En este sentido, merecen valorarse las aportaciones que en el trato de fenómenos cotidianos puedan hacerse desde otras asignaturas, especialmente las de ámbito científico.

Trato didáctico de situaciones cotidianas

Suele decirse que los jóvenes de hoy en día han nacido en la era digital y que, como consecuencia de ello, han desarrollado una competencia digital natural de la que carecen sus progenitores y educadores. Es verdad que han nacido en la era digital, pero eso no los hace competentes del mismo modo que quienes nacen en un ámbito rural no son automáticamente competentes en labores de siembra, riego, siega, cosecha,

almacenamiento y compraventa de productos. Los jóvenes ven los aparatos electrónicos como algo muy corriente y los manipulan según sus necesidades. Ser competente digital no se reduce a esto.

Llevar situaciones de la vida cotidiana al ámbito académico no significa llevar a clase una situación cotidiana de cualquier forma. El educador responsable debe ser consciente de que convertir una situación cotidiana en una situación de aprendizaje matemático no es algo banal. Debe tener razones didácticas y pedagógicas para hacerlo, esto es, curriculares: competencias del ámbito matemático, procedimientos, conceptos, contenidos, relaciones con otras materias y evaluación. Esto significa plantearse toda una serie de cuestiones entre las que no pueden faltar:

- ¿Cómo voy a plantear la situación? ¿Mediante un enunciado como si de un problema se tratase o como una actividad abierta de investigación? Ya sea en un caso o en otro, ¿la comprenderán todos mis alumnos? ¿Deberé redactar versiones distintas para aquellos que tienen necesidades educativas especiales? De ser así, ¿cómo lo haré? ¿Por escrito u oralmente?
- ¿Qué tiempo voy a dedicar a la realización de dicha actividad? ¿Será individual, en pareja o en grupo? ¿Dejaré suficiente tiempo para que el alumnado pueda discutir el modo de realizarla? ¿Debería, una vez hayan terminado, dejar que expongan públicamente sus resoluciones? ¿Necesitarán algún recurso TIC para llevarla a cabo? ¿Disponen los alumnos de los recursos que considero necesarios?
- ¿Implicaré a otras asignaturas? Eso tendría mucho sentido por tratarse de la vida cotidiana, ya que en ella nada se aísla completamente del resto de ámbitos. De ser así, ¿a qué ámbitos puede implicar el fenómeno en cuestión? ¿Cómo estableceré la coordinación con sus correspondientes profesores?

- ¿Cómo voy a evaluarla? La evaluación debe ser acorde al carácter de individualidad, pareja o grupo en el que se desarrolle la actividad. Y si se realiza transversalmente con otras materias, ¿hasta qué punto deberán participar estas en la evaluación?

Nada de eso es inmediato ni sencillo, pero supone la médula espinal de la labor docente, lo más apasionante. A lo largo de las páginas siguientes se ofrecerán algunas orientaciones de cómo situaciones cotidianas concretas pueden convertirse en situaciones de aprendizaje matemático. Se hará desde la modestia, con un carácter científico lo más objetivo posible y sin que con ello se pretenda sentar metodologías inflexibles.

En conclusión, los principales motivos por los que la vida cotidiana debe impregnar la actividad matemática académica son cinco:

1. Proporciona contexto y significado al aprendizaje.
2. Permite aplicar conceptos y procesos matemáticos.
3. Constituye una fuente de creación matemática: materiales, ideas y problemas.
4. Ayuda a comprender el mundo en que vivimos.
5. Socialización del aprendizaje.

El punto 1 se relaciona con las ideas de Freudenthal por la importancia de los contextos en el aprendizaje. En el punto 2 encontramos la perspectiva aplicativa de las matemáticas de Piaget y de los conceptos descendentes de Vygotsky. En el punto 3, el más creativo, tenemos un ejemplo de construcción de los conceptos ascendentes de Vygotsky. Y el punto 4 resulta fundamental desde cualquier perspectiva, pues además de asentar el aprendizaje (Piaget) nos hace crecer como personas mediante la comprensión. Todo ello solo es posible mediante el punto 5, que encierra y cohesionan esos cuatro: el aspecto social del aprendizaje (Vygotsky) en el que intervienen, además del

educador, y si este lo permite, los pares o iguales (compañeros de clase) del alumno.

Sobre el punto 4 existen muchas publicaciones en las que se muestra cómo las matemáticas resultan determinantes en muchos fenómenos y situaciones a las que se expone cualquier persona. Sin embargo, escasean obras acerca de cómo resolver los problemas didácticos que plantea la incorporación de los fenómenos y situaciones de la vida cotidiana al ámbito académico. De esto nos ocuparemos aquí un poco.

En teoría, la interpretación y desarrollo matemáticos que de un fenómeno o situación cotidiana hagan dos personas, incluso matemáticos profesionales, no tienen por qué apuntar en la misma dirección. No todos los matemáticos piensan lo mismo, observan lo mismo, ven lo mismo y desarrollan lo mismo cuando observan lo mismo. Pero, en la práctica, a menudo tienden a percibir y pensar de modo muy similar. La cuestión es cómo enseñamos a percibir matemáticamente a los demás. Como decía Miguel de Guzmán en su pequeño gran libro: “No basta con mirar, hay que ver”. Y no todos alcanzamos a ver todo lo visible.

De lo expuesto podría derivarse la conclusión de que el aprendizaje matemático debe reducirse a las matemáticas implicadas en la vida cotidiana, tanto las necesarias como las complementarias. Nada más lejos de la verdad. Acabada la ESO uno debe ser matemáticamente competente en la vida diaria, pero también debe serlo más allá. Debe haber vivido situaciones propias del mundo matemático más formal y abstracto y debe ser capaz de realizar abstracciones y formalizaciones sencillas de situaciones reales. Como se verá, muchos fenómenos y situaciones de la vida cotidiana pueden inspirar situaciones puramente matemáticas ajenas a la cotidianidad que las inspiró.

