

# Matemática

Programa de Estudio

Primero medio

Ministerio de Educación



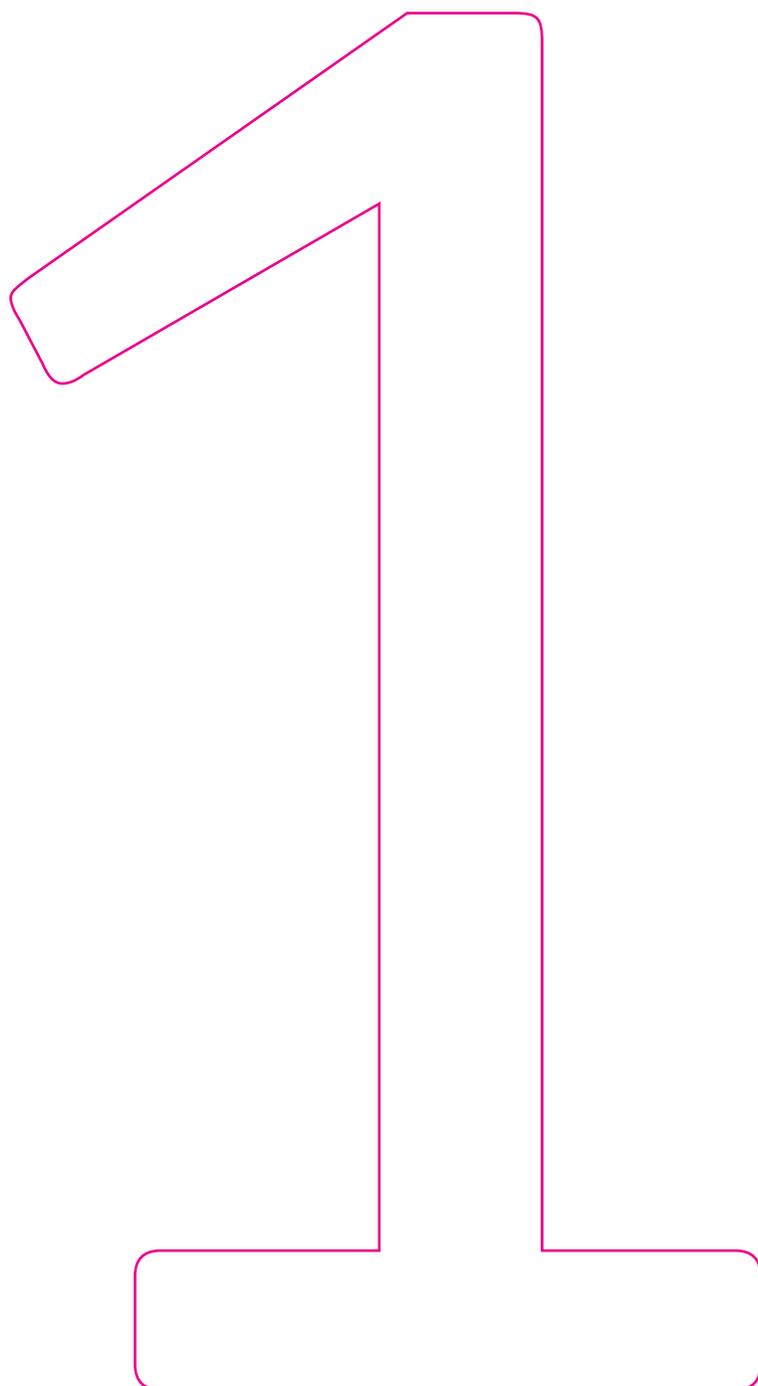


# Matemática

Programa de Estudio

Primero medio

Ministerio de Educación



Ministerio de Educación de Chile

MATEMÁTICA

Programa de Estudio

Primero medio

Primera edición: noviembre 2016

Decreto Exento N° 1264/2016

Unidad de Currículum y Evaluación

Ministerio de Educación de Chile

Avenida Bernardo O'Higgins 1371

Santiago de Chile

ISBN 9789562926072

Se sugiere verificar la legitimidad y buen funcionamiento de las páginas web recomendadas en este Programa de Estudio. Dado el tiempo desde su publicación, puede que alguna de ellas hayan caducado o conduzcan a otros sitios.

Estimadas y estimados miembros de la Comunidad Educativa:

En el marco de la agenda de calidad y las transformaciones que impulsa la Reforma Educacional en marcha, estamos entregando a ustedes los Programas de Estudio para 1° y 2° medio correspondientes a las asignaturas de Artes Visuales, Ciencias Naturales, Educación Física y Salud, Historia, Geografía y Ciencias Sociales, Inglés, Lengua y Literatura, Matemática, Música, Orientación y Tecnología.

Estos Programas han sido elaborados por la Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación, de acuerdo a las definiciones establecidas en las Bases Curriculares de 2013 y 2015 (Decreto Supremo N° 614 y N° 369, respectivamente) y han sido aprobados por el Consejo Nacional de Educación, para entrar en vigencia a partir de 2017 en 1° medio y el 2018 en 2° medio.

Los Programas de Estudio –en tanto instrumentos curriculares– presentan una propuesta pedagógica y didáctica que apoya el proceso de gestión curricular de los establecimientos educacionales. Desde esta perspectiva, se fomenta el trabajo docente para la articulación y generación de experiencias de aprendizajes pertinentes, relevantes y significativas para sus estudiantes, en el contexto de las definiciones realizadas por las Bases Curriculares que entran en vigencia para estos cursos en los años 2017 y 2018. Los Programas otorgan ese espacio a los y las docentes, y pueden trabajarse a partir de las necesidades y potencialidades de su contexto.

Es de suma importancia promover el diálogo entre estos instrumentos y las necesidades, intereses y características de las y los estudiantes. De esta manera, complejizando, diversificando y profundizando en las áreas de aprendizaje, estaremos contribuyendo al desarrollo de las herramientas que requieren para desarrollarse como personas integrales y desenvolverse como ciudadanos y ciudadanas, de manera reflexiva, crítica y responsable.

Por esto, los Programas de Estudio son una invitación a las comunidades educativas de nuestros liceos a enfrentar el desafío de preparación, estudio y compromiso con la vocación formadora y con las expectativas de aprendizajes que pueden lograr las y los estudiantes. Invito a todos y todas a trabajar en esta tarea de manera entusiasta, colaborativa, analítica y respondiendo a las necesidades de su contexto educativo.

Cordialmente,



**ADRIANA DELPIANO PUELMA**  
**MINISTRA DE EDUCACIÓN**



# Índice

Presentación	8
Nociones básicas	10
Orientaciones para implementar el Programa	14
Orientaciones para planificar el aprendizaje	21
Orientaciones para evaluar los aprendizajes	24
Estructura del Programa de Estudio	28
<b>Matemática</b>	
38	Introducción
40	Organización curricular
45	Orientaciones didácticas
48	Orientaciones de evaluación
<b>Propuesta de organización curricular anual</b>	
54	Objetivos de Aprendizaje para 1° medio
59	Visión global de los Objetivos de Aprendizaje del año
63	Visión global de las actitudes del año

---

## Semestre 1

---

66	Unidad 1
----	----------

---

100	Unidad 2
-----	----------

---

## Semestre 2

---

130	Unidad 3
-----	----------

---

159	Unidad 4
-----	----------

---

## Bibliografía

---

192	Bibliografía para el o la docente
-----	-----------------------------------

---

195	Sitios web recomendados
-----	-------------------------

---

196	Bibliografía para el o la estudiante
-----	--------------------------------------

---

## Anexos

---

200	Anexo 1: Glosario
-----	-------------------

---

218	Anexo 2: Progresión de habilidades de 7° básico a 2° medio
-----	--

---

222	Anexo 3: Progresión de Objetivos de Aprendizaje temáticos de 7° básico a 2° medio
-----	---

---



# Presentación

Las Bases Curriculares, por medio de los Objetivos de Aprendizaje (OA), definen la expectativa formativa que se espera que logren las y los estudiantes en cada asignatura y curso. Dichos objetivos integran conocimientos, habilidades y actitudes fundamentales para que los y las jóvenes alcancen un desarrollo armónico e integral que les permita enfrentar su futuro con las herramientas necesarias para participar de manera activa, responsable y crítica en la sociedad.

Las Bases Curriculares son un referente para los establecimientos que deseen elaborar programas propios, de modo de posibilitarles una decisión autónoma respecto de la manera en que se abordan los Objetivos de Aprendizaje planteados. Las múltiples realidades de las comunidades educativas de nuestro país dan origen a una diversidad de aproximaciones curriculares, didácticas, metodológicas y organizacionales que se expresan en distintos procesos de gestión curricular, los cuales deben resguardar el logro de los Objetivos de Aprendizaje definidos en las Bases. En esta línea, las Bases Curriculares no entregan orientaciones didácticas específicas, sino que proveen un marco a nivel nacional, en términos de enfoque y expectativas formativas.

Al Ministerio de Educación le corresponde la tarea de elaborar Programas de Estudio que entreguen una propuesta pedagógica para la implementación de las Bases Curriculares para aquellos establecimientos que no optan por generar programas propios. Estos Programas constituyen un complemento coherente y alineado con las Bases y buscan ser una herramienta de apoyo para las y los docentes.

Los Programas de Estudio proponen una organización de los Objetivos de Aprendizaje de acuerdo con el tiempo disponible dentro del año escolar. Dicha organización es de carácter orientador y, por tanto, los profesores y las profesoras deben modificarla de acuerdo a la realidad de sus estudiantes y de su escuela, considerando los criterios pedagógicos y curriculares acordados por la comunidad educativa. Adicionalmente, para cada Objetivo de Aprendizaje se sugiere un conjunto de Indicadores de Evaluación que dan cuenta de diversos aspectos que permiten evidenciar el logro de los aprendizajes respectivos.

Cada Programa proporciona, además, orientaciones didácticas para la asignatura que trata y diversas actividades de aprendizaje y de evaluación, de carácter flexible y general, que pueden ser utilizadas, modificadas o remplazadas por otras, según lo estime conveniente cada docente. Las actividades se complementan con sugerencias para las profesoras y los profesores, recomendaciones de recursos didácticos y bibliografía tanto para docentes como para estudiantes.

En síntesis, estos Programas de Estudio se entregan a los establecimientos educacionales como un apoyo para llevar a cabo su labor de enseñanza, en el marco de las definiciones de la Ley General de Educación (Ley N° 20.370 de 2009, del Ministerio de Educación). Así, su uso es voluntario, pues dicha ley determina que cada institución escolar puede elaborar sus propios programas en función de los Objetivos de Aprendizaje establecidos en las Bases Curriculares.

# Nociones básicas

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE COMO INTEGRACIÓN DE CONOCIMIENTOS, HABILIDADES Y ACTITUDES

Los Objetivos de Aprendizaje definen –para cada asignatura– los aprendizajes terminales esperables para cada año escolar. Se refieren a conocimientos, habilidades y actitudes que permiten a los y las estudiantes avanzar en su desarrollo integral, mediante la comprensión de su entorno y la generación de las herramientas necesarias para participar activa, responsable y críticamente en él.

Estos Objetivos de Aprendizaje tienen foco en aspectos esenciales de las disciplinas escolares, por lo que apuntan al desarrollo de aprendizajes relevantes, así como que las y los estudiantes pongan en juego conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto de la asignatura como al desenvolverse en su vida cotidiana.

La distinción entre conocimientos, habilidades y actitudes no implica que estas dimensiones se desarrollen de forma fragmentada durante el proceso formativo, sino que –por el contrario– manifiesta la necesidad de integrarlas pedagógicamente y de relevar las potencialidades de cada proceso de construcción de aprendizaje.

### CONOCIMIENTOS

Los conocimientos corresponden a conceptos, redes de conceptos e información sobre hechos, procesos, procedimientos y operaciones. Esta definición considera el conocimiento como información (sobre objetos, eventos, fenómenos, procesos, símbolos, etc.) y abarca, además, la comprensión de los mismos por parte de las y los estudiantes. Por consiguiente, este conocimiento se integra a sus marcos explicativos e interpretativos, los que son la base para desarrollar la capacidad de discernimiento y de argumentación.

Los conceptos propios de cada asignatura ayudan a enriquecer la comprensión de los y las estudiantes sobre el mundo que los y las rodea y los fenómenos que experimentan u observan. La apropiación profunda de los enfoques, teorías, modelos, supuestos y tensiones existentes en las diferentes disciplinas permite a las y los estudiantes reinterpretar el saber que han elaborado por medio del sentido

común y la vivencia cotidiana (Marzano et al., 1997). En el marco de cualquier disciplina, el manejo de conceptos clave y de sus conexiones es fundamental para que los alumnos y las alumnas construyan nuevos aprendizajes. El logro de los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares implica necesariamente que las y los estudiantes conozcan, expliquen, relacionen, apliquen, analicen y cuestionen determinados conocimientos y marcos referenciales en cada asignatura.

## HABILIDADES

Las habilidades son capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad. Pueden desarrollarse en los ámbitos intelectual, psicomotriz o psicosocial.

En el plano formativo, las habilidades son cruciales al momento de integrar, complementar y transferir el aprendizaje a nuevos contextos. La continua expansión y la creciente complejidad del conocimiento demandan capacidades de pensamiento crítico, flexible y adaptativo que permitan evaluar la relevancia de la información y su aplicabilidad a distintas situaciones, desafíos, contextos y problemas.

Así, desarrollar una amplia gama de habilidades es fundamental para fortalecer la capacidad de transferencia de los aprendizajes, es decir, usarlos de manera juiciosa y efectiva en otros contextos. Los Indicadores de Evaluación y los ejemplos de actividades de aprendizaje y de evaluación sugeridos en estos Programas de Estudio promueven el desarrollo de estos procesos cognitivos en el marco de la asignatura.

## ACTITUDES

Las Bases Curriculares detallan un conjunto de actitudes específicas que surgen de los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT) y que se espera promover en cada asignatura.

Las actitudes son disposiciones desarrolladas para responder, en términos de posturas personales, frente a objetos, ideas o personas, que propician determinados tipos de comportamientos o acciones.

Las actitudes son determinantes en la formación de las personas, pues afectan todas las dimensiones de la vida. La escuela es un factor definitorio en el desarrollo de las actitudes de las y los estudiantes y puede contribuir a formar ciudadanos responsables y participativos, que tengan disposiciones activas, críticas y comprometidas frente a una variedad de temas trascendentes para nuestra sociedad.

Es responsabilidad de la escuela diseñar experiencias de aprendizaje que generen una actitud abierta y motivación por parte de las y los estudiantes, y nutrir dicha actitud durante todo el proceso, de manera que, cuando terminen la educación formal, mantengan el interés por el aprendizaje a lo largo de toda la vida. Promover actitudes positivas hacia el descubrimiento y el desarrollo de habilidades mejora significativamente el compromiso de los alumnos y las alumnas con su propia formación, lo que, a su vez, genera aprendizajes más profundos e impacta positivamente en su autoestima.

Asimismo, el desarrollo de las actitudes presentes en los OAT y en las Bases Curriculares, en general, permite a los y las estudiantes comprender y tomar una posición respecto del mundo que los y las rodea, interactuar con él y desenvolverse de manera informada, responsable y autónoma.

Las actitudes tienen tres dimensiones interrelacionadas: cognitiva, afectiva y experiencial. La dimensión cognitiva comprende los conocimientos y las creencias que una persona tiene sobre un objeto. La afectiva corresponde a los sentimientos que un objeto suscita en los individuos. Finalmente, la experiencial se refiere a las vivencias que la persona ha acumulado con respecto al objeto o fenómeno. De lo anterior se desprende que, para formar actitudes, es necesario tomar en cuenta estas tres dimensiones. Por ejemplo, para generar una actitud positiva hacia el aprendizaje es necesario analizar con las y los estudiantes por qué esto es beneficioso, explicitar las creencias que ellas y ellos tienen al respecto, y promover un ambiente de diálogo en el cual todas y todos expresen su posición, se interesen y valoren el desarrollo intelectual; de esta manera, es posible suscitar experiencias de aprendizaje interesantes y motivadoras.

El desarrollo de actitudes no debe limitarse solo al aula, sino que debe proyectarse hacia los ámbitos familiar y social. Es fundamental que los alumnos y las alumnas puedan satisfacer sus inquietudes, ser proactivos, proactivas y líderes, adquirir confianza en sus capacidades e ideas, llevar a cabo iniciativas, efectuar acciones que los y las lleven a alcanzar sus objetivos, comunicarse en forma efectiva y participar activamente en la construcción de su aprendizaje. De este modo, las y los estudiantes se verán invitadas e invitados a conocer el mundo que las y los rodea, asumir un compromiso con mejorarlo, mostrar mayor interés por sus pares y trabajar en forma colaborativa, valorando las contribuciones de otros y otras.

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE TRANSVERSALES (OAT)

La educación es definida por la Ley General de Educación como “el proceso de aprendizaje permanente que abarca las distintas etapas de la vida de las personas y que tiene como finalidad alcanzar su desarrollo espiritual, ético, moral, afectivo, intelectual, artístico y físico, mediante la transmisión y el cultivo de valores, conocimientos y destrezas” (Mineduc, 2009). En este escenario, la escuela y el liceo, atendiendo al rol educativo que se les ha delegado, juegan un rol fundamental en el proceso formativo de las y los estudiantes.

En este contexto, los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT) aluden tanto al desarrollo personal y social de los y las estudiantes como al desarrollo relacionado con el ámbito del conocimiento y la cultura. El logro de los OAT depende de la totalidad de elementos que conforman la experiencia escolar, la que se ve influida por los énfasis formativos declarados en el Proyecto Educativo Institucional; los procesos de gestión curricular y pedagógica que llevan a cabo las y los docentes y los equipos directivos; las dinámicas de participación y convivencia; las normas, ceremonias y símbolos de la escuela; los aprendizajes abordados en cada asignatura; el despliegue de iniciativas de los y las estudiantes; las interacciones y dinámicas que se establecen en los espacios de recreos, así como las relaciones humanas y vínculos que se generan en la cotidianidad escolar entre todos los integrantes de la comunidad educativa.

Dada su relevancia, los Objetivos de Aprendizaje Transversales deben permear los instrumentos de gestión y la organización del tiempo escolar, las experiencias de aprendizaje que se diseñarán, los instrumentos evaluativos y todas aquellas instancias en que se pueda visibilizar la importancia de estas disposiciones frente a la comunidad educativa.

De acuerdo a lo planteado en las Bases Curriculares de 7° básico a 2° medio, los OAT involucran las siguientes dimensiones: física, afectiva, cognitiva/intelectual, moral, espiritual, proactividad y trabajo, sociocultural y ciudadana, y uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) (Mineduc, 2013). Los Programas de Estudio plantean un conjunto de actitudes específicas que se integran a los conocimientos y a las habilidades propias de cada asignatura y que derivan de dichas dimensiones.

# Orientaciones para Implementar el Programa

Las orientaciones que se presentan a continuación destacan elementos que son relevantes al momento de emplear el Programa de Estudio y que permiten abordar de mejor manera los Objetivos de Aprendizaje especificados en las Bases Curriculares.

## ETAPA DEL DESARROLLO DE LAS Y LOS ESTUDIANTES

La etapa de la adolescencia está marcada por un acelerado desarrollo en los ámbitos físico, cognitivo, social y emocional. Es una etapa favorable para que los y las estudiantes avancen en autonomía y en la comprensión integral del mundo que los rodea. Por ello, es propicio fomentar en las alumnas y los alumnos la construcción de la identidad, la propia imagen y opinión, el desarrollo de la capacidad de monitorear y regular sus desempeños –para facilitar la metacognición y la autorregulación–, y el fortalecimiento de la empatía y el respeto por diferentes miradas sobre un mismo tema.

La interacción se vuelve un tema central en esta etapa del desarrollo. Las y los estudiantes empiezan a interesarse más por participar en intercambios sociales, a la vez que las opiniones de los pares adquieren mayor importancia. En este contexto, el desarrollo de una identidad y opinión propia se vuelve fundamental, así como también contar con las herramientas necesarias para reaccionar adecuadamente frente a las ideas de otros y otras.

En este periodo, los y las estudiantes transitan por procesos de fortalecimiento del pensamiento formal, el que les permite hacer relaciones lógicas, desarrollar el pensamiento crítico, comprender conceptos abstractos y vincular concepciones aparentemente disímiles (Alexander, 2006). Así, es una etapa oportuna para desarrollar una visión más crítica del mundo y para robustecer su capacidad de análisis, de planificación y de establecer hipótesis, lo que, a su vez, les permite plantear otras formas de resolver problemas.

En la adolescencia, las y los estudiantes además empiezan a abrir sus ámbitos de interés y a relacionarse con sus pares en términos de gustos, valores y creencias. En esta etapa, se remarca la necesidad de visualizar una relación entre su aprendizaje y sus vidas, lo que promueve su motivación a aprender. Asimismo, el desarrollo de una mayor independencia y autonomía puede llevar a los y las estudiantes a

reflexionar sobre las experiencias de aprendizaje que experimentan, y a elegir la que les parece más atractiva.

El presente Programa de Estudio incluye ejemplos de actividades que pretenden ser significativas y desafiantes para las y los estudiantes adolescentes, pues plantean problemas vinculados con su cotidianidad y con referentes concretos que conducen hacia la comprensión de conceptos progresivamente más abstractos. La implementación del presente Programa requiere que el o la docente guíe a sus estudiantes a conectar los aprendizajes del ámbito escolar con otros ámbitos de sus vidas y con su propia cultura o la de otras y otros. Para ello, es necesario que conozca los diversos talentos, necesidades, intereses y preferencias de las alumnas y los alumnos, para que las actividades de este Programa sean efectivamente instancias significativas en el ámbito personal y social.

Las actividades se diseñaron como un reto que motive a los alumnos y las alumnas a buscar evidencia y usar argumentos coherentes y bien documentados para solucionarlas. Para ello, las y los estudiantes deberán movilizar sus propios conocimientos de cada asignatura, aplicar habilidades de pensamiento superior (concluir, evaluar, explicar, proponer, crear, sintetizar, relacionar, contrastar, entre otras) y fortalecer aspectos actitudinales, como la confianza en las propias capacidades, la curiosidad, la rigurosidad y el respeto por los y las demás.

Esta propuesta plantea tareas más exigentes, complejas y de ámbitos cada vez más específicos que en los cursos anteriores. No obstante dicha dificultad, es necesario que las y los docentes promuevan intencionadamente la autonomía de los y las estudiantes (por ejemplo, dando espacios para la elección de temas y actividades o para el desarrollo de iniciativas personales), con el propósito de incentivar la motivación por aprender y la autorregulación.

Es fundamental que las profesoras y los profesores entreguen un acompañamiento juicioso, flexible y cercano a las demandas de sus estudiantes para que las actividades de trabajo colaborativo que se incorporen para el logro de distintos objetivos sean una instancia que conduzca a construir aprendizajes profundos y significativos, y a desarrollar de mejor forma habilidades y actitudes para comunicarse y trabajar con otros y otras.

## INTEGRACIÓN Y APRENDIZAJE PROFUNDO

El conocimiento se construye sobre la base de las propias experiencias y saberes previos. Diversos estudios en neurociencia señalan que el ser humano busca permanentemente significados y patrones en los fenómenos que ocurren a su alrededor, lo que, sumado a la influencia que ejercen las emociones sobre los procesos cognitivos, es fundamental para lograr un aprendizaje profundo. Por ello, las experiencias de aprendizaje deben evocar emociones positivas y diseñarse con un nivel adecuado de exigencia, de modo que representen un desafío cognitivo para las alumnas y los alumnos. Investigar, realizar conexiones y transferencias a otras áreas, plantear y resolver problemas complejos, argumentar creencias y teorías, y organizar información de acuerdo a modelos propios son algunos ejemplos de actividades adecuadas para la construcción del aprendizaje.

La integración entre distintas asignaturas, disciplinas y áreas constituye un escenario pedagógico de gran potencial para lograr este propósito. Existe vasta literatura que respalda que el aprendizaje ocurre con más facilidad y profundidad cuando el nuevo material se presenta desde distintas perspectivas, pues permite relacionarlo con conocimientos previos, enriquecerlo, reformularlo y aplicarlo (Jacobs, 1989). Debido a esta integración, los y las estudiantes potencian y expanden sus conocimientos y acceden a nueva información y a diversos puntos de vista. Además, apreciar que el saber es interdisciplinario les permite visualizar que deben ser capaces de usar conocimientos, habilidades y actitudes de varias áreas para desenvolverse en la vida cotidiana y, a futuro, en el mundo laboral.

El presente Programa de Estudio ofrece alternativas de integración disciplinar en diversas actividades, mas es preciso tener en cuenta que las oportunidades de interdisciplinariedad que brindan las Bases Curriculares son amplias y trascienden lo propuesto en este instrumento. En consecuencia, se recomienda a las y los docentes buscar la integración de asignaturas y procurar que los y las estudiantes desarrollen sus habilidades simultáneamente desde diferentes áreas.

## IMPORTANCIA DEL LENGUAJE

En cualquier asignatura, aprender supone poder comprender y producir textos propios de la disciplina, lo que requiere de un trabajo en clases, precisamente, con textos disciplinares. Leer y elaborar textos permite repensar y procesar la información, reproducir el conocimiento y construirlo; por lo tanto, el aprendizaje se profundiza. Para que las y los estudiantes puedan comprender y producir textos es necesario que la o el docente les entregue orientaciones concretas, pues ambos procesos implican una serie de desafíos.

Para promover el aprendizaje profundo mediante la lectura y la producción de textos orales y escritos, se sugiere tener en cuenta –entre otras– las siguientes consideraciones:

- › En lectura, se debe estimular a que los y las estudiantes amplíen y profundicen sus conocimientos mediante el uso habitual de diversa bibliografía, para que así mejoren las habilidades de comprensión lectora. Es importante que aprendan, especialmente, a identificar las ideas centrales, sintetizar la información importante, explicar los conceptos clave, identificar los principales argumentos usados para defender una postura, descubrir contradicciones, evaluar la coherencia de la información y generar juicios críticos y fundamentados en relación con lo leído. Para ello se requiere que las y los docentes modelen y retroalimenten sistemáticamente el proceso.
- › En escritura, es necesario que el o la docente incentive a sus alumnos y alumnas a expresar sus conocimientos, ideas y argumentos, escribiendo textos con la estructura propia de cada disciplina, como un ensayo, un informe de investigación o una reseña histórica, entre otros. Para esto se les debe orientar a que organicen la información para comunicarla con claridad al lector, seleccionando información relevante, profundizando ideas y entregando ejemplos y argumentos que fundamenten dichas ideas.
- › En relación con la comunicación oral, es importante considerar que el ambiente de la sala de clases debe ser propicio para que las y los estudiantes formulen preguntas, aclaren dudas, demuestren interés por aprender y construyan conocimiento colaborativamente. En este contexto, es fundamental que el o la docente estimule a sus estudiantes a participar en diálogos en los que cuestionen, muestren desacuerdo y lleguen a consensos, en un clima de trabajo en el que se respete a las personas y sus ideas y se valore el conocimiento y la curiosidad.

## TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC)

Los Objetivos de Aprendizaje Transversales de las Bases Curriculares contemplan, explícitamente, que las alumnas y los alumnos aprendan a usar las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Esto demanda que se promueva el dominio de estas tecnologías de manera integrada al trabajo propio de cada asignatura.

En el nivel básico, los y las estudiantes debieran desarrollar las habilidades elementales para usar las TIC y, en el nivel medio, se espera que lleven a cabo estas operaciones con mayor fluidez, además de otras de mayor dificultad (buscar información y evaluar su pertinencia y calidad, aportar en redes virtuales de comunicación o participación, utilizar distintas TIC para comunicar ideas y argumentos, modelar información y situaciones, entre otras).

Los Programas de Estudio elaborados por el Ministerio de Educación integran el desarrollo de habilidades de uso de las TIC en todas las asignaturas con los propósitos detallados a continuación.

- › Trabajar con información:
  - Utilizar estrategias de búsqueda para recoger información precisa.
  - Seleccionar información examinando críticamente su calidad, relevancia y confiabilidad.
  - Ingresar, guardar y ordenar información de acuerdo a criterios propios o predefinidos.
  
- › Crear y compartir información:
  - Desarrollar y presentar información usando herramientas y aplicaciones de imagen o audiovisuales, procesadores de texto, presentaciones digitalizadas y gráficos, entre otros medios.
  - Usar herramientas de comunicación en línea para colaborar e intercambiar opiniones en forma respetuosa con pares, miembros de una comunidad y expertos o expertas (correos electrónicos, blogs, redes sociales, chats, foros de discusión, conferencias web, diarios digitales, etc.).
  
- › Profundizar aprendizajes:
  - Usar software y programas específicos para aprender y complementar los conceptos trabajados en las diferentes asignaturas.
  - Usar procesadores de texto, software de presentación y planillas de cálculo para organizar, crear y presentar información, gráficos o modelos.
  
- › Actuar responsablemente:
  - Respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TIC.
  - Señalar las fuentes de las cuales se obtiene la información y respetar las normas de uso y de seguridad.
  - Identificar ejemplos de plagio y discutir las posibles consecuencias de reproducir el trabajo de otras personas.

En este marco, se vuelve fundamental que las profesoras y los profesores consideren la integración curricular de las TIC en el diseño e implementación de los procesos formativos en las distintas asignaturas como una estrategia que apoya y fortalece la construcción de aprendizaje de sus estudiantes.

## ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

En el trabajo pedagógico, es importante que los y las docentes tomen en cuenta la diversidad entre estudiantes en términos culturales, sociales, étnicos, religiosos, de género, de estilos de aprendizaje y de niveles de conocimiento. Esta diversidad enriquece los escenarios de aprendizaje y está asociada a los siguientes desafíos para las profesoras y los profesores:

- › Promover el respeto a cada estudiante, evitando cualquier forma de discriminación y evitando y cuestionando estereotipos.
- › Procurar que los aprendizajes se desarrollen de una manera significativa en relación con el contexto y la realidad de las y los estudiantes.
- › Trabajar para que todas y todos alcancen los Objetivos de Aprendizaje señalados en el currículo, acogiendo la diversidad como una oportunidad para desarrollar más y mejores aprendizajes.

Atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje no implica tener expectativas más bajas para algunos alumnos o algunas alumnas. Por el contrario, hay que reconocer los requerimientos personales de cada estudiante para que todos y todas alcancen los propósitos de aprendizaje pretendidos. En este sentido, conviene que, al diseñar el trabajo de cada unidad, la o el docente considere dichos requerimientos para determinar los tiempos, recursos y métodos necesarios para que cada estudiante logre un aprendizaje de calidad.

Mientras más experiencia y conocimientos tengan las profesoras y los profesores sobre su asignatura y las estrategias que promueven un aprendizaje profundo, más herramientas tendrán para tomar decisiones pertinentes y oportunas respecto de las necesidades de sus alumnos y alumnas. Por esta razón, los Programas de Estudio incluyen numerosos Indicadores de Evaluación, observaciones a la o el docente, sugerencias de actividades y de evaluación, entre otros elementos, para apoyar la gestión curricular y pedagógica. En el caso de estudiantes con necesidades educativas especiales, tanto el conocimiento de las y los docentes como el apoyo y las recomendaciones de las y los especialistas que evalúan a dichos alumnos y dichas alumnas contribuirán a que todos y todas desarrollen al máximo sus capacidades.

Para favorecer la atención a la diversidad, es fundamental que los y las docentes, en su quehacer pedagógico, lleven a cabo las siguientes acciones:

- › Generar ambientes de aprendizaje inclusivos, lo que implica que cada estudiante debe sentir seguridad para participar, experimentar y contribuir de forma significativa a la clase. Se recomienda destacar positivamente las características particulares y rechazar toda forma de discriminación, agresividad o violencia.
- › Utilizar materiales, aplicar estrategias didácticas y desarrollar actividades que se adecuen a las singularidades culturales y étnicas de las y los estudiantes y a sus intereses. Es importante que toda alusión a la diversidad tenga un carácter positivo y que motive a los alumnos y las alumnas a comprenderla y valorarla.
- › Promover un trabajo sistemático, con actividades variadas para diferentes estilos de aprendizaje y con ejercitación abundante, procurando que todos y todas tengan acceso a oportunidades de aprendizaje enriquecidas.
- › Proveer igualdad de oportunidades, asegurando que las alumnas y los alumnos puedan participar por igual en todas las actividades y evitando asociar el trabajo de aula con estereotipos asociados a género, a características físicas o a cualquier otro tipo de sesgo que provoque discriminación.

# Orientaciones para planificar el aprendizaje

La planificación de las experiencias de aprendizaje es un elemento fundamental en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los y las estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para que las alumnas y los alumnos logren dichos aprendizajes, así como definir la mejor forma para evidenciar los logros correspondientes.

Los Programas de Estudio entregados por el Ministerio de Educación son un insumo para que las y los docentes planifiquen las experiencias de aprendizaje; se diseñaron como una propuesta flexible y, por tanto, adaptable a la realidad de los distintos contextos educativos del país.

Los Programas incorporan los mismos Objetivos de Aprendizaje definidos en las Bases Curriculares respectivas. En cada curso, estos objetivos se ordenan en unidades e incluyen un tiempo estimado para ser trabajados. Tales tiempos son una alternativa que se debe revisar y corresponde a cada profesor o profesora adaptar dicha propuesta de acuerdo a los criterios de su institución escolar y a la realidad de sus estudiantes. Además, los Programas de Estudio contienen Indicadores de Evaluación coherentes con los Objetivos de Aprendizaje y sugerencias de actividades de aprendizaje y de evaluación, que son un apoyo pedagógico para planificar y desarrollar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Al planificar para un curso determinado, se recomienda considerar los siguientes aspectos:

- › La diversidad de intereses, niveles y ritmos de aprendizaje de las y los estudiantes de un mismo curso.
- › El tiempo real con que se cuenta, de manera de optimizar el recurso temporal disponible.
- › Las prácticas pedagógicas, propias o de otros, que –en contextos similares– han dado resultados satisfactorios.
- › Los recursos disponibles para el aprendizaje de la asignatura.

Una planificación efectiva involucra una reflexión que debe incorporar aspectos como:

- › Explicitar y organizar temporalmente los Objetivos de Aprendizaje respondiendo preguntas como: ¿Qué queremos que aprendan las y los estudiantes durante el año? ¿Para qué queremos que lo aprendan? ¿Cuál es la mejor secuencia para organizar los objetivos de acuerdo a esta realidad escolar?<sup>1</sup>
- › Definir o seleccionar cómo se evidenciará el logro de cada Objetivo de Aprendizaje. Los Indicadores de Evaluación pueden ser iluminadores en el momento de evaluar el logro de los Objetivos de Aprendizaje y pueden dar señales para diseñar situaciones evaluativas que den espacio a las alumnas y los alumnos para mostrar sus aprendizajes<sup>2</sup>. Con este propósito se deben responder preguntas como: ¿Qué debieran ser capaces de realizar los y las estudiantes que han logrado un determinado Objetivo de Aprendizaje? ¿Cómo se pueden levantar evidencias para constatar que se han logrado los aprendizajes?
- › Definir el propósito de las evaluaciones que se realizarán, tanto formativas como sumativas, e integrar instancias de retroalimentación que enriquezcan el aprendizaje.
- › Determinar qué oportunidades o experiencias de aprendizaje facilitarían el logro de los Objetivos de Aprendizaje por parte de todas las estudiantes y todos los estudiantes.
- › Promover escenarios de metacognición en que los y las estudiantes identifiquen sus fortalezas y desafíos de aprendizaje, e identifiquen estrategias que les permitan fortalecer sus conocimientos, habilidades y actitudes en la asignatura.
- › Procurar escenarios de andamiaje cognitivo, individuales y colaborativos, en los cuales se establezcan permanentemente conexiones con los aprendizajes previos de las y los estudiantes.
- › Releva relaciones entre la asignatura y otras áreas del currículum para suscitar una integración interdisciplinar que favorezca la construcción de un aprendizaje más sólido y profundo.

Se sugiere que la forma de plantear la planificación incorpore alguna(s) de las escalas temporales que se describen a continuación:

- › Planificación anual.
- › Planificación de unidad.
- › Planificación de clases.

---

1 Es preciso recordar que, si bien los Objetivos de Aprendizaje consignados en las Bases Curriculares de cada asignatura y en sus correspondientes Programas de Estudio son prescriptivos, su secuencia y organización pueden ser modificadas para fortalecer con ello la pertinencia de la propuesta curricular para cada realidad escolar.

2 Idealmente, exigiendo la aplicación de lo que han aprendido en situaciones o contextos nuevos, de modo de fomentar la capacidad de aplicar los aprendizajes.

Se recomienda que tanto el formato como la temporalidad de la planificación sea una decisión curricular asumida por la comunidad educativa y fundada en los contextos institucionales específicos y en los diagnósticos de las características, intereses, niveles de aprendizaje y necesidades de los y las estudiantes. En este sentido, el Ministerio de Educación no ha definido como obligatoria ninguna de las escalas temporales presentadas.

	PLANIFICACIÓN ANUAL	PLANIFICACIÓN DE UNIDAD	PLANIFICACIÓN DE CLASES
OBJETIVO	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Formular la estructura curricular del año de manera realista y ajustada al tiempo disponible.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Establecer una propuesta de trabajo de cada unidad, incluyendo evidencia evaluativa y experiencias de aprendizaje, que organice su desarrollo en el tiempo definido (de ser necesario, se sugiere subdividir la propuesta por mes o semana).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Definir las actividades que se desarrollarán (pueden ser las sugeridas en el Programa de Estudio u otras creadas por las y los docentes), resguardando el logro de los Objetivos de Aprendizaje.</li> </ul>
ESTRATEGIAS SUGERIDAS	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Verificar los días del año y las horas de clase por semana para estimar el tiempo total disponible.</li> <li>› Elaborar una propuesta de organización de los Objetivos de Aprendizaje para el año completo, considerando los días efectivos de trabajo escolar.</li> <li>› Identificar, en términos generales, el tipo de actividades y evaluaciones que se requerirán para fortalecer el logro de los aprendizajes.</li> <li>› Ajustar permanentemente la calendarización o las actividades planificadas, de acuerdo a las necesidades de las y los estudiantes y los posibles imprevistos suscitados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Organizar los Objetivos de Aprendizaje por periodo (por ejemplo, puede ser semanal o quincenal).</li> <li>› Proponer una estrategia de diagnóstico de conocimientos previos.</li> <li>› Establecer las actividades de aprendizaje que se llevarán a cabo para que los y las estudiantes logren los aprendizajes.</li> <li>› Generar un sistema de evaluaciones sumativas y formativas, y las instancias de retroalimentación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Desglosar los Objetivos de Aprendizaje en aprendizajes específicos por trabajar.</li> <li>› Definir las situaciones pedagógicas o actividades necesarias para lograr esos aprendizajes y las evidencias que se levantarán para evaluar el logro de estos, además de preguntas o problemas desafiantes para las y los estudiantes.</li> <li>› Integrar recursos y estrategias pedagógicas variadas.</li> <li>› Considerar la diversidad de estudiantes en el aula, proponiendo oportunidades de aprendizaje flexibles y variadas.</li> <li>› Considerar un tiempo para que los y los estudiantes compartan una reflexión final sobre lo aprendido, su aplicación, relevancia y su proyección a situaciones nuevas.</li> </ul>

# Orientaciones para evaluar los aprendizajes

La evaluación forma parte constitutiva del proceso de enseñanza y aprendizaje. Cumple un rol central en la promoción, la retroalimentación y el logro de los aprendizajes. Para que esta función se cumpla, la evaluación debe tener como propósitos:

- › Dar cuenta de manera variada, precisa y comprensible del logro de los aprendizajes.
- › Ser una herramienta que permita la autorregulación de la o el estudiante, es decir, que favorezca su comprensión del nivel de desarrollo de sus aprendizajes y de los desafíos que debe asumir para mejorarlos.
- › Proporcionar a la o el docente información sobre los logros de aprendizaje de sus estudiantes que le permita analizar la efectividad de sus prácticas y propuestas y ajustarlas al grado de avance real de sus alumnos y alumnas.

## ¿CÓMO PROMOVER EL APRENDIZAJE POR MEDIO DE LA EVALUACIÓN?

Se deben considerar los siguientes aspectos para que la evaluación sea un medio adecuado para promover el aprendizaje:

- › Dar a conocer los criterios de evaluación a las y los estudiantes antes de la evaluación. Una alternativa para asegurar que realmente comprendan estos criterios es analizar ejemplos de trabajos previos que reflejen mayor y menor logro, para mostrarles los aspectos centrales del aprendizaje que deben desarrollar y cómo puede observarse mayor o menor logro.
- › Retroalimentar las actividades evaluativas, de modo que las alumnas y los alumnos tengan información certera y oportuna acerca de su desempeño, y así poder orientar y mejorar sus aprendizajes.
- › Realizar un análisis de los resultados generados por las evaluaciones tanto a nivel global (por grupo curso) como a nivel particular (por estudiante). Se aconseja que este análisis sistematice la información organizándola por objetivo, eje, ámbito, habilidades u otro componente evaluado, de modo de definir los ajustes pedagógicos y apoyos necesarios de realizar.
- › Considerar la diversidad de formas de aprender de los y las estudiantes, por lo que se sugiere incluir estímulos y recursos de distinto tipo, tales como visuales, auditivos u otros.

- › Utilizar diferentes métodos de evaluación, dependiendo del objetivo que se evaluará y el propósito de la evaluación. Para esto se sugiere utilizar una variedad de medios y evidencias, como actividades de aplicación/desempeño, portafolios, registros anecdóticos, proyectos de investigación (grupales e individuales), informes, presentaciones y pruebas (orales y escritas), entre otros.

En la medida en que las y los docentes orienten a sus estudiantes y les den espacios para la autoevaluación y la reflexión, los alumnos y las alumnas podrán hacer un balance de sus aprendizajes y asumir la responsabilidad de su propio proceso formativo.

## ¿CÓMO DISEÑAR E IMPLEMENTAR LA EVALUACIÓN?

La evaluación juega un importante rol en motivar a las y los estudiantes a aprender. La pregunta clave que ayuda a definir las actividades de evaluación es: ¿Qué evidencia demostrará que el alumno o la alumna realmente logró el Objetivo de Aprendizaje? Así, es importante diseñar las evaluaciones de una unidad de aprendizaje a partir de los Objetivos de Aprendizaje planificados, resguardando que haya suficientes instancias de práctica y apoyo a los y las estudiantes para lograrlos. Para cumplir con este propósito, se recomienda diseñar las evaluaciones al momento de planificar considerando para ello las siguientes acciones:

1. Identificar el(los) Objetivo(s) de Aprendizaje de la unidad de aprendizaje y los Indicadores de Evaluación correspondientes. Estos ayudarán a visualizar los desempeños que demuestran que los y las estudiantes han logrado dicho(s) Objetivo(s).
2. Reflexionar sobre cuál(es) sería(n) la(s) manera(s) más fidedigna(s) de evidenciar que las alumnas y los alumnos lograron aprender lo que se espera, es decir, qué desempeños o actividades permitirán a los y las estudiantes aplicar lo aprendido en problemas, situaciones o contextos nuevos, manifestando, así, un aprendizaje profundo. A partir de esta reflexión, es importante establecer la actividad de evaluación principal, que servirá de “ancla” o “meta” de la unidad, y los criterios de evaluación que se utilizarán para juzgarla, junto con las pautas de corrección o rúbricas correspondientes. Las evaluaciones señalan a los y las estudiantes lo que es relevante de ser aprendido en la

unidad y modelan lo que se espera de ellos y ellas. Por esto, es importante que las actividades evaluativas centrales de las unidades requieran que las y los estudiantes pongan en acción lo aprendido en un contexto complejo, idealmente de la vida real, de modo de fomentar el desarrollo de la capacidad de transferir los aprendizajes a situaciones auténticas que visibilicen su relevancia y aplicabilidad para la vida, más allá de la escuela o liceo.

3. Definir actividades de evaluación complementarias (por ejemplo, análisis de casos cortos, ensayos breves, pruebas, controles, etc.) que permitan ir evaluando el logro de ciertos aprendizajes más específicos o concretos que son precondition para lograr un desempeño más complejo a partir de ellos (el que se evidenciaría en la actividad de evaluación principal).
4. Al momento de generar el plan de experiencias de aprendizaje de la unidad, definir las actividades de evaluación diagnóstica que permitan evidenciar las concepciones, creencias, experiencias, conocimientos, habilidades y/o actitudes que las y los estudiantes tienen respecto de lo que se trabajará en dicho periodo, y así brindar información para ajustar las actividades de aprendizaje planificadas.
5. Identificar los momentos o hitos en el transcurso de las actividades de aprendizaje planeadas en que será importante diseñar actividades de evaluación formativa, más o menos formales, con el objeto de monitorear de forma permanente el avance en el aprendizaje de todos y todas. La información que estas generen permitirá retroalimentar, por una parte, a los y las estudiantes sobre sus aprendizajes y cómo seguir avanzando y, por otra, a la o el docente respecto de cuán efectivas han sido las oportunidades de aprendizaje que ha diseñado, de modo de hacer ajustes a lo planificado según las evidencias entregadas por estas evaluaciones. Para que las actividades de evaluación formativa sean realmente útiles desde un punto de vista pedagógico, deben considerar instancias posteriores de aprendizaje para que las y los estudiantes puedan seguir trabajando, afinando y avanzando en lo que fue evaluado. Finalmente, es necesario procurar que las actividades de aprendizaje realizadas en clases sean coherentes con el objetivo y la forma de evidenciar su logro o evaluación.
6. Informar con precisión a las alumnas y los alumnos, antes de implementar la evaluación, sobre las actividades de evaluación que se llevarán a cabo para evidenciar el logro de los Objetivos de la unidad y los criterios con los que se juzgará su trabajo. Para asegurar que los y las estudiantes realmente comprenden qué es lo que se espera de ellos y ellas, se puede trabajar basándose en ejemplos o modelos de los niveles deseados de rendimiento, y comparar modelos o ejemplos de alta calidad con otros de menor calidad.

7. Planificar un tiempo razonable para comunicar los resultados de la evaluación a las y los estudiantes. Esta instancia debe realizarse en un clima adecuado para estimularlas y estimularlos a identificar sus errores y/o debilidades, y considerarlos como una oportunidad de aprendizaje.

Es fundamental para el aprendizaje que el o la docente asuma el proceso evaluativo con una perspectiva de mejora continua y que, de esta manera, tome decisiones respecto a su planificación inicial de acuerdo con la información y el análisis de resultados realizado. En este contexto, el proceso evaluativo debiese alimentar la gestión curricular y pedagógica de la o el docente y así mejorar sus prácticas formativas, tanto a nivel individual como por departamento o área.

# Estructura del Programa de Estudio

## PÁGINA RESUMEN

### UNIDAD 2

#### PROPÓSITO

##### Propósito:

Párrafo breve que resume el objetivo formativo de la unidad. Se detalla qué se espera que el o la estudiante aprenda en la unidad, vinculando los contenidos, las habilidades y las actitudes de forma integrada.

En esta unidad, los y las estudiantes resuelven sistemas  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales, de manera concreta, pictórica y simbólica, y utilizan representaciones gráficas y de balanzas para determinar soluciones del sistema de ecuaciones. Asimismo, deben diferenciar entre solución única, solución infinita y sin solución. También, se tratan cuatro formas de resolver un sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales, a saber: el método gráfico, por sustitución, por igualación y por reducción. Para estos efectos, se emplea el conocimiento adquirido en la unidad anterior sobre la operatoria con números racionales. Las y los estudiantes refuerzan lo aprendido sobre función lineal, incorporando la noción de linealidad en dos variables; se recurre a fijar los parámetros  $a$  y  $b$  de la relación lineal en dos variables y a determinar relaciones en el gráfico. En esta etapa, el trabajo debe ser sencillo, variado y lento, quedándose en el nivel de haz de rectas paralelas y determinando condiciones sobre el punto de corte con el eje  $Y$ . Se desarrolla la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, considerando algunos ángulos centrales, divisiones del círculo y la noción de perímetro y área del mismo para conjeturar respecto de las fórmulas.

#### CONOCIMIENTOS PREVIOS

##### Conocimientos previos:

Lista ordenada de conceptos, habilidades y actitudes que el o la estudiante debe manejar antes de iniciar la unidad.

- › Concepto de función.
- › Función lineal.
- › Ecuaciones con números racionales.
- › Inecuaciones con números racionales.
- › Función afín.
- › Área y perímetro del círculo.

## PALABRAS CLAVE

Sistema de ecuaciones lineales ( $2 \times 2$ ), solución única, solución infinita, sin solución, linealidad en dos variables, parámetros, sectores circulares, segmentos circulares.

## CONOCIMIENTOS

- › Sistemas de ecuaciones lineales ( $2 \times 2$ ).
- › Relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x, y) = ax + by$ .
- › Área y perímetro de sectores y segmentos circulares.

## HABILIDADES

- › Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. **(OA d)**
- › Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad. **(OA h)**
- › Seleccionar modelos e identificar cuándo dos variables dependen linealmente o afinmente en un intervalo de valores. **(OA i)**
- › Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad. **(OA j)**
- › Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas. **(OA l)**
- › Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. **(OA o)**

## ACTITUDES

- › Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas. **(OA A)**
- › Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**

### Palabras clave:

Vocabulario esencial que la o el estudiante debe aprender en la unidad.

### Conocimientos, habilidades y actitudes:

Lista de los conocimientos, las habilidades y las actitudes por desarrollar en la unidad.

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE E INDICADORES DE EVALUACIÓN SUGERIDOS

### Objetivos de Aprendizaje:

Son los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares que definen los aprendizajes terminales del año para cada asignatura. Se refieren a conocimientos, habilidades y actitudes que buscan favorecer la formación integral de los y las estudiantes. En cada unidad se explicitan los Objetivos de Aprendizaje a trabajar.

### Indicadores de Evaluación:

Los Indicadores de Evaluación detallan un desempeño observable (y, por lo tanto, evaluable) de la o el estudiante en relación con el Objetivo de Aprendizaje al cual están asociados. Son de carácter sugerido, por lo que el o la docente puede modificarlos o complementarlos. Cada Objetivo de Aprendizaje cuenta con varios Indicadores, dado que existen múltiples desempeños que pueden demostrar que un aprendizaje ha sido desarrollado.

UNIDAD 2	
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que las y los estudiantes sean capaces de:	Los y las estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 4</b></p> <p>Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2 x 2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verifican que una sola ecuación en dos variables <math>ax + by = c</math> (con <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> fijo) tiene como solución infinitos pares ordenados <math>(x, y)</math> de números.</li> <li>• Transforman ecuaciones de la forma <math>ax + by = c</math> a la forma <math>y = -\frac{a}{b} \cdot x + \frac{c}{b}</math>, reconociendo la función afín.</li> <li>• Representan sistemas de ecuaciones lineales y sus soluciones, de manera concreta (balanzas), pictórica (gráficos) o simbólica.</li> <li>• Elaboran los gráficos de un sistema de la forma:               <math display="block">ax + by = c</math> <math display="block">dx + ey = f</math> </li> <li>• Resuelven sistemas de ecuaciones lineales utilizando métodos algebraicos de resolución, como eliminación por igualación, sustitución y adición.</li> <li>• Modelan situaciones de la vida diaria y de ciencias, con sistemas 2 x 2 de ecuaciones lineales.</li> </ul>

## UNIDAD 2

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

### INDICADORES DE EVALUACIÓN

Se espera que las y los estudiantes sean capaces de:

Los y las estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:

#### **OA 5**

Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x,y) = ax + by$ ; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:

- Creando tablas de valores con  $a$ ,  $b$  fijo y  $x$ ,  $y$  variable.
- Representando una ecuación lineal dada, por medio de un gráfico, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando  $c$  en la ecuación  $ax + by = c$ ;  $a$ ,  $b$ ,  $c \in \mathbb{Q}$  (decimales hasta la décima).

- Elaboran tablas y gráficos para ecuaciones de la forma  $ax + by = c$  con  $a$ ,  $b$  valores fijos  $a$  y  $b \in \mathbb{Q}$  y  $c$  con valores variables.
- Reconocen el cociente  $-\frac{a}{b}$  como pendiente de la recta con la ecuación  $ax + by = c$ .
- Confeccionan modelos 3D (figuras rectangulares o poligonales en niveles equidistantes) y los proyectan al plano para identificar la proyección de los bordes como líneas de la forma  $ax + by = c$ .
- Reconocen que las líneas con mayor densidad en el plano de proyección representan mayor cambio (pendiente) en el modelo 3D.
- Confeccionan un haz de gráficos de funciones afines, sobre la base de la función  $f(x,y) = ax + by$  (con  $a$  y  $b$  fijo).
- Resuelven en el plano cartesiano problemas geométricos que involucren ecuaciones de la forma  $ax + by = c$ .
- Representan fenómenos geográficos y cotidianos mediante funciones lineales  $f(x,y)$  en dos variables.

## SUGERENCIAS DE ACTIVIDADES

### Objetivos de Aprendizaje:

Son los OA especificados en las Bases Curriculares.

En ocasiones, un OA puede ser abordado por un conjunto de actividades, así como una actividad puede corresponder a más de un OA.

### Actividades:

Corresponden a la propuesta metodológica que ayuda a la o el docente a favorecer el logro de los Objetivos de Aprendizaje. Estas actividades pueden ser complementadas con el texto de estudio u otros recursos, o ser una guía para que el profesor o la profesora diseñe sus propias actividades.

### ® Relación con otras asignaturas:

Indica que la actividad se relaciona con Objetivos de Aprendizaje de otras asignaturas, en sus respectivos niveles.

### Observaciones al docente:

Son sugerencias para la mejor implementación de la actividad. Generalmente están referidas a estrategias didácticas, fuentes y recursos (libros, sitios web, películas, entre otros) o alternativas de profundización del aprendizaje abordado.

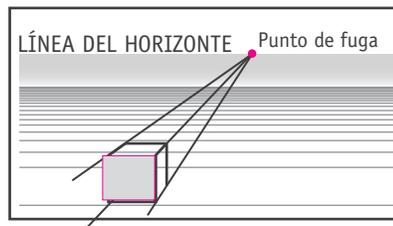
### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 8

Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:

- › Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.
- › Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.
- › Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con software educativo.
- › Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.

8. El dibujo muestra el principio de una perspectiva que da una impresión espacial de objetos dibujados en 2D.



- Los alumnos y alumnas describen el dibujo.
- Responden: ¿Con qué transformación se logra la imaginación espacial? ¿Qué significado tiene el “punto de fuga”?
- Construyen una imagen tridimensional de un cubo, a partir de un cuadrado dado. Eligen adecuadamente la línea del horizonte.
- Describen y comunican la construcción realizada.

### Observaciones a la o el docente

Los siguientes problemas se pueden trabajar en parejas de estudiantes; cada pareja se hace responsable de la interpretación de un dibujo diferente (a. y b.), y luego construyen una imagen tridimensional (b. y c.). Se aconseja trabajar con tiempo, dando para la primera y segunda parte unos 20 minutos, y para presentar, 5 minutos por pareja, momento en el cual siempre tres parejas forman un grupo y presentan sucesivamente sus trabajos. En forma autónoma, se explica cada vez el problema y la solución en forma precisa, dando argumentos artísticos y matemáticos.

Con esto se favorece el desarrollo de trabajo cooperativo; las alumnas y los alumnos aprenderán a compartir, obedecer y asumir responsabilidades, aceptar reglas y plazos en un trabajo sin supervisión. (OA D)

® Artes Visuales.

## SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

### EVALUACIÓN 1

#### Objetivo de Aprendizaje

##### OA 2

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
- Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.

#### Indicadores de Evaluación

- Aplican las propiedades de la multiplicación, la división y la potenciación de potencias en ejercicios.
- Resuelven problemas de la vida diaria y de otras asignaturas relacionados con potencias de base racional y exponente entero.

#### Sugerencias de evaluación:

Esta sección incluye actividades de evaluación para los OA considerados en la unidad. El propósito es que la actividad diseñada sirva como ejemplo, de forma que la o el docente pueda utilizarla como referente para la elaboración de su propia propuesta pedagógica. En este sentido, no buscan ser exhaustivas en variedad, cantidad ni forma. Los ejemplos de evaluación pueden ir acompañados de **criterios de evaluación** que definan más específicamente los logros de aprendizaje.

#### Objetivos de Aprendizaje:

Son los OA especificados en las Bases Curriculares. En ocasiones, un OA puede ser evaluado por un conjunto de sugerencias de evaluación o una misma evaluación puede articularse con más de un OA.

#### Indicadores de Evaluación:

Son desempeños o acciones específicas observables en la o el estudiante que entregan evidencia del logro de un conocimiento, habilidad o actitud.

## EVALUACIÓN 1

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<p>Esta evaluación se puede registrar en el diario de vida matemático y se trabaja de parejas o en grupo.</p> <p>Los y las estudiantes realizan lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Juegan considerando la siguiente consigna: “Dime cuál es la quinta potencia de tu edad y yo te diré cuál es tu edad”.</li><li>• Utilizan la calculadora para determinar la quinta potencia de diferentes edades y de otros números.</li><li>• Explican el “truco” del juego a sus compañeras y compañeros y dan argumentos.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Calculan la quinta potencia de sus edades y de otros números.</li><li>• Conjeturan que cada vez que un número se eleva a cinco, el dígito de las unidades se mantiene.</li><li>• Determinan de forma intuitiva el dígito de las decenas para diferentes edades.</li><li>• Explican el “truco” del juego.</li><li>• Potencian los números del uno hasta el nueve, y concluyen que siempre el último dígito es el mismo en la quinta potencia.</li><li>• Escriben números de dos dígitos como sumas de potencias de diez.</li><li>• Prueban qué ocurre cuando una adición (binomio) se eleva a 5.</li><li>• Utilizan el concepto de potencias para potenciar binomios.</li><li>• Generalizan lo que se hace con números de dos dígitos a números de tres o más dígitos.</li><li>• Argumentan matemáticamente el porqué de la conjetura, y para esto utilizan razonamientos inductivos y la descomposición de los números en potencias de diez.</li></ul>

# Referencias bibliográficas

**Alexander, A. (2006).** *Psychology in Learning and Instruction*. New Jersey: Pearson.

**Jacobs, H.H. (1989).** *Interdisciplinary Curriculums. Design and Implementation*. Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development.

**Ley N° 20.370.** Ley General de Educación. *Diario Oficial de la República de Chile*. Santiago, 12 de septiembre de 2009.

**Marzano, R., Pickering, D., Arredondo, D., Blackburn, G., Brandt, R., Moffett, C., Paynter, D., Pollock, J. & Whisler, J. (1997).** *Dimensions of Learning: Teacher's Manual*. Colorado: ASCD.

**Ministerio de Educación. (2014).** *Bases Curriculares 2013, 7° básico a 2° medio*. Santiago de Chile: Autor.



# Matemática

# Matemática

## INTRODUCCIÓN

Comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para las y los ciudadanos en el mundo moderno. Para resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, se requiere de un cierto nivel de comprensión de las matemáticas, de razonamiento matemático y del uso de herramientas matemáticas. La formación matemática y la alfabetización en esta materia, de todos los ciudadanos y ciudadanas, se consideran elemento esencial a tener en cuenta para el desarrollo de cualquier país. Se conoce como alfabetización matemática la capacidad de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar en forma adecuada tanto los conocimientos como las herramientas de la disciplina para resolver problemas cotidianos.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo tienen profundas e importantes consecuencias en la formación de las personas. Aprender matemática influye en el concepto que niños y niñas, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades, en parte porque el entorno social lo valora y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior, pero sobre todo porque faculta para confiar en el propio razonamiento y para usar de forma efectiva diversas estrategias para resolver problemas significativos relacionados con su vida. Así, el proceso de aprender matemática ayuda a que la persona se asuma como un ser autónomo y valioso en la sociedad.

En consecuencia, se trata de un conocimiento cuya calidad, pertinencia y amplitud afecta la calidad de vida de las personas y sus posibilidades de actuar en el mundo.

La matemática es una herramienta fundamental que explica la mayoría de los avances de nuestra sociedad y les sirve de soporte científico. Sus aportes están en la base de la innovación en tecnología, ciencia, transporte, comunicaciones y se aplican en otras áreas, como las artes, la geografía y la economía. Tradicionalmente, el aprendizaje de esta disciplina se ha asociado solo con asimilar fórmulas, procedimientos y símbolos; sin embargo, la matemática es dinámica, creativa, utiliza un lenguaje universal y se ha desarrollado como medio para aprender a pensar y para resolver problemas. Por otra parte, se suele hacer referencia a ella como un espacio de certeza y de estabilidad (como ocurre en el álgebra o la geometría), pero también propone explicaciones a fenómenos inciertos de la vida cotidiana, por lo que el pensamiento estadístico y probabilístico son componentes destacados de la matemática. Así, es capaz de explicar los patrones y las irregularidades, la continuidad y el cambio.

La formación matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y sus interrelaciones, preparando a las y los estudiantes para la comprensión del medio en que se desenvuelven; un medio en que la cultura, la tecnología y las ciencias se están redefiniendo y haciendo más complejas permanentemente. Esto queda de manifiesto en la cantidad de información que contiene datos e ideas abstractas acerca de temas económicos, técnicos y científicos, entre otros. Estas Bases proponen formar

a un o una estudiante que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos para describir y analizar el mundo con el fin de desenvolverse efectivamente en él. Se procura que la asignatura lo faculte para integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimientos, de modo de poder sacar conclusiones y enfrentar situaciones cotidianas de diferente complejidad. En síntesis, la matemática entrega herramientas únicas y poderosas para entender el mundo.

En esa perspectiva, es indispensable que las y los estudiantes adquieran una sólida comprensión de los conceptos matemáticos fundamentales, como los números enteros, las potencias y raíces, porcentajes, funciones, ecuaciones e inecuaciones, homotecia, muestreo y azar, y muestren esa comprensión por medio de la representación, la operatoria, la explicación, la relación y la aplicación de dichos conceptos. De este modo, se espera que adquieran la capacidad de emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos. Esto implica que deben aprender a aplicar el razonamiento matemático y a utilizar conceptos, procedimientos, datos y herramientas para entender, describir, explicar y predecir fenómenos. De esta forma, podrán reconocer el papel que juega esta disciplina en el mundo, formular juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias y constructivas.

Para lograrlo, es necesario que desarrollen el **pensamiento matemático**, uno de los principales focos a los cuales se orienta el currículum de esta asignatura. Esto implica formar a estudiantes que perciban la matemática en su entorno y que se valgan de los conocimientos adquiridos como una herramienta útil para describir el mundo y para

manejarse efectivamente en él; que reconozcan las aplicaciones de la matemática en diversos ámbitos y que la usen para comprender situaciones y resolver problemas. El pensamiento matemático se define como una capacidad que nos permite comprender las relaciones del entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarlas y comunicarlas. En este sentido, el papel de la enseñanza de la disciplina es desarrollar las habilidades que generan el pensamiento matemático, sus conceptos y procedimientos básicos, con el fin de comprender y producir información representada en términos matemáticos. Se pretende que las y los estudiantes desarrollen el razonamiento lógico, que implica seleccionar, ordenar y clasificar consistentemente de acuerdo a criterios bien definidos, así como seguir reglas e inferir resultados. En este ciclo, se pretende además que avancen progresivamente hacia el trabajo deductivo y el pensamiento abstracto, dándole sentido a sus experiencias a partir de premisas o símbolos matemáticos.

La asignatura se focaliza en la **resolución de problemas**. Resolver un problema implica no solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también la creatividad para buscar y probar diversas soluciones. Al poner el énfasis en la resolución de problemas, se busca, por un lado, que los y las estudiantes descubran la utilidad de las matemáticas en la vida real y, por otro, abrir espacios para conectar esta disciplina con otras asignaturas. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje no es la solución a un problema matemático específico, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones en cualquier área del conocimiento.

Otro de los énfasis del currículum de Matemática busca que las y los estudiantes sean capaces de transitar entre los distintos niveles de **representación** (concreto, pictórico y simbólico), traduciendo situaciones de la vida cotidiana a lenguaje formal o utilizando símbolos matemáticos para resolver problemas o explicar situaciones concretas. Así se logra que las expresiones matemáticas adquieran un sentido próximo para las alumnas y los alumnos.

Las Bases Curriculares dan relevancia al **modelamiento matemático**. El objetivo de desarrollar esta habilidad es lograr que el o la estudiante construya una versión simplificada y abstracta de los sistemas que operan en la realidad, que capture los patrones clave y los exprese mediante símbolos matemáticos.

Asimismo, las **habilidades comunicativas y argumentativas** son centrales. Las primeras se relacionan con la capacidad de expresar ideas con claridad y son muy importantes para comprender el razonamiento que hay detrás de cada problema resuelto o concepto comprendido. Las segundas permiten desarrollar una actitud reflexiva y abierta al debate de sus fundamentos. Por otro lado, las Bases de la asignatura promueven **el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC)**, fundamentalmente como un apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, para manipular representaciones de funciones y de objetos geométricos, o bien para organizar la información y comunicar resultados. La asignatura se orienta a la comprensión de las distintas operaciones matemáticas; por lo tanto, el uso de las TIC como herramienta debe reservarse para las comprobaciones rápidas de cálculos, y para efectuar una gran cantidad de operaciones, o para realizar operaciones con números muy grandes. Es necesario que las y los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos y las operaciones involucradas antes de usar estos medios.

Considerando que el proceso de aprendizaje que proponen estos programas para la asignatura de Matemática relaciona constantemente las experiencias

de los alumnos y las alumnas con el conocimiento matemático, se espera que ellos y ellas desarrollen una inclinación favorable hacia la disciplina. Especialmente en relación con los injustificados resultados inferiores de las mujeres en la asignatura<sup>3</sup>, se pretende que las estudiantes adquieran mayor confianza y empatía respecto del aprendizaje de la disciplina, y se busca estimular su participación en la clase de Matemática en condiciones de igualdad.

## ORGANIZACIÓN CURRICULAR

### HABILIDADES

En este ciclo se desarrollan cuatro habilidades (resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar) que se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos, y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos.

#### Resolver problemas

Aprender a resolver problemas es tanto un medio como un fin en la adquisición de una buena educación matemática. Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando la o el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento determinado. Para ello las y los estudiantes necesitan usar estrategias, comprobar y comunicar: experimentar, escoger, inventar y aplicar diferentes estrategias (ensayo y error, metáforas o algún tipo de representación, modelar, realizar simulaciones, efectuar transferencias desde problemas similares ya resueltos, descomposición, etc.); comparar diferentes

3 Agencia de Calidad de la Educación, Chile. (2011). *Resultados TIMSS 2011 Chile: Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias*. Santiago de Chile. Chile, Ministerio de Educación SIMCE – Unidad de Currículum y Evaluación (2009). *Resumen de resultados PISA 2009, Chile*. Recuperado de [http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/files\\_mf/resumenderesultadospisa2009chile.pdf](http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/files_mf/resumenderesultadospisa2009chile.pdf)

vías de solución y evaluar las respuestas obtenidas y su pertinencia. De este modo, se fomenta el pensamiento reflexivo, crítico y creativo.

Cabe destacar que la importancia de la habilidad de resolver problemas debe ser desarrollada y aplicada frecuentemente en problemas rutinarios y no rutinarios. También es importante que los y las estudiantes desarrollen la capacidad de plantearse problemas y de hacer preguntas. Esto lleva a comprender la clase como un lugar donde se entrelazan la creatividad y la curiosidad, donde se pueden formular nuevas preguntas y generar situaciones de interés personal en el marco de proyectos. Específicamente, se espera que logren plantearse nuevos problemas y resolverlos, utilizando conocimientos previos e investigando sobre lo que desconocen para llegar a la resolución.

### **Representar**

Para trabajar con educación matemática de manera precisa, se requiere conocer un lenguaje simbólico (abstracto). En estos programas, al igual que en los de Educación Básica, se propone transitar fluidamente desde la representación concreta hacia la pictórica, para avanzar progresivamente hacia el lenguaje simbólico. Las metáforas, las representaciones y las analogías juegan un rol clave en este proceso y permiten que las y los estudiantes construyan sus propios conceptos matemáticos. Representar tiene grandes ventajas para el aprendizaje; entre ellas, permite relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, ligando diferentes niveles de representación (concreto, pictórico y simbólico); potencia la comprensión, memorización y explicación de las operaciones, relaciones y conceptos matemáticos, y brinda un significado cercano a las expresiones matemáticas.

Así, la matemática se vuelve accesible para todos, se hace cercana a la vida y a la experiencia de cada uno y cada una, se amplía el número de estudiantes que se interesan por aprenderla y lo hacen con una adecuada profundidad.

En este ciclo se desarrollan conocimientos por medio del “aprender haciendo” en situaciones concretas, traduciéndolas a un nivel gráfico y utilizando símbolos matemáticos; de esa manera se logra un aprendizaje significativo y se desarrolla la capacidad de pensar matemáticamente. Específicamente, se espera que las y los estudiantes extraigan información desde el entorno y elijan distintas formas de expresar esos datos (tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, etc.) según las necesidades de la actividad o la situación; que usen e interpreten representaciones concretas, pictóricas o simbólicas para resolver problemas, y que identifiquen la validez y las limitaciones de esas representaciones según el contexto.

### **Modelar**

En los presentes programas, se considera que modelar es una habilidad que permite resolver problemas reales mediante la construcción de modelos, que pueden ser físicos, computacionales o simbólicos, y que sirven para poner a prueba el objeto real y ver cómo responde frente a diferentes factores o variantes.

El modelo construido debe capturar parte de las características de una realidad dinámica para poder estudiarla, modificarla o evaluarla. Asimismo, permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. Así, los y las estudiantes aprenden a usar variadas formas para representar datos, y a seleccionar y aplicar los métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas. Las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellos y ellas. Es decir, se pretende que, por medio del modelamiento matemático, los estudiantes apliquen métodos matemáticos y herramientas apropiadas para resolver problemas del mundo real.

Al construir modelos, las y los estudiantes descubren regularidades o patrones y son capaces de expresar esas características fluidamente, ya sea con sus propias palabras o con un lenguaje más formal; además, desarrollan la creatividad y la capacidad de razonamiento y de resolución de problemas, y encuentran soluciones que pueden transferir a otros contextos. Se espera que, en este ciclo:

- › Usen modelos, comprendan y apliquen correctamente las reglas que los definen.
- › Seleccionen modelos comparándolos según su capacidad de capturar fenómenos de la realidad.
- › Ajusten modelos cambiando sus parámetros o considerando buenos parámetros de un modelo dado.

La capacidad de modelar se puede aplicar en diversos ámbitos y contextos que involucren operaciones matemáticas con números reales o con expresiones algebraicas, análisis de datos, probabilidad de ocurrencia de eventos y sistemas geométricos.

Por otro lado, usar metáforas de experiencias cercanas ayuda a los y las estudiantes a comprender conocimientos matemáticos; por ejemplo, explicar las funciones como una máquina que transforma los números, u ordenar los números en una recta y explicar la adición como pasos hacia la derecha de esa recta. En el uso de metáforas se reconocen tres ventajas para el aprendizaje: relacionar experiencias personales con el conocimiento formal; potenciar la comprensión, memorización y explicación de conceptos matemáticos; y brindar a las expresiones matemáticas un significado cercano.

### **Argumentar y comunicar**

La habilidad de comunicar se desarrolla principalmente cuando el o la estudiante tiene la oportunidad de expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que incluyen desde explicar las propiedades básicas de los objetos familiares, los cálculos, procedimientos y resultados de más de una

manera, hasta explicar los patrones y tendencias de los datos, las ideas y las relaciones más complejas, entre ellas, las relaciones lógicas.

Reflexionar sobre los procedimientos, propios o de otros, comparar o sostener intercambios sobre situaciones matemáticas problemáticas, optimiza el proceso de aprendizaje. Los verbos conjeturar, describir, fundamentar y verificar caracterizan las actividades matemáticas básicas y se deben utilizar a diario en clases de Matemática. Lo anterior prepara el camino para las argumentaciones complejas que se deben realizar en este ciclo. Se apunta principalmente a que los y las estudiantes sepan diferenciar entre una argumentación intuitiva y una argumentación matemática; a que sean capaces de interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas y puedan convencer a otros y otras de que la propuesta es válida matemáticamente y aceptada por todos y todas. De esta manera, serán capaces de efectuar demostraciones matemáticas de proposiciones, en un lenguaje matemático, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.

Para lograrlo, es importante que el o la docente les otorgue la oportunidad de describir, explicar y discutir colectivamente sus soluciones, argumentos e inferencias, sobre diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. Así aprenderán a generalizar conceptos y a utilizar un amplio abanico de formas para comunicar sus ideas, incluyendo analogías, metáforas y representaciones pictóricas o simbólicas.

## EJES TEMÁTICOS

En este ciclo, los conocimientos se organizan en cuatro ejes temáticos: Números, Álgebra y funciones, Geometría y Probabilidad y estadística. Cada una de las habilidades descritas anteriormente se puede desarrollar en cada uno de estos ejes.

A diferencia de años anteriores, no se incluye un eje de Medición, ya que los conceptos básicos de la medición han sido tratados en el ciclo anterior y, desde 7° básico a 2° medio, esos conocimientos son aplicados para resolver problemas en los cuatro ejes temáticos.

### Números

En este eje, los y las estudiantes trabajan la comprensión de nuevos números y las operaciones entre estos. Progresan desde los números enteros hasta los números reales. En este camino, comprenden cómo los distintos tipos de números y sus reglas respecto de las operaciones básicas permiten modelar situaciones cotidianas más amplias. El trabajo con potencias comienza con la base diez (10) y su uso en la notación científica, para que puedan tratar el concepto de manera concreta, pictórica y simbólica. Se espera, además, que comprendan y manejen adecuadamente los porcentajes y las posibilidades de este concepto para modelar situaciones de otras áreas.

También trabajan las formas de representar estos “nuevos números”, de relacionarlos y de utilizarlos para resolver problemas y para manejarse en la vida diaria. Un énfasis de este eje es representar dichos números en la recta numérica. Se espera que las y los estudiantes aprendan a aproximar, estimar y calcular con precisión, y que tengan una noción clara sobre la cantidad, la magnitud y la medida de objetos, utilizando estos números.

En cuanto al cálculo, deben ser precisos y precisas en los algoritmos, pero siempre en un contexto real y adecuado a la realidad de las y los jóvenes; es decir, el cálculo debe orientarse a resolver problemas en forma

contextualizada y real, más que a emplear los algoritmos sin sentido. Hay que fomentar y permitir el uso de la calculadora cuando ya han aprendido las operaciones elementales en un ámbito numérico limitado.

Por último, se espera que, al final de este ciclo, los y las estudiantes puedan transitar por las diferentes formas de representación de un número (concreta, pictórica y simbólica).

### Álgebra y funciones

En este eje, las y los estudiantes comprenden la importancia del lenguaje algebraico para expresarse en matemática y las posibilidades que ese lenguaje les ofrece. Se espera que escriban, representen y usen expresiones algebraicas para designar números; que establezcan relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, siempre orientadas a resolver problemas; que identifiquen regularidades que les permitan construir modelos y expresen dichas regularidades en lenguaje algebraico. Este eje pone especial énfasis en que los y las estudiantes aprendan a reconocer modelos y ampliarlos, y desarrollen la habilidad de comunicarse por medio de expresiones algebraicas.

Los aprendizajes en Álgebra y funciones se relacionan fuertemente con el eje Números; un trabajo adecuado en ambos ejes permitirá que los y las estudiantes comprendan y desarrollen conceptos nuevos cuando cursen niveles superiores, y fortalezcan aquellos aprendidos en el ciclo anterior. Se busca que, al final de este periodo, comprendan y manipulen expresiones algebraicas sencillas, y establezcan relaciones entre estas mediante ecuaciones o inecuaciones. Especialmente, se pretende que puedan utilizar las metáforas para interiorizarse en el concepto de función y cómo estas permitirán manipular, modelar y encontrar soluciones a situaciones de cambios en diferentes ámbitos, como por ejemplo, el aumento de ventas en un tiempo determinado. Se espera que transformen expresiones algebraicas en otras equivalentes para resolver problemas y que

sean capaces de justificar su proceder; que expresen igualdades y desigualdades mediante ecuaciones e inecuaciones y que las apliquen para resolver problemas; que comprendan las funciones lineales, las funciones cuadráticas y sus respectivas representaciones, y que resuelvan problemas a partir de ellas.

## Geometría

En este eje, los y las estudiantes desarrollan sus capacidades espaciales y la comprensión del espacio y sus formas. Para ello, comparan, miden y estiman magnitudes, y analizan propiedades y características de diferentes figuras geométricas de dos y tres dimensiones. En este eje, la habilidad de representar juega un rol especial. Las y los estudiantes deben describir posiciones y movimientos usando coordenadas y vectores, y obtener conclusiones respecto de las propiedades y las características de lugares geométricos, de polígonos y cuerpos conocidos, por medio de representaciones. De este modo, deben transitar desde un ámbito bidimensional a uno tridimensional, por medio de caras, bases, secciones, sombras y redes de puntos.

Sobre esta base, las y los estudiantes aprenden a calcular perímetros, áreas y volúmenes al resolver problemas técnicos y cotidianos. Al final de este ciclo, deberán ser capaces de apreciar y utilizar las propiedades y relaciones geométricas de manera adecuada y precisa, tendrán que ser competentes en mediciones geométricas y deberán relacionar la geometría con los números y el álgebra de manera armoniosa y concreta. Este eje presenta por primera vez las razones trigonométricas para que los y las estudiantes tengan más herramientas para resolver problemas. Más aun, propone que comprendan las representaciones de coordenadas en el plano cartesiano y usen destrezas de visualización espacial. En este proceso, deben ser capaces de usar diferentes instrumentos de medida para visualizar ciertas figuras 2D o 3D; se recomienda tanto las construcciones manuales como las tecnológicas.

## Probabilidad y estadística

Este eje responde a la necesidad de que todas las estudiantes y todos los estudiantes aprendan a efectuar análisis e inferencias y obtener información a partir de datos estadísticos. Se espera formar personas con capacidad crítica, que puedan usar la información para validar sus opiniones y decisiones y que sepan determinar situaciones conflictivas surgidas de interpretaciones erróneas de un gráfico, y posibles manipulaciones de los datos.

En el área de la probabilidad, se busca que estimen de manera intuitiva y que calculen de manera precisa la probabilidad de ocurrencia de eventos; que determinen la probabilidad de ocurrencia de estos en forma experimental y teórica, y que construyan modelos probabilísticos basados en situaciones aleatorias. A su vez, en el área de la estadística, se espera que diseñen experimentos de muestreo aleatorio para inferir sobre características de poblaciones; que registren datos desagregados cada vez que tenga sentido; y utilicen medidas de tendencia central, de posición y de dispersión, para resolver problemas.

El enfoque de este eje radica en interpretar y visualizar datos estadísticos, en las medidas que permitan comparar características de poblaciones, y en hacer, simular y estudiar experimentos aleatorios sencillos para construir, a partir de ellos, la teoría y los modelos probabilísticos. En particular, al final de este ciclo, las y los estudiantes podrán comprender el rol de la probabilidad en la sociedad, utilizando herramientas estadísticas y de la probabilidad misma.

## ACTITUDES

Las Bases Curriculares de Matemática promueven un conjunto de actitudes que derivan de los objetivos de la Ley General de Educación y de los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT). Estas actitudes se relacionan con la asignatura y se orientan al desarrollo social y moral de las y los estudiantes.

Las actitudes son objetivos de aprendizaje y se deben desarrollar de forma integrada con los conocimientos y las habilidades propios de la asignatura. Se tiene que promover el logro de estas actitudes de manera sistemática y sostenida mediante las actividades de aprendizaje, las interacciones en la clase, las actividades extraprogramáticas, las rutinas escolares, y también mediante el ejemplo y la acción cotidiana de las y los docentes y de la comunidad escolar.

Las actitudes por desarrollar en la asignatura de Matemática son las siguientes:

- A. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- B. Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- C. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- D. Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- E. Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- F. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

## ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

La formación matemática en este nivel requiere que las y los estudiantes comprendan y otorguen sentido a los contenidos matemáticos. Deben construir y aprender su propio significado para desarrollar una base sólida y lograr una comprensión profunda de los conceptos y procedimientos que utilizarán más adelante. En este contexto, se espera que el profesor o la profesora utilice un modelo pedagógico que promueva la comprensión de conceptos matemáticos y no la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas. Para esto, debe planificar cuidadosamente situaciones de aprendizaje en las que los y las estudiantes logren establecer vínculos entre los conceptos y las habilidades matemáticas y puedan demostrar la comprensión por sobre la mecanización.

Para aprender matemática, se necesita comprender conceptos y encontrar relaciones, lo que supone la abstracción de acciones del medio y la habilidad para “hablar”, “escribir” y “leer” en lenguaje cotidiano y en lenguaje matemático. En esta propuesta, igual que en la de Educación Básica, se plantea el aprendizaje de matemática como un tránsito desde lo concreto a lo pictórico, para luego llegar a lo simbólico. Esto significa que el o la estudiante adquiere conocimientos mediante el “aprender haciendo” en situaciones concretas, que luego traduce a un nivel gráfico y después expresa en símbolos matemáticos. Se debe considerar al alumno o la alumna como protagonista de su aprendizaje, capaz de aprender y generar representaciones que surgen de una acción.

En esta propuesta se enfatiza el uso de representaciones, analogías y metáforas para una mayor comprensión. En este sentido, los y las estudiantes pueden resolver problemas en distintos niveles de abstracción, transitando en ambos sentidos desde representaciones reales, concretas, hasta representaciones simbólicas, y viceversa. Esta es la esencia del modelo concreto, pictórico y simbólico.

La búsqueda de nuevos conocimientos, así como del desarrollo de habilidades y de una comprensión más profunda de la matemática, ha llevado a los y las docentes a proponer variados lineamientos didácticos y numerosas metodologías de enseñanza. La literatura reciente indica que el éxito es posible en la medida en que el profesor o la profesora sea capaz de establecer situaciones de aprendizaje que promuevan el diálogo, la discusión matemática y el desarrollo de habilidades matemáticas respecto de los contenidos. A su vez, estas situaciones de aprendizaje deben despertar en las y los estudiantes la curiosidad y la capacidad de elaborar conceptos que permitan conectar la matemática con la vida diaria y las diferentes áreas del conocimiento.

Al enseñar, el o la docente debe de tomar en cuenta los siguientes factores para lograr aprendizajes profundos en sus estudiantes:

- › **Aprender haciendo:** este recurso metodológico permite comenzar con una experimentación de fenómenos reales para acercarse a conceptos matemáticos, como las ecuaciones, las funciones y las razones trigonométricas, entre otros. De esta manera, se puede descubrir una parábola en el lanzamiento de un balón o al regar con una manguera. A partir de estas experiencias, el o la estudiante debe poder formalizar el fenómeno en lenguaje puramente matemático. Para que el aprendizaje sea efectivo mediante el aprender haciendo, es importante que el profesor o la profesora promueva una discusión con preguntas, observaciones, explicaciones y ejemplos después de las actividades, para que luego formalicen entre todos y todas el concepto nuevo. De este modo, podrán conectar sus conocimientos matemáticos con experiencias vividas.
- › **Centrar el aprendizaje en el estudiante:** el o la estudiante es quien hace la clase, el profesor o la profesora guía en los momentos difíciles y prepara el proceso de aprendizaje, considerando

los resultados de aprendizaje que se espera lograr. Esta visión de enseñar y aprender se refleja en un modelo que comienza con una acción que debe realizar el o la estudiante, con el o la docente como gestor o gestora. Para comprender los contenidos matemáticos, las y los estudiantes necesitan acumular experiencias de resolución de problemas basados en acciones que les permitan descubrir conceptos, estrategias y soluciones variadas. Además, deben desarrollar una cultura de aprendizaje a partir de los errores, ya que estos son parte del proceso: los errores se acogen positivamente como oportunidades de conversación y búsqueda de soluciones más adecuadas. Posteriormente, es importante que reflexionen sobre el proceso por medio del cual adquirieron los nuevos conocimientos, para transferirlo a nuevas situaciones.

- › **Experiencias previas:** al enseñar nuevos contenidos, es relevante que la o el docente recurra a los conocimientos, destrezas, habilidades y experiencias previas de sus estudiantes. Estas experiencias son los fundamentos para desarrollar conceptos nuevos. Por ejemplo: la multiplicación de números naturales sirve para multiplicar números enteros; las proporciones directas son la base para aprender la función lineal; las experiencias con transformaciones isométricas sirven como base para el lenguaje con coordenadas. Así, el nuevo conocimiento se construye sobre el conocimiento previo.
- › **Conexiones:** es esencial que se establezcan conexiones entre Matemática y otras asignaturas, para evitar que el aprendizaje sea fragmentado y lograr, en cambio, una interacción cruzada entre las diferentes áreas del conocimiento para alcanzar una comprensión profunda. Con las conexiones, los conocimientos toman sentido, relevancia y utilidad. Esto permite que los y las estudiantes tomen conciencia del contexto en el que se inserta el conocimiento y de su posible aplicabilidad. De este modo, pueden relacionar conceptos de otras

áreas con los conceptos matemáticos. Recurrir a experiencias en situaciones concretas de la vida diaria y utilizar modelos matemáticos, científicos y sociales para comprenderlas y resolverlas, también facilita el aprendizaje.

- › **Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas:** esto facilita la comprensión del significado de los conceptos. Se considera que usar representaciones, analogías y metáforas en clases de Matemática favorece la comprensión de los y las estudiantes y, por ende, complementa el proceso de aprendizaje. Se estima que estos recursos son un aporte cognitivo y pedagógico, ya que, al representar situaciones de la vida cotidiana, permiten aclarar conceptos e introducir nuevas ideas haciéndolas más cercanas y significativas, lo que genera en las y los estudiantes mayor motivación y seguridad en relación con sus capacidades. Para incorporar metáforas en las clases de Matemática, los alumnos y las alumnas pueden:
  - › Utilizar ideas concretas, intuitivas e imaginativas y lenguaje cotidiano al representar un concepto matemático abstracto; por ejemplo: la función se puede representar con metáforas tales como una máquina.
  - › Recurrir a objetos familiares o a otros recursos, como esquemas y analogías, para que les sea más fácil entender un concepto o un procedimiento matemático.

De esta forma, las metáforas proporcionan características familiares al objeto y otorgan relaciones y acciones que los individuos proyectan sobre la situación, para construir nuevos conceptos, nuevas relaciones y nuevas acciones.

- › **Progresión de complejidad:** la construcción de una base sólida de aprendizaje considera que cualquier nuevo aprendizaje se asimilará a los aprendizajes previos. Por esto, el o la docente debe saber qué habilidades y conceptos han adquirido las alumnas y los alumnos con anterioridad, para activarlos estratégicamente en función del aprendizaje futuro. Cuando se tienen los conocimientos básicos activados, se inicia el trabajo con el nuevo aprendizaje, que debe ir creciendo en complejidad de manera progresiva, desde lo más simple a lo más complejo.
- › **Comunicación y aprendizaje cooperativo:** al elaborar las múltiples tareas de la asignatura, es importante que el o la docente favorezca la comunicación y la colaboración entre sus estudiantes. Analizar, evaluar y representar resultados en común son actividades esenciales, porque profundizan y estimulan el pensamiento crítico y ponen a prueba el aprendizaje. En este punto, son recomendables las presentaciones o conferencias matemáticas o la redacción individual de los procesos en forma de un diario matemático.
- › **El uso de tecnologías de información y comunicación (TIC):** la tecnología puede ayudar a las y los estudiantes a aprender matemática. Utilizando las herramientas tecnológicas, pueden ejecutar los procedimientos rutinarios en forma rápida y precisa, liberando tiempo para razonar, elaborar modelos, buscar patrones, comprobar conjeturas y resolver problemas complejos que antes no eran accesibles para ellos. A su vez, los *software* educativos amplían las posibilidades de ejercitación motivante y de acceso a información. La tecnología también ayuda a la evaluación, ya que permite a

los y las docentes examinar los procesos que han seguido sus estudiantes en sus investigaciones matemáticas y los resultados obtenidos.

- › **Repasar conceptos y ejercitar:** es importante reforzar y repasar los conceptos y los principios básicos de la asignatura. Para esto, la o el docente debe considerar la ejercitación con el fin de asegurar la comprensión; pero, a su vez, desde la repetición, debe incentivar a sus estudiantes a abordar problemas de mayor desafío y guiarlos(as) a realizar una verdadera actividad matemática.
- › **La retroalimentación:** es relevante que las y los estudiantes desarrollen una visión positiva de las matemáticas y se sientan capaces de desempeñarse con una autoestima positiva y con seguridad. Para esto, conviene que el o la docente reconozca el esfuerzo de sus estudiantes, sus observaciones y su iniciativa para explorar nuevos conocimientos por sí mismos(as), en un ambiente que acoga todos los puntos de vista. Se debe aprovechar las oportunidades para generar discusiones sobre las vías de solución y respecto de la efectividad de las estrategias escogidas. En esta diversidad, el alumno o la alumna descubre cómo mejorar y superarse en su proceso de aprendizaje. En entrevistas personales, el profesor o la profesora debe apoyar a cada estudiante en la revisión de su proceso, ayudándole a identificar las áreas que necesita mejorar y aquellas que ya están logradas.

## ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN

La evaluación formativa ayuda, tanto a docentes como a estudiantes, a conocer los avances y las áreas que es necesario fortalecer para continuar el proceso de aprendizaje. Con esta información, el o la docente puede tomar decisiones para modificar su planificación y adecuarla mejor a las necesidades de sus estudiantes. Por su parte, las y los estudiantes podrán focalizar sus esfuerzos con la confianza de que podrán mejorar

sus resultados. Las evaluaciones formativas tienen un carácter de orientación y apoyo al aprendizaje; no son medidas para determinar capacidades. No obstante, permiten obtener información sobre los progresos, la comprensión y el aprendizaje de los contenidos y las habilidades en cualquier etapa o momento del proceso.

Es importante que la evaluación se realice como parte de un continuo dentro de las actividades en la sala de clases, pues forma parte del proceso de aprendizaje.

A continuación se presentan sugerencias de instrumentos de evaluación que se pueden usar durante el proceso de aprendizaje o al final de este, para verificar el logro de los resultados de aprendizaje. Dichos instrumentos permiten que las y los estudiantes demuestren sus habilidades, conocimientos y actitudes durante la hora de clases o después de un proceso de aprendizaje.

- › **Proyectos** (de grupos o individuales): están orientados a resolver un problema más complejo, una investigación guiada o el modelamiento de un problema real; pueden durar desde un día completo hasta varias semanas. Los y las estudiantes los llevan a cabo con un alto grado de autonomía, con objetivos claros, acordados previamente, enfatizando el proceso de aprendizaje, y con resultados abiertos. Es la forma ideal para conectar diferentes áreas del conocimiento.
- › **Diario de vida matemático:** es un cuaderno o carpeta en la que el o la estudiante desarrolla estrategias personales, exploraciones, definiciones propias o descubrimientos. El profesor o la profesora puede observar estos registros para orientar el desarrollo de las habilidades de sus estudiantes y verificar si comprenden los conceptos de acuerdo al lenguaje que emplean para explicar su pensamiento.
- › **Trabajo colaborativo:** las y los estudiantes trabajan una tarea específica en pares o grupos, en la sala y durante la hora de clases. Trabajar en grupo no puede significar que las o los integrantes diluyan la responsabilidad de su propio aprendizaje en el

grupo. El grupo es una plataforma que les facilitará la construcción de su aprendizaje, del que son los únicos responsables; hay que aprender juntos para poder actuar después individualmente. El grupo debe tener claro sus objetivos y los productos que debe lograr; tiene que ser capaz de evaluar el progreso realizado en el logro de esos objetivos y los esfuerzos individuales de cada miembro. Ejemplos de tareas: experimentar, definir un concepto, clasificar, calcular, resolver un problema y argumentar su resolución.

- › **Portafolio:** selección de evidencias (que forman un dossier o una carpeta) que el o la estudiante tiene que recoger y aportar en un período determinado, y que responde a uno o más objetivos de aprendizaje. Estas evidencias (problemas resueltos, trabajos, fragmentos de películas, entrevistas, actividades académicas, apuntes, trabajos de asignaturas, entre otras) permiten demostrar si está aprendiendo, a la vez que posibilitan al profesor o la profesora un seguimiento del progreso de este aprendizaje. Las evidencias tienen que acompañarse de una justificación y una reflexión del alumno o la alumna. El o la docente y sus estudiantes seleccionan algunas de las evidencias con una periodicidad determinada, lo que permite que cada estudiante asuma un papel activo en su evaluación.
- › **Presentación o conferencia matemática:** se refiere a presentar la resolución de un problema, indicando el proceso y los procedimientos usados para fundamentar el resultado obtenido. Para evaluar una presentación, se requiere una pauta con indicadores, como dominio del tema, uso de materiales de apoyo, uso del lenguaje, y otros que se consideren necesarios para el desarrollo adecuado del tema. Es importante que las y los estudiantes conozcan los indicadores y la forma de evaluación antes de hacer la presentación.

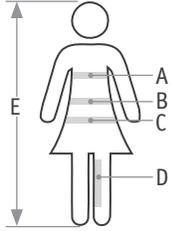
- › **Entrevista individual:** mientras el curso trabaja en una tarea, la profesora o el profesor dialoga con uno(a) o más estudiantes de un mismo nivel de desempeño, acerca de un concepto, un desafío o una pregunta relacionada con el tema abordado en esa clase. El o la docente registra esta información como descripción del logro de sus estudiantes.

- › **Actividad autoevaluable:** al finalizar un tema o unidad, el profesor o la profesora brinda a sus estudiantes la oportunidad de trabajar con un material que les permita autocorregirse (puede ser una hoja de actividades con las respuestas al reverso). A partir de los resultados, pueden verificar su avance o aquello que deben reforzar, corregir su tarea con ayuda de otras compañeras u otros compañeros, completar su trabajo con recursos que estén a su alcance (cuaderno, libro, afiches, etc.), anotar sus dudas y, en última instancia, pedir ayuda a la o el docente.

## SUGERENCIAS PARA EL DESARROLLO DE LAS CLASES DE MATEMÁTICA

La siguiente tabla muestra un ejemplo de una clase de Matemática:

SUGERENCIA DE CLASE		BLOQUE DE 90 MINUTOS
UNIDAD 4	EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	<b>Indicadores de Evaluación</b>
<p><b>Objetivo de Aprendizaje</b></p> <p><b>OA 12</b> Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.</p> <p><b>OA d</b> Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos</p> <p><b>OA E</b> Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboran y describen gráficos de dispersión en una y en dos dimensiones.</li> <li>• Realizan en su entorno encuestas preguntando dos características y representan los resultados mediante gráficos de nube de puntos.</li> <li>• Describen nubes de puntos presentadas en el sistema de coordenadas.</li> </ul>
INICIO	<b>TIEMPO Y MATERIAL</b>	<b>ACTIVIDAD SUGERIDA</b>
	<p><b>Materiales:</b> Hinchas de medir, regla, lápiz y hoja de trabajo con una tabla para anotar valores.</p> <p><b>Tiempo:</b> 10 minutos.</p>	<p><b>Al inicio, se sugiere comenzar con:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo mental.</li> <li>• Presentación de los materiales y forma de utilizarlos.</li> <li>• Organización de la clase en grupos de trabajo.</li> <li>• Preparación de la toma de datos, chequeo de los materiales.</li> </ul>

TIEMPO Y MATERIAL	ACTIVIDAD SUGERIDA	IMÁGENES ORIENTADORAS Y REPRESENTACIONES
<p><b>Tiempo:</b> 65 minutos</p>	<p>En la primera parte, los y las estudiantes miden sus pies y anotan sus datos y los del grupo. A continuación, y de manera colaborativa, se miden la estatura unos(as) a otros(as) y comparten los datos con los otros grupos.</p> <p>Luego realizan lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Registran los datos en tablas</li> <li>Ordenan los datos recolectados y los representan en una tabla de doble entrada.</li> <li>Confeccionan, en el sistema cartesiano de coordenadas, un gráfico de “nube de puntos”.</li> </ol> <p>Este es un trabajo grupal, aunque cada estudiante anota todos los datos del grupo en la hoja de trabajo.</p> <p>En la segunda parte, cada estudiante explica lo que ha obtenido con los datos recolectados:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Describen verbalmente la “nube de puntos”.</li> <li>Conjeturan acerca de una posible relación entre ambas características.</li> <li>Trazan, de forma intuitiva, una línea que representa de mejor forma una posible relación entre ambas características.</li> </ol> <p>Anotan los resultados de manera ordenada y un o una representante de cada grupo expone los resultados a toda la clase en un tiempo determinado.</p> <p>Una vez finalizada la presentación, se genera una discusión sobre la línea trazada en la nube de puntos, sobre la relación entre ambas características, las diferencias entre hombres y mujeres, y una posible visualización de esto en el gráfico (uso de colores diferentes).</p> <p>® <b>Ciencias Naturales OA 2 de 1º medio.</b></p> <p>Además, el profesor o la profesora puede presentar la expresión “los hombres tienen los pies más grandes que las mujeres”, para discutir sobre su veracidad a partir de los datos (OA E).</p>	   

	TIEMPO Y MATERIAL	ACTIVIDAD SUGERIDA	IMÁGENES ORIENTADORAS Y REPRESENTACIONES
CIERRE	<b>Tiempo:</b> 15 minutos	Finalmente, el o la docente y sus estudiantes concluyen la clase con una descripción adecuada de la nube de puntos, la cual incluye los resultados de los alumnos y las alumnas. Además, la o el docente responde de manera precisa las preguntas pendientes de la clase, en relación con la nube de puntos y la tabla de doble entrada; las y los estudiantes comparan con sus resultados y anotan en su cuaderno de trabajo. Se trata brevemente sobre la utilidad de la nube de puntos y se especifica lo que se entiende por “trazar una línea de manera intuitiva”, y para qué sirve esta línea (no se debe profundizar en la regresión lineal, ya que esta no es parte del contenido del curso).	

# Propuesta de organización curricular anual<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Esta propuesta es opcional, por lo tanto, las instituciones pueden generar una organización curricular diferente, de acuerdo a sus contextos escolares.

# Objetivos de Aprendizaje para 1º medio

Este es el listado de Objetivos de Aprendizaje de Matemática para 1º medio prescrito en las Bases Curriculares correspondientes. El presente Programa de Estudio organiza y desarrolla estos mismos Objetivos por medio de una propuesta de Indicadores de Evaluación, actividades y evaluaciones. Cada institución puede adaptar o complementar la propuesta atendiendo a su propio contexto escolar, siempre que se resguarde el cumplimiento de los OA respectivos.

## HABILIDADES

### Resolver problemas

- a. Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
  - › Simplificar el problema y estimar el resultado.
  - › Descomponer el problema en subproblemas más sencillos.
  - › Buscar patrones.
  - › Usar herramientas computacionales.
- b. Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.
- c. Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.

### Argumentar y comunicar

- d. Describir relaciones y situaciones matemáticas, usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
- e. Explicar:
  - › Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
  - › Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
  - › Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.
- f. Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de los enunciados.
- g. Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración si hay saltos o errores.

### Modelar

- h.** Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.
- i.** Seleccionar modelos e identificar cuándo dos variables dependen linealmente o afinmente en un intervalo de valores.
- j.** Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.
- k.** Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.

### Representar

- l.** Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.
- m.** Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.
- n.** Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
- o.** Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

## EJES TEMÁTICOS

### Números

- 1.** Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.
- 2.** Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:
  - › Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
  - › Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
  - › Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.

### Álgebra y funciones

3. Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:
  - › Transformando productos en sumas y viceversa.
  - › Aplicándolos a situaciones concretas.
  - › Completando el cuadrado del binomio.
  - › Utilizándolas en la reducción y desarrollo de expresiones algebraicas.
4. Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.
5. Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x, y) = ax + by$ ; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:
  - › Creando tablas de valores con  $a$ ,  $b$  fijo y  $x$ ,  $y$  variable.
  - › Representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con *software* educativo.
  - › Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando  $c$  en la ecuación  $ax + by = c$ ; ( $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ) (decimales hasta la décima).

## Geometría

6. Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, respectivamente, a partir de ángulos centrales de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $180^\circ$ , por medio de representaciones concretas.
7. Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de la superficie y el volumen del cono:
  - › Desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie.
  - › Experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono.
  - › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.
8. Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:
  - › Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.
  - › Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.
  - › Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con software educativo.
  - › Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.
9. Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.
10. Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.
11. Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo.

## Probabilidad y estadística

12. Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.
13. Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos “xy” para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica:
  - › Utilizando nubes de puntos en dos colores.
  - › Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.
14. Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo, en el contexto de la resolución de problemas.
15. Mostrar que comprenden el concepto de azar:
  - › Experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios sencillos de manera manual y/o con *software* educativo.
  - › Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas.
  - › Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso.
  - › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

## ACTITUDES (para 7° básico hasta 2° medio)

- A. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- B. Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- C. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- D. Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- E. Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- F. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

# Visión global de los Objetivos de Aprendizaje del año

El presente Programa de Estudio se organiza en cuatro unidades, que cubren en total 38 semanas del año. Cada unidad está compuesta por una selección de Objetivos de Aprendizaje, y algunos pueden repetirse en más de una. Mediante esta planificación, se logra la totalidad de Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares del año para la asignatura.

## UNIDAD 1

### OA 1

Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.

### OA 2

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
- Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.

### OA 3

Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:

- Transformando productos en sumas y viceversa.
- Aplicándolos a situaciones concretas.
- Completando el cuadrado del binomio.
- Utilizándolas en la reducción y desarrollo de expresiones algebraicas.

### OA 7

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de la superficie y el volumen del cono:

- Desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie.
- Experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono.
- Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.

Tiempo estimado: 72 horas pedagógicas

## UNIDAD 2

### OA 4

Resolver sistemas de ecuaciones lineales ( $2 \times 2$ ) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.

### OA 5

Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x, y) = ax + by$ ; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:

- Creando tablas de valores con  $a$ ,  $b$  fijo y  $x$ ,  $y$  variable.
- Representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando  $c$  en la ecuación  $ax + by = c$ ;  $a, b, c \in Q$  (decimales hasta la décima).

### OA 6

Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, respectivamente, a partir de ángulos centrales de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $180^\circ$ , por medio de representaciones concretas.

Tiempo estimado: 54 horas pedagógicas

## UNIDAD 3

### OA 8

Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:

- Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.
- Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.
- Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.

### OA 9

Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.

### OA 10

Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.

### OA 11

Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con *software* educativo.

Tiempo estimado: 63 horas pedagógicas

## UNIDAD 4

### OA 12

Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.

### OA 13

Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos “xy” para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica:

- Utilizando nubes de puntos en dos colores.
- Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.

### OA 14

Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo, en el contexto de la resolución de problemas.

### OA 15

Mostrar que comprenden el concepto de azar:

- Experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios sencillos de manera manual y/o con *software* educativo.
- Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas.
- Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Tiempo estimado: 77 horas pedagógicas

# Visión global de las actitudes del año

Las Bases Curriculares de Matemática establecen un conjunto de Objetivos de Aprendizaje, de actitudes por desarrollar a lo largo de todo este ciclo. Aunque el o la docente debe aprovechar todas las oportunidades de aprendizaje de la asignatura para desarrollar estas actitudes, este programa las organiza para que pueda poner especial énfasis en algunas de ellas, según se muestra en la siguiente tabla:

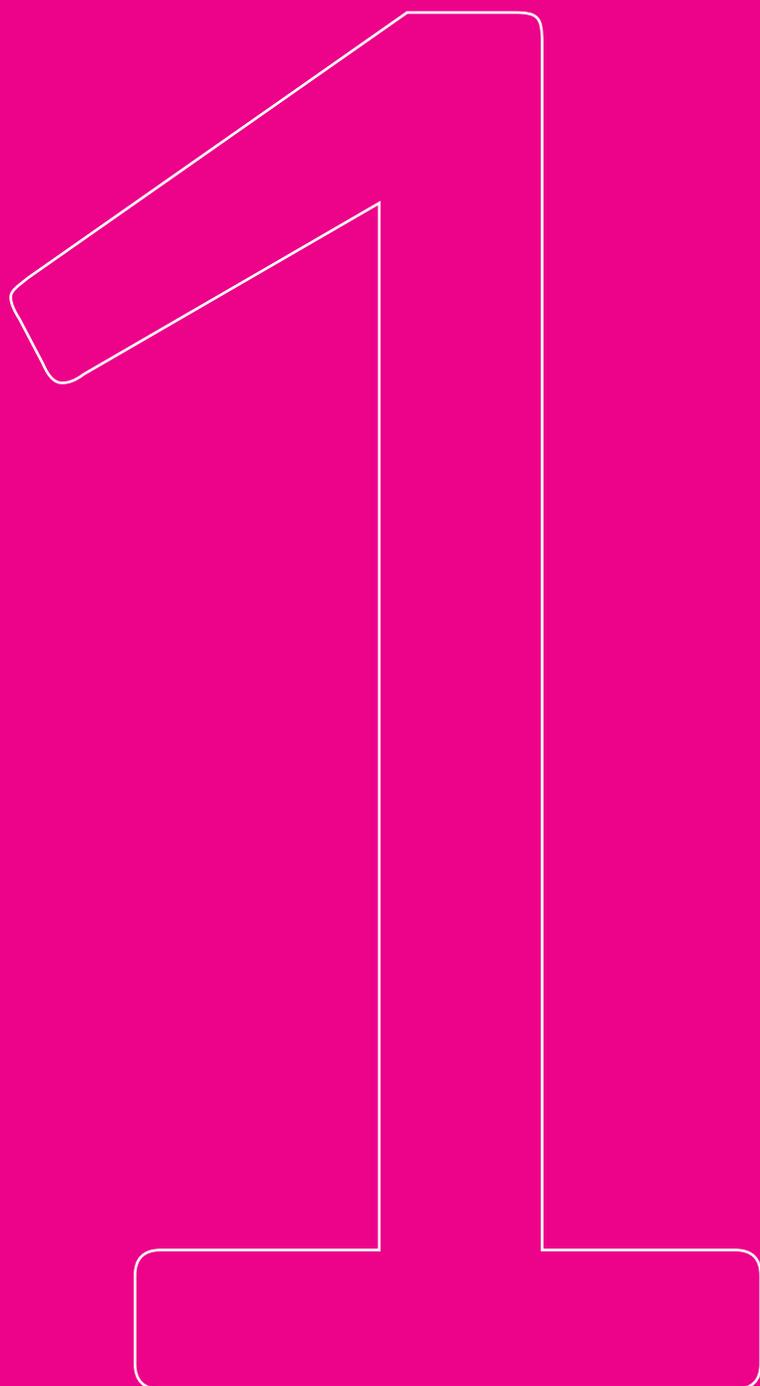
## ACTITUDES

UNIDAD 1	UNIDAD 2	UNIDAD 3	UNIDAD 4
<p><b>OA C</b> Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	<p><b>OA A</b> Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.</p>	<p><b>OA B</b> Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.</p>	<p><b>OA E</b> Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.</p>
<p><b>OA D</b> Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<p><b>OA D</b> Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<p><b>OA D</b> Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<p><b>OA F</b> Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.</p>

## INDICADORES DE EVALUACIÓN OBJETIVOS DE APRENDIZAJE ACTITUDINALES

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE ACTITUDINALES	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA A</b></p> <p>Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplican estrategias conocidas para obtener una solución.</li> <li>• Buscan y prueban estrategias propias y alternativas.</li> <li>• Escuchan los planteamientos de otros.</li> <li>• Crean tácticas propias.</li> </ul>
<p><b>OA B</b></p> <p>Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocen sus fortalezas y debilidades.</li> <li>• Comparten de forma desinteresada sus puntos de vista.</li> <li>• Formulan preguntas o exponen hipótesis propias acerca de una situación o un problema.</li> <li>• Participan en la búsqueda de una posible solución a un problema.</li> </ul>
<p><b>OA C</b></p> <p>Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tienen ideas propias y las defienden, sin rendirse fácilmente.</li> <li>• Planifican su trabajo y los procedimientos detalladamente.</li> <li>• Buscan, aceptan sus errores y repiten procesos.</li> <li>• Comprueban en forma autónoma para validar su resultado.</li> </ul>
<p><b>OA D</b></p> <p>Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Respetan y valoran las opiniones y logros de otros.</li> <li>• Comparten, obedecen y asumen responsabilidades.</li> <li>• Manejan formas de convivencia, como trabajo entre pares, en grupos chicos, en plenos o en forma individual.</li> <li>• Aceptan reglas y plazos.</li> <li>• Trabajan sin supervisión.</li> </ul>
<p><b>OA E</b></p> <p>Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuestionan datos que les han sido entregados o que hayan encontrados en los medios.</li> <li>• Usan procedimientos matemáticos para confirmar la veracidad de una información y/o para complementarla.</li> <li>• Intercambian opiniones sobre los motivos de la información manipulada.</li> <li>• Toman decisiones basados en conocimientos matemáticos.</li> </ul>
<p><b>OA F</b></p> <p>Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Indican y citan de manera adecuada las fuentes usadas.</li> <li>• Usan de manera efectiva la información.</li> <li>• Controlan en forma responsable el uso de la tecnología.</li> <li>• Procesan la información extraída, evitando las copias textuales extremas.</li> </ul>

**Semestre**



# UNIDAD 1

---

## PROPÓSITO

---

En esta unidad, las y los estudiantes operan con los números racionales, ejercitan con ellos y utilizan algoritmos para determinar relaciones y responder a problemas. Amplían su conocimiento de potencias al ámbito de los números racionales para las bases, y extienden el ámbito numérico de los exponentes a los enteros. Para esto, utilizan lo aprendido sobre potencias y extienden las propiedades al nuevo ámbito numérico. Con esta ampliación del conocimiento, se espera que resuelvan problemas de potencias, que ejerciten de manera precisa y variada, y que resuelvan problemas de crecimiento y decrecimiento.

Se trabaja también con los productos notables, tema que corresponde al eje de Álgebra y funciones y que se incluye en esta unidad para reforzar el trabajo de la operatoria con variables y como reforzamiento de lo aprendido. Los productos notables comienzan con sus representaciones pictóricas, relacionadas con área de figuras 2D y con el volumen de figuras 3D, para continuar con su representación simbólica y con su manejo para reducir expresiones algebraicas. Asimismo, se abordan las fórmulas del área de superficie y de volumen de un cono, comenzando con representaciones concretas para llegar a lo simbólico. En este camino, los estudiantes refuerzan lo aprendido en cursos anteriores y la operatoria con números racionales y con expresiones algebraicas.

## CONOCIMIENTOS PREVIOS

---

- › Multiplicación de números enteros.
- › División de números enteros.
- › Números racionales.
- › Multiplicación y división de potencias de base y exponente entero.
- › Raíces cuadradas de números naturales.
- › Factorización de expresiones algebraicas.

## PALABRAS CLAVE

---

Números racionales, potencias, crecimiento, decrecimiento, productos notables, reducción de expresiones algebraicas, área del cono, volumen del cono.

## CONOCIMIENTOS

---

- › Operatoria de números racionales.
- › Potencia de base racional y exponente entero.
- › Productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica.
- › Área de la superficie y volumen del cono.

## HABILIDADES

---

- › Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:
  - Simplificar el problema y estimar el resultado.
  - Descomponer el problema en subproblemas más sencillos.
  - Buscar patrones.
  - Usar herramientas computacionales. **(OA a)**
- › Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático. **(OA b)**
- › Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de los enunciados. **(OA f)**
- › Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. **(OA o)**

## ACTITUDES

---

- › Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**

## UNIDAD 1

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que las y los estudiantes sean capaces de:	Los y las estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 1</b> Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifican el tipo de número, racional, entero y natural, y las operaciones involucradas.</li> <li>• Realizan operaciones mixtas con números racionales, respetando la jerarquía de las operaciones y los paréntesis.</li> <li>• Reducen expresiones numéricas de números racionales, aplicando las propiedades de conmutatividad, asociatividad y distributividad.</li> <li>• Transforman expresiones del lenguaje natural a expresiones matemáticas y viceversa.</li> </ul>
<p><b>OA 2</b> Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.</li> <li>• Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.</li> <li>• Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocen que la potencia de potencia es una multiplicación iterativa.</li> <li>• Reconocen el significado del exponente 0 y de los exponentes enteros negativos.</li> <li>• Aplican las propiedades de la multiplicación, la división y la potenciación de potencias en ejercicios.</li> <li>• Modelan procesos de crecimiento y decrecimiento en Economía y en Ciencias Naturales.</li> <li>• Resuelven problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, relacionados con potencias de base racional y exponente entero.</li> </ul>
<p><b>OA 3</b> Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformando productos en sumas, y viceversa.</li> <li>• Aplicándolos a situaciones concretas.</li> <li>• Completando el cuadrado del binomio.</li> <li>• Utilizándolas en la reducción y desarrollo de expresiones algebraicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplican la propiedad distributiva de la multiplicación en productos de sumas.</li> <li>• Representan los tres productos notables mediante la composición y descomposición de cuadrados y rectángulos.</li> <li>• Reconocen los productos notables como caso especial del producto de dos sumas o diferencias.</li> <li>• Reconocen la estructura de los productos notables en su expresión aditiva.</li> <li>• Aplican los productos notables en el desarrollo de expresiones algebraicas.</li> <li>• Aplican los productos notables en la factorización y la reducción de expresiones algebraicas a situaciones concretas.</li> <li>• Aplican la estructura de los productos notables para completar sumas, al cuadrado de una adición.</li> </ul>

## UNIDAD 1

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que las y los estudiantes sean capaces de:</p>	<p>Los y las estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p>
<p><b>OA 7</b> Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de la superficie y el volumen del cono:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie.</li> <li>• Experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono.</li> <li>• Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estiman el volumen de un cono como tercera parte de un cilindro de la misma base y altura.</li> <li>• Experimentan el volumen de un cono de manera concreta (agua, arena, recipientes, etc.).</li> <li>• Desarrollan la fórmula del volumen de un cono de la siguiente forma:  <math display="block">V_{\text{cono}} = \frac{1}{3} \cdot V_{\text{cilindro}} = \frac{1}{3} \cdot r^2 \pi \cdot h</math> </li> <li>• Desenrollan modelos de conos en 3 dimensiones y los extienden al plano en redes de conos, y viceversa.</li> <li>• Desarrollan la fórmula del área de un cono, identificándola con el área de su red.</li> <li>• Calculan el volumen y el área de la superficie de conos, explicando el rol que tiene cada uno de los términos de la fórmula.</li> <li>• Resuelven problemas geométricos y de la vida diaria que involucran volúmenes y áreas de superficies de conos.</li> </ul>

## SUGERENCIAS DE ACTIVIDADES<sup>4</sup>

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 1

Calcular operaciones aritméticas con números racionales en forma simbólica.

### Actividades

#### Argumentar y comunicar

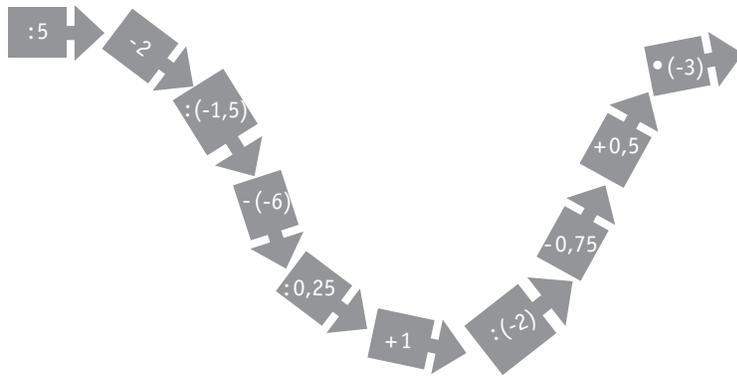
Describir relaciones y situaciones matemáticas, usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

1. Determinan a qué conjuntos numéricos pertenece la resolución de la ecuación  $ax + b = c$ , si las variables  $a$ ,  $b$  y  $c$  representan números naturales. Diferencian entre los siguientes casos:
  - a.  $b < c$  y  $(b-c)$  es múltiplo de  $a$ .
  - b.  $b > c$  y  $(b-c)$  es múltiplo de  $a$ .
  - c.  $b < c$  y  $(b-c)$  no es múltiplo de  $a$ .
  - d.  $b > c$  y  $(b-c)$  no es múltiplo de  $a$ .

#### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

2. Calculan, siguiendo la “serpiente de operaciones” que se muestra a continuación:



- a. Partiendo en el extremo izquierdo con el número  $-10$ .
- b. Partiendo en el extremo derecho con el número  $-10$ .

<sup>4</sup> Todas las sugerencias de actividades de este Programa constituyen una propuesta que puede ser adaptada de acuerdo a cada contexto escolar, para lo cual se recomienda considerar, entre otros, los siguientes criterios: características de los y las estudiantes (intereses, conocimientos previos, incluyendo preconcepciones, creencias y valoraciones), características del contexto local (urbano o rural, sector económico predominante, tradiciones) y acceso a recursos de enseñanza y aprendizaje (biblioteca, internet, disponibilidad de materiales de estudio en el hogar).

**Observaciones a la o el docente**

Los y las estudiantes pueden realizar la misma secuencia con diferentes números, ya sean dados por el o la docente, o puestos por ellos mismos.

Se sugiere fomentar el trabajo sin supervisión, para superar su rendimiento. (OA D)

**3. Reducen las expresiones numéricas compuestas de números enteros y potencias:**

- $58 - (47 - 69) + (13^2 - 80)$
- $(-4)^4 - (-3)^4 - (-2)^4 - (-1)^4$
- $4 \cdot 3^2 - 3^2 - 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4$
- $74 - (43 - 91) - (12^2 - 11^2)$

**Resolver problemas**

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

**4. Reducen las expresiones numéricas compuestas de fracciones y números enteros:**

- $\frac{4}{5} - (\frac{7}{20} - \frac{3}{4}) - 1 + \frac{9}{10}$
- $(3 - \frac{3}{2})^2 - (\frac{1}{2} - \frac{3}{2} : \frac{2}{3})$
- $-\frac{8}{5} \cdot \frac{3}{4} - [9 : (-\frac{3}{4})] \cdot \frac{4}{5}$
- $\frac{1}{2} \cdot (-\frac{4}{5} - 3) + 2 \cdot [\frac{5}{2} - (-5)]$

**Resolver problemas**

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

**5. Reducen las expresiones numéricas compuestas de números decimales y números enteros:**

- $[2,8 \cdot 4 - (-9,6 : 6)] \cdot (-2)$
- $5,2 - 3 \cdot 1,4 - 5 \cdot [7,2 : 1,8 + 1,2 - 4 \cdot (1,5 - 2)]$
- $(4,8 - 9,8) \cdot (-2,1 - 3,1) + 2 \cdot [8,5 - (1,8 + 2,7)]$
- $(-7,8) \cdot (-5) - [12 : (-4) + 4 \cdot 2] \cdot 6$

**Resolver problemas**

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

**6. Transforman las siguientes expresiones del lenguaje natural en expresiones numéricas y calculan el número correspondiente:**

- “Resta el cuadrado del número 5 al doble de la adición de 3 y 9”.
- “Divide el cuadrado de la diferencia entre 17 y 5 por el triple de la adición de 5 y 3”.
- “Eleva a tres la adición entre 0,7 y 2,3 y disminuye su resultado por el cuádruple de la diferencia entre 8,7 y 5,2”.
- “El producto entre el número 8 y la adición de sus primeros dos sucesores se aumenta por el triple de la diferencia entre 115,7 y 7,7”.

**Argumentar y comunicar**

Describir relaciones y situaciones matemáticas, usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d).

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas, usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d).

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

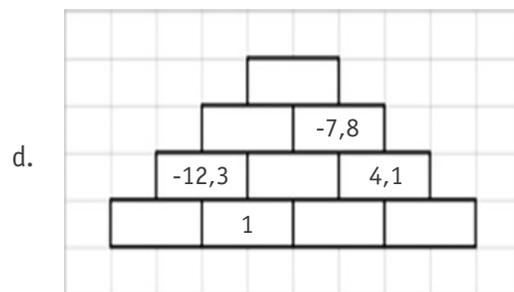
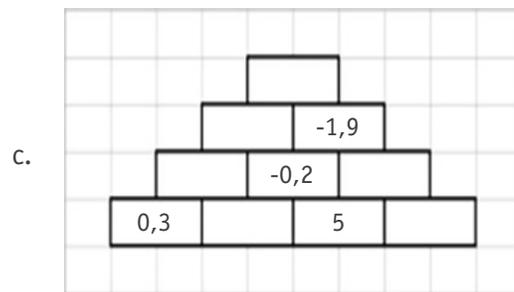
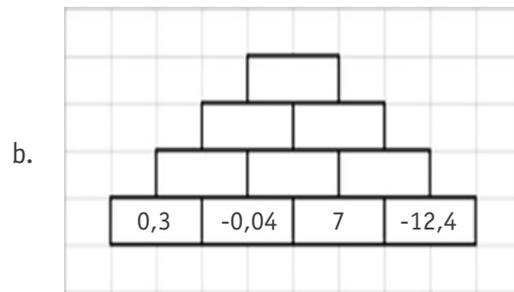
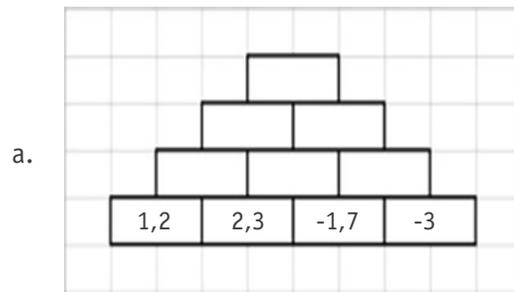
7. Transforman la expresión numérica a lenguaje natural y calculan el número correspondiente:

a.  $3(3 - 9) + 10$

b.  $\frac{(4 - 17)^2}{15}$

c.  $6(7 + 8) + 2(32,7 - 12,34)$

8. Completan las siguientes "paredes de números" de adición:

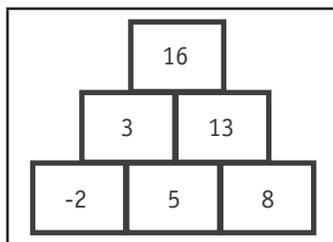


### Observaciones a la o el docente

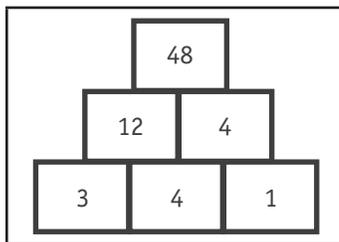
Las “paredes de números” son completadas siguiendo una regla que puede ser sumar, multiplicar siempre los dos números de los ladrillos de abajo para obtener el número del ladrillo de arriba.

Ejemplos:

La siguiente “pared de números” se obtuvo sumando los dos números de los ladrillos de abajo para obtener el número del ladrillo que está encima:  $5 + 8 = 13$ ;  $-2 + 5 = 3$ ;  $3 + 13 = 16$



La siguiente “pared de números” se obtuvo multiplicando los números de los ladrillos de abajo para obtener el número del ladrillo que está encima:



En algunas ocasiones se dan los números de abajo y en otras se dan ciertos números; en este caso, se debe especificar si es una “pared de números” de adición o de multiplicación.

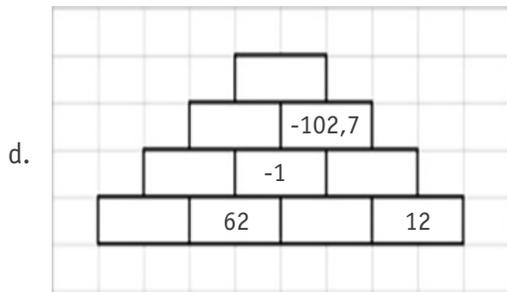
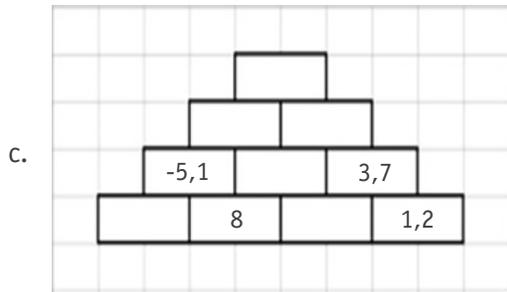
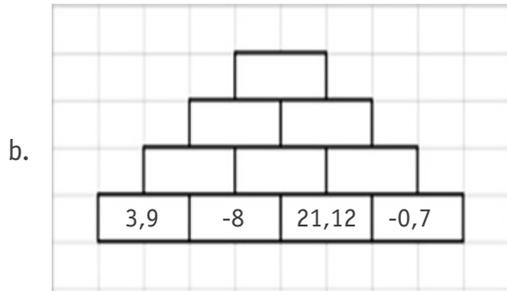
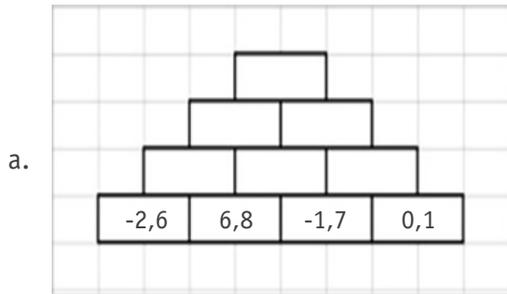
## Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

9. Resuelven los siguientes ejercicios, dando una alternativa de respuesta:

	A	B	C	D	ALTERNATIVA CORRECTA
$401 \cdot 4$	154	164	1604	1064	
$6,3 \cdot 10 \cdot 1000$	630 000	63 000	603 000	6300	
$4,5 \cdot 2 + 1$	90	91	10	11	
$(\frac{3}{5} + 0,4) \cdot 100$	1000	100	7	70	
$5,2 \cdot 3 - 23,5 \cdot 1,2$	12,18	12,6	-12,18	-12,6	
$(\frac{2}{3} - 4 \frac{1}{2}) \cdot 3 \cdot \frac{4}{7}$	$6,\overline{571428}$	$-6,\overline{571428}$	$-8,\overline{857142}$	$8,\overline{857142}$	

10. Completan las siguientes “paredes de números” de adición:



**Representar**

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (0A m)

## Objetivos de Aprendizaje

### OA 2

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
- Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

## Actividades

Los y las estudiantes resuelven los siguientes problemas:

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos.  
(OA b)

1. En una laguna de 4 m de profundidad, la intensidad de la luz que entra al agua disminuye cada metro el equivalente a  $\frac{3}{5}$  de la intensidad anterior.



4 m

- a. ¿Cómo se determina la intensidad de la luz a mayor profundidad? Expresan el resultado con una potencia.
- b. ¿En qué porcentaje ha bajado la intensidad a los 4 m?
- c. En otra laguna, la intensidad de la luz baja cada metro el equivalente a la mitad del valor anterior. Determinan qué parte de la intensidad original hay a los 6 m de profundidad y lo expresan con una potencia.

® Ciencias Naturales OA 9 de 1° medio.

2. Los alumnos y las alumnas realizan un experimento de química para reducir la concentración de color en agua coloreada, de la siguiente manera: vierten el agua coloreada en un vaso graduado; luego sacan la mitad del agua coloreada y llenan el vaso con agua destilada. Vuelven a sacar la mitad del agua coloreada y llenan con agua destilada, y así, repiten el proceso varias veces. Luego responden:
- ¿A qué parte de la concentración anterior disminuye la concentración del color en cada paso? Se ha realizado el proceso tres veces: ¿a qué parte de la concentración original baja la concentración del color? Expresan el resultado mediante una potencia.
  - Después de los tres pasos del proceso de desconcentración, repiten la actividad dos veces más. ¿A qué parte de la concentración original baja la concentración? Expresan el resultado con potencia.
  - ¿Qué propiedad del cálculo de potencias se aplica en este caso?

® **Ciencias Naturales OA 13 de 8° y OA d de 1° medio.**

3. Un sistema de filtros para purificar el aire de un laboratorio se compone de dos filtros que reducen la concentración de polvo a  $\frac{2}{5}$
- Determinan la concentración de polvo después de haber pasado por los dos primeros filtros. Expresan el resultado con una potencia.
  - Para seguir reduciendo la concentración de polvo, se conectan dos filtros más, de los cuales cada uno reduce la concentración a  $\frac{1}{10}$ . ¿A qué parte de la concentración pueden reducir si se los combina? Expresan el resultado con una potencia.
  - Determinan la parte de la concentración de polvo en el aire después de haber pasado por los cuatro filtros. Aplican la multiplicación de potencias y expresan el resultado con una potencia.

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Observaciones a la o el docente

Se espera que las alumnas y los alumnos apliquen la multiplicación de potencias con bases fraccionarias. Después haber pasado los dos primeros filtros, la concentración de polvo baja a  $(\frac{2}{5})^2$  de la concentración inicial. La combinación de los últimos dos filtros por sí mismo baja la concentración de polvo a  $(\frac{1}{10})^2$ . La combinación de los cuatro filtros baja la concentración en una parte que corresponde al producto de ambas potencias  $(\frac{2}{5})^2 \cdot (\frac{1}{10})^2$ , aplicando la regularidad de la multiplicación de potencias con exponentes iguales. La base de la potencia  $[\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10}]^2$  se reduce a  $[\frac{1}{25}]^2$ . Esta actividad puede ser trabajada en parejas o en grupos. Es posible que los y las estudiantes consideren ejemplos particulares para cada proposición, y que esto genere algún tipo de discusión, la que deben efectuar con respeto y considerando las diferencias.

Se sugiere que los alumnos y las alumnas practiquen formas de una buena convivencia. (OA D)

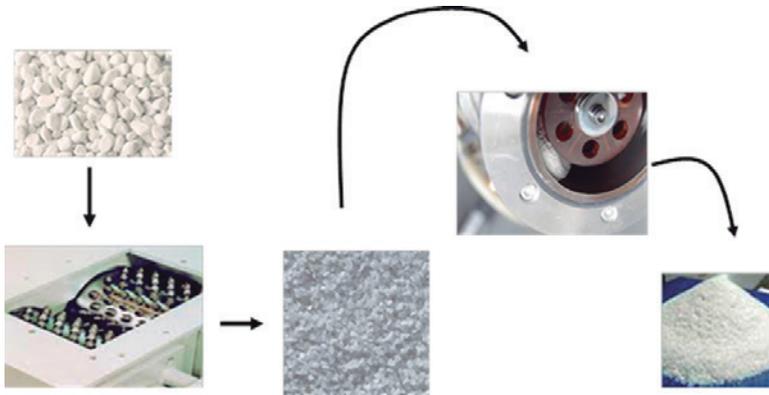
### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

4. Calculan aplicando las propiedades de la multiplicación y división de potencias.

a. $5^{-3} \cdot 2^3$	b. $8^2 \cdot 3^2$	c. $0,5^3 \cdot 4^3$	d. $0,5^{-5} \cdot 10^{-5} \cdot 0,2^{-5}$
e. $0,4^4 \cdot 3^4 \cdot 0,25^4$	f. $6^6 \cdot (\frac{1}{6})^6$	g. $(\frac{5}{6})^3 \cdot (\frac{9}{5})^3 \cdot (\frac{5}{3})^3$	h. $(\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{3}{5})^4 \cdot 5^4$
i. $5^{-5} : 2^6$	j. $8^{-5} \cdot 3^{-5}$	k. $0,51^{-3} \cdot 0,04^{-3}$	l. $0,2^4 \cdot (\frac{3}{5})^4 \cdot 1,5^4$
m. $36^7 \cdot (\frac{1}{36})^7$	n. $3^{-4} \cdot (\frac{1}{6})^{-2}$	o. $2^{-8} \cdot (\frac{1}{4})^{-6}$	p. $15^{-5} \cdot (\frac{1}{5})^{-7}$

5. El proceso de pulverización de un material se realiza en diferentes fases. En la primera fase, el material pasa por un molino que reduce el tamaño de las partículas a la centésima parte. En la segunda fase, las partículas ya reducidas pasan por una máquina que las reduce, a su vez, a la milésima parte.



- ¿Con qué factor aumenta el número de partículas de una cantidad de material al pasar por el molino? Expresan el factor con una potencia.
- ¿Con qué factor aumenta el número de partículas de una cantidad al pasar por la máquina? Expresan el factor con una potencia.
- Determinan el factor total con el cual se aumenta el número de partículas de una cantidad que pasa por la combinación del molino y la máquina.
- Conjeturan acerca del resultado si se pasa tres veces el material por el proceso molino-máquina. Explican y comunican la conjetura.
- Representan el cálculo con la multiplicación de potencias y la potenciación de potencias.
- Calculan las siguientes potencias por medio de multiplicación y de potenciación:
  - $[2^4]^3$
  - $[5^2]^2$
  - $[10^{-2}]^4$
  - $[2^5]^{-2}$
  - $[2^{-2}]^{-3}$

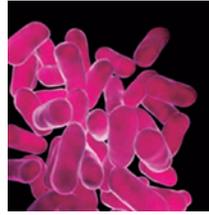
### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

6. En un mililitro de leche hay 10 000 bacterias lácteas.



- Expresan el número de bacterias con una potencia.
- ¿Cuántos mililitros caben en un litro? Expresan el número con una potencia.
- ¿Cuántas bacterias lácteas hay en un litro de leche? Eligen el cálculo adecuado y expresan el resultado con una potencia.

© Ciencias Naturales OA 17 de 1° medio.

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

7. Reconocen el significado de una potencia con exponentes enteros negativos.

- a. Continúan la secuencia:  $\frac{a^4}{a^1} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{a} = a^{(4-1)} = a^3$

$$\frac{a^4}{a^2} = \dots = \dots = \dots$$

$$\frac{a^4}{a^3} = \dots = \dots = \dots$$

$$\frac{a^4}{a^4} = \dots = \dots = \dots$$

$$\frac{a^4}{a^5} = \dots = \dots = \dots$$

$$\frac{a^4}{a^6} = \dots = \dots = \dots$$

$$\frac{a^4}{a^7} = \dots = \dots = \dots$$

#### Observaciones a la o el docente

Para la actividad anterior, se puede ejemplificar lo que sucede en el primer paso de la representación simbólica, y en el segundo, para determinar la relación entre el primer paso y el último.

Para que los o las estudiantes logren generalizar la tarea propuesta, el o la docente los(as) alienta a que no se rindan y que formulen una regla para el uso de exponentes enteros negativos. (OA C)

b. Transforman las siguientes fracciones de la forma  $\frac{1}{a^m}$  en potencias:

- $\frac{1}{2^5}$
- $\frac{1}{10^6}$
- $\frac{1}{3^4}$
- $\frac{1}{4^2}$

c. Transforman potencias con exponentes enteros negativos en fracciones de la forma  $\frac{1}{a^m}$ :

- $10^{-4}$
- $8^{-2}$
- $5^{-3}$
- $2^{-8}$

8. Reconocen la igualdad entre  $(\frac{a}{b})^{-m}$  y  $(\frac{b}{a})^m$

- Completan las transformaciones de  $(\frac{a}{b})^{-2} = \frac{1}{(\frac{a}{b})^2} = \frac{1}{\frac{a \cdot a}{b \cdot b}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

• Transforman las potencias con exponentes negativos enteros en potencias con exponentes naturales, y viceversa.

- $(\frac{2}{5})^{-3}$
- $(\frac{1}{10})^{-6}$
- $(0,25)^4$
- $(\frac{4}{3})^{-2}$
- $(\frac{2}{3})^4$
- $(0,8)^3$
- $(\frac{1}{10})^{-5}$
- $(0,01)^5$

9. Resuelven los siguientes problemas:

a. El crecimiento de la economía de un país se concretó en dos años consecutivos con un 25% y en los dos años siguientes con un 20%.

- Determinan el factor del crecimiento de la economía para los últimos cuatro años y lo expresan con una potencia de base decimal.
- ¿Qué propiedad del cálculo con potencias se aplica?

b. Un plan de ahorro de 8 años considera intereses anuales compuestos de 4% para los primeros 4 años, y en los últimos 4 años sigue el ahorro anual con un porcentaje de 8%.

- Expresan en un número decimal el factor con el cual se aumenta anualmente el capital invertido: en los primeros 4 años y en los últimos 4 años.
- Expresan el factor del aumento total, del primero al cuarto año, mediante una potencia.

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

### Resolver problemas

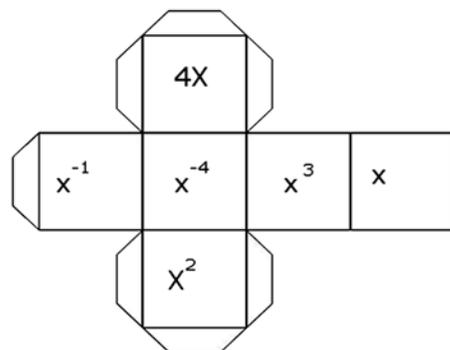
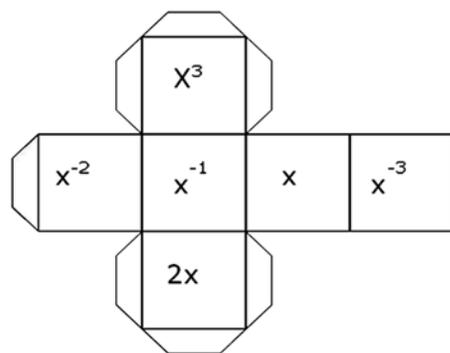
Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (0A b)

- Determinan el porcentaje total que representa el aumento del capital del primero al cuarto año, utilizando calculadora. Redondean el porcentaje al primer decimal.
- Expresan el factor del aumento total del quinto al octavo año, mediante una potencia.
- Determinan el porcentaje total que representa el aumento del capital del quinto al octavo año, utilizando calculadora. Redondean el porcentaje al primer decimal.
- Calculan el porcentaje total del aumento del capital que resulta al final del plan de ahorro.
- Si se cambiara el porcentaje de los primeros cuatro años por el de los últimos años y viceversa, ¿se obtendría otro porcentaje total? Responden sin realizar cálculos.
- ¿Cuál debería ser el porcentaje anual para lograr el mismo aumento del capital en solo cuatro años?

© **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 20 de 1º medio.**

10. Juegan en parejas con los siguientes dados. Las reglas del juego son:

- Cada par de estudiantes recibe dos dados y la variable  $x$  representa un número natural mayor o igual que 1 y menor o igual que 36.
- Cada estudiante tira los dos dados a la vez y multiplica los resultados obtenidos.
- El desarrollo del ejercicio y el resultado deben ser anotados en una hoja con el nombre correspondiente.
- El o la estudiante se anota un punto cuando obtiene como resultado una expresión mayor que la de su compañero o compañera.



#### Observaciones a la o el docente

Una variación de este juego es trabajar con la división y anotar los resultados obtenidos por los dados como una fracción; en este caso, se debe lanzar un dado primero y luego el otro.

Las alumnas y los alumnos deberían comprobar y validar sus resultados en forma autónoma. (OA C)

#### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

## Objetivos de Aprendizaje

### OA 3

Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:

- Transformando productos en sumas y viceversa.
- Aplicándolos a situaciones concretas.
- Completando cuadrado del binomio.
- Utilizándolos en la reducción y el desarrollo de expresiones algebraicas.

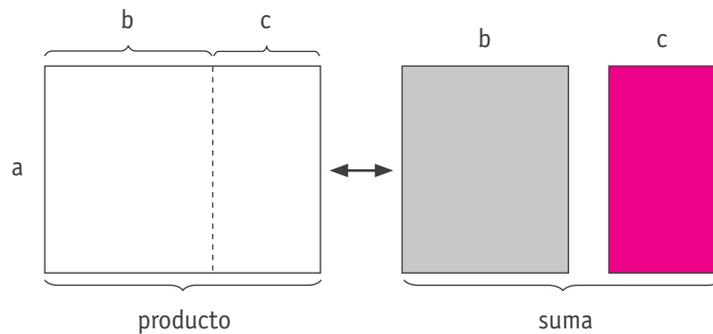
## Actividades

Los y las estudiantes resuelven los siguientes problemas:

### Representar

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA i)

1. Aplican la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la adición.



- a. Expresan el área del rectángulo grande con las variables  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
- b. Expresan la adición de las áreas de los rectángulos.
- c. Explican y comunican la igualdad de ambas expresiones algebraicas.
- d. Verbalizan la regularidad, completando la siguiente frase: “El producto de un número con una adición...”.

### Representar

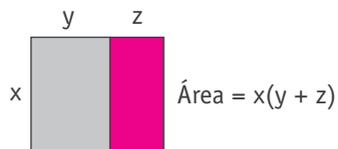
Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA l)

2. Transforman los siguientes productos en adiciones o sustracciones y luego relacionan los sumandos con el área del rectángulo:

- $x \cdot (y + z)$
- $x \cdot (x - 5)$
- $2r \cdot (3s + 5t)$
- $(4p - q) \cdot p$
- $\frac{1}{5} \cdot (15m + 20n)$
- $1,2b \cdot (4b - 5a)$

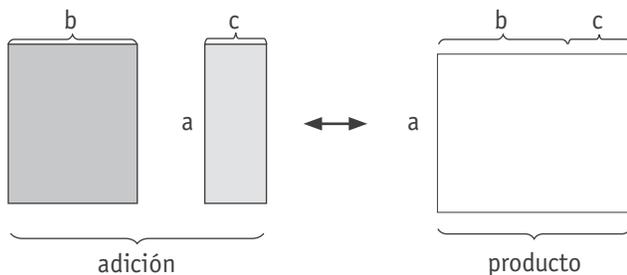
**Observaciones a la o el docente**

Puede indicar que relacionen cada producto con el área del rectángulo. Por ejemplo:



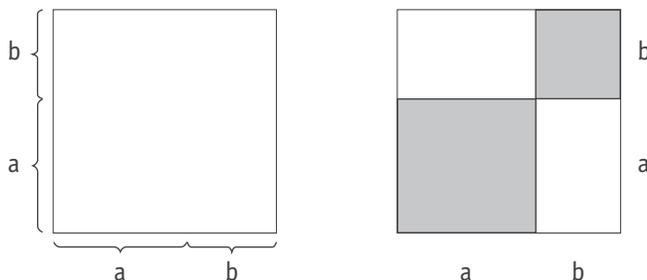
El o la estudiante debería defender sus ideas al representar los productos en rectángulos y repetir el proceso hasta lograr resultados correctos. (OA C)

3. Aplican la propiedad distributiva para factorizar adiciones.



- a. Transforman la adición de las áreas de los dos rectángulos en el producto que representa el área del rectángulo grande.
- b. Explican y comunican la igualdad de ambas expresiones algebraicas.
- c. Verbalizan la regularidad completando la siguiente frase: “La adición de dos productos con un factor común...”.

4. Comparan el cuadrado grande de la izquierda con la figura compuesta de la derecha y luego realizan los ejercicios que se indican más abajo:



- a. Expresan el área del cuadrado de la izquierda con las variables  $a$  y  $b$ .
- b. Expresan el área de la figura compuesta de la derecha.

**Representar**

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA I)

**Argumentar y comunicar**

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

**Representar**

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA I)

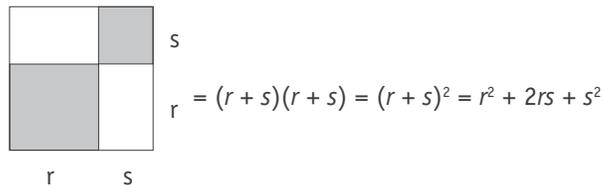
**Argumentar y comunicar**

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

- c. Explican y comunican la igualdad entre ambas expresiones algebraicas.
- d. Verbalizan la regularidad completando la siguiente frase: “El cuadrado de la adición entre  $a$  y  $b...$ ”.
- e. Aplican la propiedad conmutativa y comprueban simbólicamente la propiedad del producto notable de la siguiente manera:  $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = ...$
- f. Aplican el primer producto notable transformando productos en adiciones, y viceversa:
- $(r + s)^2$
  - $(2x + 5)^2$
  - $t^2 + 8st + 16s^2$
  - $(3m + 4n)^2$
  - $25d^2 + 30de + 9e^2$
  - $(3x^2 + 2y^2)^2$

#### Observaciones a la o el docente

Puede indicar que relacionen el primer producto notable con el área de un cuadrado; por ejemplo:

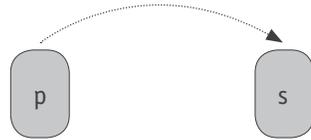


#### Resolver problemas

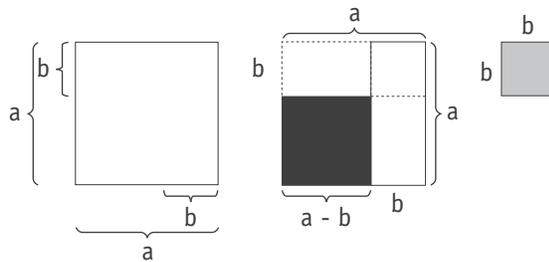
Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

5. Completan el cuadrado de una adición:
- a.  $a^2 + 10ab + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})^2$
  - b.  $4x^2 + 20xy + \underline{\hspace{2cm}} = (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})^2$
  - c.  $9s^2 + \underline{\hspace{2cm}} + 4t^2 = (\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}})^2$

6. Resuelven el siguiente problema: dos amigos quieren recordarse mutuamente una fiesta que se llevará a cabo el próximo mes. Para estar más tranquilos, programan en sus celulares un recordatorio para el amigo y para sí mismos. El primero de los amigos se representa con la variable  $p$  y el otro con la variable  $s$ . El proceso de recordar se modela con el producto de las variables. En la figura siguiente se visualiza el proceso de recordar con flechas:



- Completan el dibujo con las flechas posibles.
  - Modelan la adición de los contactos posibles con el producto notable  $(p + s)^2$ .
7. Comparan el cuadrado grande de la izquierda con la figura compuesta de la derecha:



- A partir de un cuadrado de lado  $a$ , realizan divisiones adecuadas tal como lo muestra la imagen de la derecha.
- Comparan el área del cuadrado negro de la derecha con el área de las figuras que se quitan al cuadrado original del lado  $a$ .
- Explican y comunican la igualdad de expresiones algebraicas.
- Verbalizan la regularidad completando la siguiente frase: “El cuadrado de la diferencia entre  $a$  y  $b...$ ”.
- Aplican la propiedad conmutativa y comprueban simbólicamente la propiedad del producto notable de la siguiente manera:  
 $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = \underline{\hspace{2cm}}$

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y repuestas en lenguaje matemático. (OA c)

### Representar

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA l)

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

- Aplican el segundo producto notable transformando productos en diferencias y viceversa:
  - $(e - f)^2$
  - $(3g - 5)^2$
  - $16p^2 - 24pq + 9q^2$
  - $(2pq^2 - 3x^2y)^2$
  - $0,25r^2 - 5rs + 25s^2$
  - $-12ab + 4b^2 + 9a^2$

#### Observaciones a la o el docente

Nótese que, si quitan el área de los dos rectángulos  $a$  y  $b$  al original en el dibujo del problema 7, deberán agregar el cuadrado de lado  $b$ .

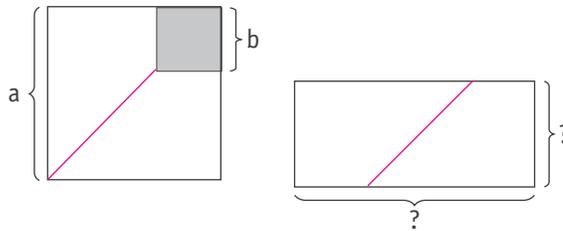
#### Representar

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA l)

#### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

8. Comparan el cuadrado grande y el cuadrado gris con el rectángulo de la derecha:



- Rotulan los lados del rectángulo en la derecha con las expresiones algebraicas correspondientes.
- Expresan el área del rectángulo con el área del cuadrado grande y del cuadrado gris.
- Explican y comunican la igualdad de ambas expresiones algebraicas.
- Verbalizan la regularidad completando la siguiente frase: "El producto entre la adición de  $a$  y  $b$  y la diferencia entre  $a$  y  $b$ ...".
- Aplican la propiedad conmutativa y comprueban simbólicamente la propiedad del producto notable de la siguiente manera:  
 $(a - b) \cdot (a + b) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. Aplican el tercer producto notable transformando productos en diferencias y viceversa:

- $(x + y) \cdot (x - y)$
- $(3c - 2d) \cdot (3c + 2d)$
- $36s^2 - 81w^2$
- $(5f - 4e) \cdot (4e + 5f)$
- $-121b^2c^2 + 49a^2$
- $225s^2t^4 - 100s^4$
- $(2f + 3g) \cdot (2f - 3g)$
- $(4a - 7b) \cdot (7b + 4a)$
- $(x^2 + 4y^2) \cdot (x^2 - 4y^2)$
- $121r^2 - 64s^2$
- $81a^4 - 64b^4$
- $10\,000p^2 - 625t^2$

**Resolver problemas**

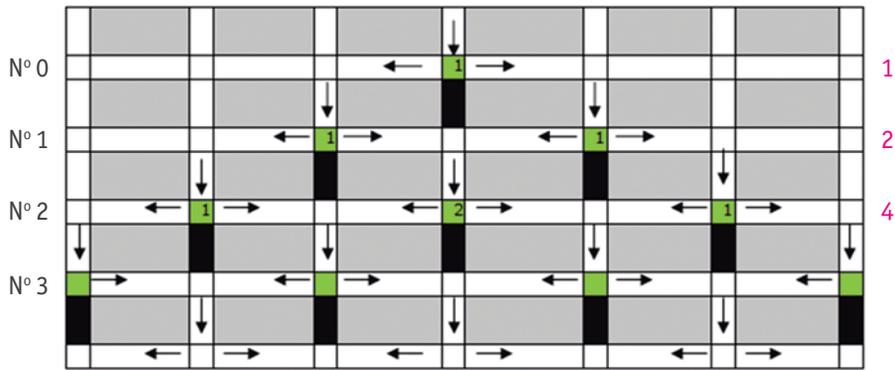
Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

10. Resuelven el siguiente problema:

Se desplazan por una red que tiene las siguientes reglas: Si no se puede avanzar en el camino, se dobla una sola cuadra hacia la izquierda o a la derecha, retomando la dirección anterior comenzando por la flecha inicial. En los cuadrillos verdes del mapa se anota el número de caminos que llegan a las calles bloqueadas, comenzando siempre desde la flecha inicial. En el lado derecho se anota el total de los posibles caminos que llegan desde arriba a esa calle horizontal.

**Resolver problemas**

Identificar ideas propias y repuestas en lenguaje matemático. (0A c)



- a. Amplían el mapa agregando una calle horizontal en la parte inferior. Determinan el número de caminos que llegan a una calle bloqueada y lo marcan en el mapa de color verde.
- b. Determinan el número total de caminos que llevan a las calles horizontales y lo marcan en el mapa de color rojo.

### c. Desafío

En el mapa del ejercicio anterior, un camino hacia la izquierda se representa con la variable  $a$  y un camino hacia la derecha, con la variable  $b$ . Si se combinan dos caminos horizontales, se modela con la multiplicación. Por ejemplo: La combinación de un camino hacia la izquierda con un camino hacia la derecha se modela con el producto  $a \cdot b$ ; la combinación dos veces hacia la izquierda se modela con  $a \cdot a$ , que significa  $a^2$ .

Representan los posibles caminos que llevan a la calle horizontal N° 2, con el producto notable de  $(a + b)^2$ .

#### Observaciones a la o el docente

Como continuación de esta actividad se puede trabajar el triángulo de Pascal, ya sea con un pequeño trabajo de investigación o tratándolo en clases para ejercitar potencias de binomios.

## Objetivos de Aprendizaje

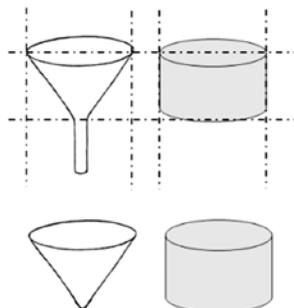
### OA 7

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficie y el volumen del cono:

- Desplegando la red para la fórmula del área de superficie.
- Experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono.
- Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.

## Actividades

1. Desarrollan la fórmula del volumen del cono mediante los pasos que se indican más abajo:



- Comparan la parte superior de un embudo de plástico con un cilindro de la misma base y altura, y estiman el volumen del cono como parte del volumen del cilindro.
- Confeccionan, con cartón o cartulina gruesa, un cilindro de la misma base y altura que tiene el embudo. Sellan bien los bordes con pegamento.
- Conjeturan acerca del contenido del embudo en comparación con el contenido del cilindro.
- Llenan el embudo con algún material reciclable y determinan cuántas veces cabe el contenido del embudo en el cilindro.
- Expresan algebraicamente el volumen del cono como parte del cilindro, con la misma base circular del radio  $r$  y de la altura  $h$ .

## Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

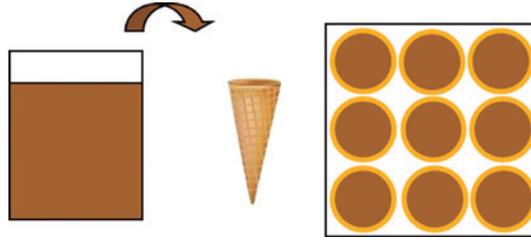
### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos.  
(OA b)

### Argumentar y comunicar

Explicar procedimientos de soluciones propias, demostraciones de resultados y conectores.  
(OA e)

2. En una pastelería, se echa crema de chocolate a los barquillos y luego estos se empaican en cajas de 9 unidades, como se muestra en las figuras siguientes:



Responden: ¿qué cantidad de chocolate se necesita aproximadamente para elaborar una caja de 9 barquillos rellenos de crema de chocolate?

#### Observaciones a la o el docente

Se espera que los alumnos y las alumnas estimen el diámetro y la altura de un barquillo. Reconocen que el barquillo tiene la forma de un cono. Después calculan su volumen y la cantidad de crema de chocolate que se necesita para llenar el cono. Luego calculan cuánta crema de chocolate cabe en 9 conos. Se recomienda hacer este trabajo en grupos para fomentar las habilidades de argumentar y comunicar.

Esta forma de trabajo permite que compartan sus conjeturas y sus soluciones con respecto al cálculo del volumen del cono. Tienen que respetar y valorar las opiniones de todos y todas (OA D). Una planificación previa al trabajo y de los procedimientos permitiría a los estudiantes avanzar de manera efectiva en la tarea propuesta. (OA C)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos.  
(OA b)

3. Resuelven los siguientes problemas geométricos:

Calculan el volumen de los siguientes conos por medio de las medidas dadas: (Consideran la aproximación de  $\pi \approx 3,14$ ) a) radio  $r = 5$  cm, altura  $h = 12$  cm y b) diámetro de la base  $d = 16$  cm, altura  $h = 15$  cm.

Un cono tiene el radio  $r$  y la altura  $h$ .

- ¿Cómo cambia el volumen del cono si se duplica el radio  $r$  y se reduce la altura a la mitad?
- Calculan el cambio porcentual con respecto al volumen del cono original.
- ¿Cómo se cambia el volumen del cono original si se reduce el radio a la mitad y se duplica la altura?
- Calculan el cambio porcentual con respecto al volumen del cono original.

### Observaciones a la o el docente

Se sugiere considerar previamente el trabajo con el OA 6 para desarrollar de manera adecuada el tratamiento del área de la superficie. De lo contrario, se pueden tratar los temas de sectores circulares y área de la superficie del cono en conjunto y por medio del desarrollo de problemas.

4. Descomponen, con una tijera, modelos de un cono hecho en papel o cartón y desenrollan la red en el plano.



- Identifican la línea del corte con una medida del cono.
- Identifican el perímetro de la base con una línea geométrica.
- Conjeturan acerca del ángulo del manto y la forma del cono; explican y comunican la conjetura.

5. Dibujan un círculo con  $r = 5$  cm, marcan un sector de  $90^\circ$  y recortan el sector restante de  $270^\circ$ .



- Pliegan el sector de  $270^\circ$  para darle la forma de un cono abierto, juntando y pegando las líneas punteadas.
- Determinan el radio de la base del cono.
- Dibujan el círculo de la base, lo recortan y lo pegan al manto.
- Responden: ¿Se puede confeccionar un cono que tenga otra forma, con el sector circular de  $270^\circ$  del radio  $r = 5$  cm? Explican y comunican la respuesta.
- Mencionan las partes que componen el área de la superficie de un cono.
- Responden: Si se duplica el radio del sector original, ¿qué efecto provoca este cambio en el área de la superficie? Explican y comunican la respuesta.

### Argumentar y comunicar

Explicar procedimientos de soluciones propias, demostraciones de resultados y conectores. (OA e)

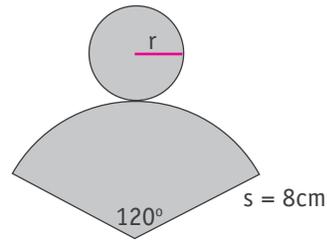
### Resolver problemas

Identificar ideas propias y repuestas en lenguaje matemático. (OA c)

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y repuestas en lenguaje matemático. (OA c)

6. Calculan el área de la superficie de un cono cuyo manto tiene un ángulo central de  $120^\circ$  y un radio de  $s = 8\text{cm}$  (consideran la aproximación de  $\pi \approx 3,14$ )



- Calculan el área del manto del cono.
- ¿Con qué parte de la base del cono coincide el arco del sector?
- Determinan el radio de la base del cono.
- Calculan el área de la base del cono.
- Calculan el área de la superficie del cono.

### Argumentar y comunicar

Explicar procedimientos de soluciones propias, demostraciones de resultados y conectores. (OAe)

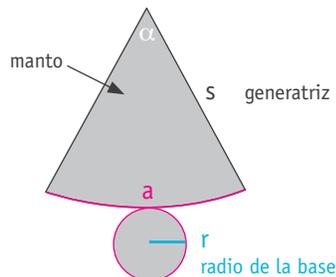
7. Desarrollan la fórmula del área de la superficie de un cono con ángulo central cualquiera, reconociendo que el área de un sector circular se calcula con la siguiente fórmula (ver OA 6):  $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot r$ , en la que la variable  $a$  corresponde al arco del sector, y la variable  $r$  corresponde al radio del círculo.

- Expresan el arco  $a$  del manto mediante el radio  $r$  de la base del cono.
- Transforman la expresión algebraica de un sector circular  $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot s$  en la fórmula del área del manto del cono utilizando el resultado del ejercicio anterior (resultado  $A = \pi \cdot r \cdot s$ ).
- Expresan la fórmula del área de la superficie de un cono utilizando la generatriz  $s$  y el radio  $r$  de la base.

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

8. Calculan el área de la superficie de un cono con ángulo central cualquiera, mediante los siguientes pasos:



- Determinan el arco  $a$  del manto, considerando las medidas del ángulo central  $\alpha$  y de la generatriz  $s$ .
- Determinan el radio  $r$  de la base.

9. El manto de un cono tiene el ángulo central de  $a = 72^\circ$  y una generatriz de  $s = 12$  cm.

- Calculan el área del manto.
- Calculan el área de la base.
- Calculan el área de la superficie.

### Desafío

10. Se requiere pintar el techo de la torre. Para ello, deben:



- Calcular aproximadamente el área del techo.
- Determinar la cantidad de pintura que se necesita, aproximadamente, para aplicar una capa de 1 mm de grosor.

#### Observaciones a la o el docente

Se espera que las alumnas y los alumnos reconozcan que el techo de la torre de la foto tiene la forma de un cono. Estiman el diámetro del techo y la altura, refiriéndose a partes de la torre; por ejemplo: las dimensiones que deben tener las ventanas para poner cortinas. Además, se pueden referir a las dimensiones del edificio del lado. Los y las estudiantes deben reconocer que el área del techo es el manto de un cono. Se recomienda que la actividad sea realizada en grupos, para fomentar las habilidades de argumentar y comunicar. Asimismo, las y los estudiantes deberían compartir, obedecer y asumir responsabilidades, y aceptar las reglas y los plazos establecidos por el grupo o por el profesor o la profesora. (OA D)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

## SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

### EVALUACIÓN 1

#### Objetivo de Aprendizaje

##### OA 2

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
- Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.

#### Indicadores de Evaluación

- Aplican las propiedades de la multiplicación, la división y la potenciación de potencias en ejercicios.
- Resuelven problemas de la vida diaria y de otras asignaturas relacionados con potencias de base racional y exponente entero.

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<p>Esta evaluación se puede registrar en el diario de vida matemático y se trabaja de parejas o en grupo.</p> <p>Los y las estudiantes realizan lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Juegan considerando la siguiente consigna: “Dime cuál es la quinta potencia de tu edad y yo te diré cuál es tu edad”.</li><li>• Utilizan la calculadora para determinar la quinta potencia de diferentes edades y de otros números.</li><li>• Explican el “truco” del juego a sus compañeras y compañeros y dan argumentos.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Calculan la quinta potencia de sus edades y de otros números.</li><li>• Conjeturan que cada vez que un número se eleva a cinco, el dígito de las unidades se mantiene.</li><li>• Determinan de forma intuitiva el dígito de las decenas para diferentes edades.</li><li>• Explican el “truco” del juego.</li><li>• Potencian los números del uno hasta el nueve, y concluyen que siempre el último dígito es el mismo en la quinta potencia.</li><li>• Escriben números de dos dígitos como adiciones de potencias de diez.</li><li>• Prueban qué ocurre cuando una adición (binomio) se eleva a 5.</li><li>• Utilizan el concepto de potencias para potenciar binomios.</li><li>• Generalizan lo que se hace con números de dos dígitos a números de tres o más dígitos.</li><li>• Argumentan matemáticamente el porqué de la conjetura, y para esto utilizan razonamientos inductivos y la descomposición de los números en potencias de diez.</li></ul>

## EVALUACIÓN 2

## Objetivo de Aprendizaje

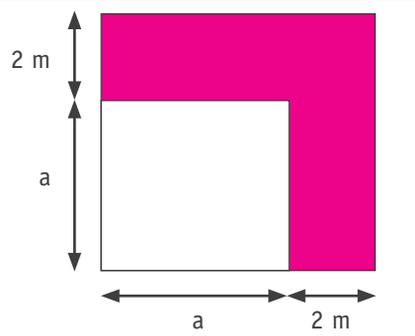
## OA 3

Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:

- Transformando productos en adiciones y viceversa.
- Aplicándolos a situaciones concretas.
- Completando el cuadrado del binomio.
- Utilizándolas en la reducción y desarrollo de expresiones algebraicas.

## Indicadores de Evaluación

- Reconocen los productos notables como caso especial del producto de dos adiciones o diferencias.
- Aplican los productos notables, en la factorización y la reducción de expresiones algebraicas, a situaciones concretas.

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<p>La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.</p> <p>Los y las estudiantes realizan el siguiente ejercicio: Un terreno cuadrado fue aumentado en dos metros por lado.</p>  <p>a. Expresan algebraicamente el área que se agrega al terreno cuadrado de lado "a" metros.</p> <p>b. Evalúan con <math>a = 4</math> la expresión obtenida.</p> <p>c. Elaboran una tabla para diferentes valores de <math>a</math>.</p> <p>d. Explican cómo varía el área del terreno agregado.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresan algebraicamente el área que se adición al terreno agregado.</li> <li>• Utilizan un binomio al cuadrado para expresar el área total.</li> <li>• Evalúan de manera adecuada el valor de <math>a = 4</math>.</li> <li>• Elaboran de manera ordenada una tabla con diferentes valores para <math>a</math>.</li> <li>• Explican con sus propias palabras que el cambio es de cuatro metros entre aumentos de un metro.</li> <li>• Explican cómo varía el terreno, utilizando la expresión algebraica obtenida en a), desarrollándola y reconociendo el cambio.</li> </ul>

## EVALUACIÓN 3

### Objetivo de Aprendizaje

#### OA 7

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de la superficie y el volumen del cono:

- Desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie.
- Experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono.
- Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.

### Indicadores de Evaluación

- Calculan el volumen y el área de la superficie de conos, explicando el rol que tiene cada uno de los términos de la fórmula.
  - Resuelven problemas geométricos y de la vida diaria que involucran volúmenes y áreas de superficies de conos.
-

## EVALUACIÓN 3

1

U1

### ACTIVIDAD

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Esta actividad se presta para que los y las estudiantes se autoevalúen y para que la o el docente asesore a uno(a) o más estudiantes por medio de una entrevista individual.

Los y las estudiantes resuelven los siguientes problemas:

1. Un montón de arena, que ha caído desde un tubo, tiene una forma conoidal. El diámetro del cerro de arena que se ha formado en el piso mide 5 metros y el tubo está a una altura de 3 metros. ¿Cuántos metros cúbicos de arena se acumulan cuando la cima del montón de arena ha llegado al tubo?



2. Amaya ha decidido hacerse su propia carpa "tipi", para lo cual tiene palos de madera de 3,2 metros de largo. ¿Cuántos metros de género necesitará si el espacio en el patio es de aproximadamente  $3,5 \text{ m}^2$ ?



3. Un embudo con forma de cono tiene un diámetro de 20 cm en la parte superior (más ancha). ¿Qué tan largo debe ser el embudo para contener exactamente un litro? (sin considerar la parte cilíndrica del embudo, de 1 cm de ancho).



- Utilizan de manera adecuada la fórmula de la superficie de un cono.
- Utilizan en forma correcta la fórmula del volumen de un cono.
- Resuelven los problemas utilizando dibujos y esquemas que les permiten obtener una solución rápida y certera.
- Relacionan el área de figuras 2D con el área de superficie de figuras 3D.
- Utilizan la fórmula del perímetro para responder a uno de los problemas.
- Determinan áreas de superficies y volúmenes de diferentes conos.

## UNIDAD 2

---

### PROPÓSITO

---

En esta unidad, los y las estudiantes resuelven sistemas  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales, de manera concreta, pictórica y simbólica, y utilizan representaciones gráficas y de balanzas para determinar soluciones del sistema de ecuaciones. Asimismo, deben diferenciar entre solución única, solución infinita y sin solución. También, se tratan cuatro formas de resolver un sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales, a saber: el método gráfico, por sustitución, por igualación y por reducción. Para estos efectos, se emplea el conocimiento adquirido en la unidad anterior sobre la operatoria con números racionales. Las y los estudiantes refuerzan lo aprendido sobre función lineal, incorporando la noción de linealidad en dos variables; se recurre a fijar los parámetros  $a$  y  $b$  de la relación lineal en dos variables y a determinar relaciones en el gráfico. En esta etapa, el trabajo debe ser sencillo, variado y lento, quedándose en el nivel de haz de rectas paralelas y determinando condiciones sobre el punto de corte con el eje Y. Se desarrolla la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, considerando algunos ángulos centrales, divisiones del círculo y la noción de perímetro y área del mismo para conjeturar respecto de las fórmulas.

### CONOCIMIENTOS PREVIOS

---

- › Concepto de función.
- › Función lineal.
- › Ecuaciones con números racionales.
- › Inecuaciones con números racionales.
- › Función afín.
- › Área y perímetro del círculo.

## PALABRAS CLAVE

---

Sistema de ecuaciones lineales ( $2 \times 2$ ), solución única, solución infinita, sin solución, linealidad en dos variables, parámetros, sectores circulares, segmentos circulares.

## CONOCIMIENTOS

---

- › Sistemas de ecuaciones lineales ( $2 \times 2$ ).
- › Relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x, y) = ax + by$ .
- › Área y perímetro de sectores y segmentos circulares.

## HABILIDADES

---

- › Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. **(OA d)**
- › Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad. **(OA h)**
- › Seleccionar modelos e identificar cuándo dos variables dependen linealmente o afinmente en un intervalo de valores. **(OA i)**
- › Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen *más a la realidad*. **(OA j)**
- › Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas. **(OA l)**
- › Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. **(OA o)**

## ACTITUDES

---

- › Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas. **(OA A)**
- › Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**

## UNIDAD 2

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p style="color: #e91e63; text-align: center;">Se espera que las y los estudiantes sean capaces de:</p>	<p style="color: #e91e63; text-align: center;">Los y las estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p>
<p><b>OA 4</b> Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2 x 2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verifican que una sola ecuación en dos variables <math>ax + by = c</math> (con <math>a, b, c</math> fijo) <math>a, b, c \in \mathbb{Q}</math> tiene como solución infinitos pares ordenados <math>(x, y)</math> de números.</li> <li>• Transforman ecuaciones de la forma <math>ax + by = c</math> a la forma <math>y = -\frac{a}{b} \cdot x + \frac{c}{b}</math> reconociendo la función afín.</li> <li>• Representan sistemas de ecuaciones lineales y sus soluciones, de manera concreta (balanzas), pictórica (gráficos) o simbólica.</li> <li>• Elaboran los gráficos de un sistema de la forma:             <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0; display: inline-block;"> <math display="block">\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}</math> </div> </li> <li>• Resuelven sistemas de ecuaciones lineales utilizando métodos algebraicos de resolución, como eliminación por igualación, sustitución y adición.</li> <li>• Modelan situaciones de la vida diaria y de ciencias, con sistemas 2 x 2 de ecuaciones lineales.</li> </ul>
<p><b>OA 5</b> Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma <math>f(x,y) = ax + by</math>; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Creando tablas de valores con <math>a, b</math> fijo y <math>x, y</math> variable.</li> <li>• Representando una ecuación lineal dada, por medio de un gráfico, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>• Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando <math>c</math> en la ecuación <math>ax + by = c</math>; <math>a, b, c \in \mathbb{Q}</math> (decimales hasta la décima).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboran tablas y gráficos para ecuaciones de la forma <math>ax + by = c</math> con <math>a, b</math> valores fijos y <math>c</math> con valores variables.</li> <li>• Reconocen el cociente <math>-\frac{a}{b}</math> como pendiente de la recta con la ecuación <math>ax + by = c</math>.</li> <li>• Confeccionan modelos 3D (figuras rectangulares o poligonales en niveles equidistantes) y los proyectan al plano para identificar la proyección de los bordes como líneas de la forma <math>ax + by = c</math>.</li> <li>• Reconocen que las líneas con mayor densidad en el plano de proyección representan mayor cambio (pendiente) en el modelo 3D.</li> <li>• Confeccionan un haz de gráficos de funciones afines, sobre la base de la función <math>f(x, y) = ax + by</math> (con <math>a</math> y <math>b</math> fijo).</li> <li>• Resuelven en el plano cartesiano problemas geométricos que involucren ecuaciones de la forma <math>ax + by = c</math>.</li> <li>• Representan fenómenos geográficos y cotidianos mediante funciones lineales <math>f(x, y)</math> en dos variables.</li> </ul>

## UNIDAD 2

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que las y los estudiantes sean capaces de:	Los y las estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 6</b> Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, respectivamente, a partir de ángulos centrales de <math>60^\circ</math>, <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math> y <math>180^\circ</math>, por medio de representaciones concretas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dividen, mediante construcción, un círculo en 2, 3, 4 y 6 sectores circulares iguales.</li> <li>• Reconocen la relación entre el ángulo central y la parte del área o el perímetro del círculo.</li> <li>• Desarrollan la fórmula del área y del perímetro de un sector de ángulo central de <math>60^\circ</math> (<math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>180^\circ</math>) de ángulo central, como sexta parte (novena, doceava, dieciochoava) del área de un círculo.</li> <li>• Utilizan la conjetura de los <math>60^\circ</math> para generalizar a los ángulos indicados.</li> <li>• Calculan áreas y perímetros de sectores circulares de <math>60^\circ</math>, <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math> y <math>180^\circ</math>, en ejercicios.</li> <li>• Resuelven problemas de geometría y de la vida diaria, que involucran el área y el perímetro de sectores circulares de <math>60^\circ</math>, <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math> y <math>180^\circ</math>.</li> <li>• Calculan áreas, perímetros y cuerdas de sectores circulares.</li> </ul>

## SUGERENCIAS DE ACTIVIDADES

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 4

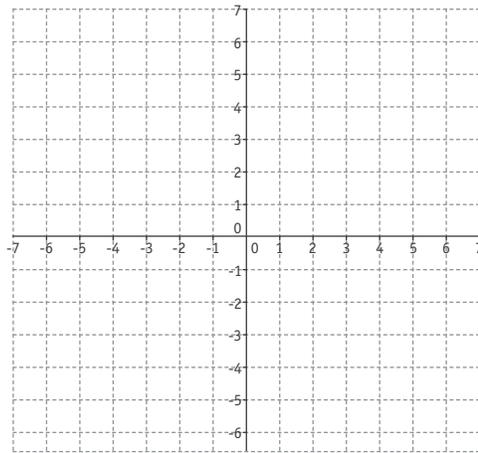
Resolver sistemas de ecuaciones lineales ( $2 \times 2$ ), relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

### Actividades

#### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

1. Marcan los puntos A (2, 0) y B (0, 3) sobre el sistema cartesiano de coordenadas. Grafican una recta que pasa por ambos puntos.



- a. Elaboran la ecuación funcional:  $y = m \cdot x + n$ , que corresponde a la recta que pasa por A y B.
- b. Determinan las coordenadas de más puntos que pertenecen al gráfico. Luego completan la tabla siguiente:

x	-4			2	4		8	
y		-3	3			-12		-6

- c. Transforman la ecuación funcional a la forma  $a \cdot x + b \cdot y = c$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ).
- d. Verifican que las coordenadas de los puntos del ejercicio b) también son soluciones de la ecuación  $a \cdot x + b \cdot y = c$ , reconociendo que hay infinitas soluciones.

**Observaciones a la o el docente**

Se recomienda usar juegos de coordenadas en el plan cartesiano, como los que aparecen en los siguientes sitios:

- › <http://arlitaquirozrodas.blogspot.com/2009/01/plano-cartesiano.html>
- › <http://genmagic.net/repositorio/displayimage.php?pos=-380>
- › <http://neoparaiso.com/logo/plano-cartesiano.html#sect2>

Se sugiere que los alumnos y las alumnas utilicen conocimientos previos y apliquen estrategias conocidas para obtener una solución en estos juegos; incluso podrán crear otros de manera flexible. (OA A)

2. Una empresa automotriz quiere proyectar la venta de dos modelos de autos para el resto del año, considerando que a fines de febrero se han vendido 90 unidades del modelo A y 60 del modelo B. Para los próximos meses, se estima que la venta mensual del modelo A será de 15 autos y del modelo B, de 20 autos. Se quiere saber el mes en el cual la venta del modelo B podría igualar la venta del modelo A.

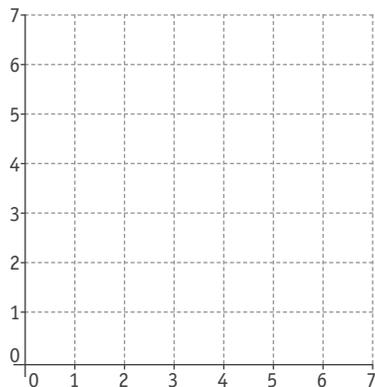
**Modelar**

Utilizar un lenguaje funcional para resolver problemas y representar fenómenos cotidianos y científicos. (OA h)

a. Completan la siguiente tabla:

FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
90										
60										

- b. Confeccionan el gráfico eligiendo los ejes y la escala que muestra el desarrollo de la venta de ambos modelos de auto, y determinan el mes en el cual la venta del modelo B iguala la venta del modelo A.



- Elaboran las ecuaciones de las funciones afines que modelan la venta de ambos tipos de auto. La variable independiente  $x$  representa los meses y la variable dependiente  $y$  representa el número de autos vendidos.

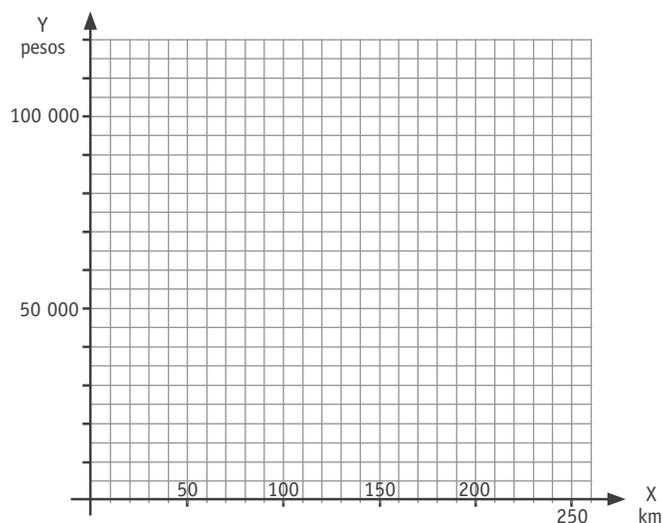
- Representan ambas ecuaciones en un sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales y lo resuelven mediante el método de igualar ambas ecuaciones.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 20 de 1º medio.**

**Modelar**

Utilizar un lenguaje funcional para resolver problemas y representar fenómenos cotidianos y científicos. (0A h)

3. Dos ofertas de arrendamiento de un furgón de mudanza, A y B, se igualan en el kilometraje de 200 km a un precio de \$ 80 000. En la oferta A se cobran \$ 100 por kilómetro recorrido y en la oferta B se cobran \$ 150 por kilómetro recorrido.
- Confeccionan los gráficos que representan ambas ofertas de arrendamiento en el sistema de coordenadas dado y determinan los puntos de intersección con el eje Y.
  - Elaboran las ecuaciones funcionales de las funciones afines que modelan el arrendamiento del furgón de mudanzas para ambas ofertas.
  - Determinan algebraicamente los puntos de intersección con el eje Y. Comparan el resultado con la solución gráfica.



- Representan ambas ecuaciones en un sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales, lo resuelven y comparan el resultado con los datos iniciales.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 20 de 1º medio.**

4. Representan dos balanzas con un sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales. Los cubos representan la variable  $y$ ; los cilindros representan la variable  $x$ . Las bolitas representan unidades de masa.

**Representar**

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas (OA n)

a. Elaboran las ecuaciones lineales y las escriben en la forma  $ax = by + c$ .

[1]

Ecuación [1]:

[2]

Ecuación [2]:

b. ¿Cómo se obtiene la siguiente balanza [3]? Describen verbalmente el proceso mostrado en el siguiente dibujo. Conjeturan sobre el estado del equilibrio. Responden: ¿Con qué proceso matemático se transforman las ecuaciones [1] y [2] en la ecuación [3]? Realizan simbólicamente la transformación. Conjeturan sobre la igualdad.

[1]

[2]

[3]

Ecuación [3]:

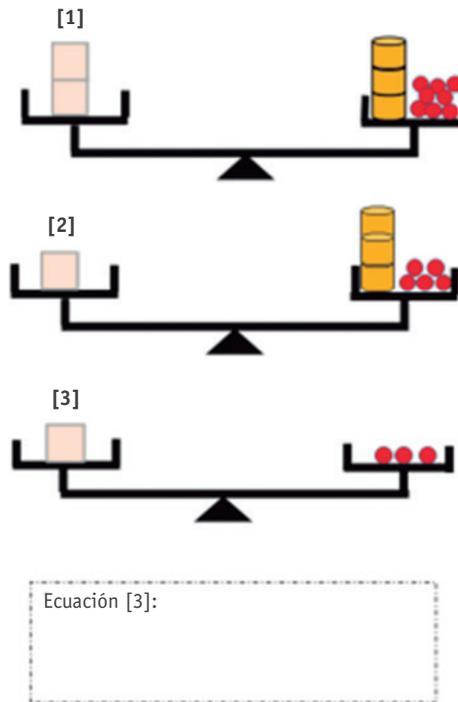
## Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (0A n)

## Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (0A n)

5. En la imagen se muestran tres balanzas en el estado de equilibrio. Se transforma la balanza [1] en la balanza [3], sabiendo el estado de equilibrio de la balanza [2].



- Describen el proceso que se realiza en la transformación de la balanza [1] en la balanza [3].
- Representan las tres balanzas con ecuaciones de la forma  $ax = by + c$ .
- Describen el proceso matemático que transforma la ecuación [1] y la ecuación [2] en la ecuación [3].
- Sustituyen la ecuación [3] en la ecuación [2] y determinan así el valor de  $x$ .
- Verifican que el par  $(x,y)$ , que resulta de las transformaciones de las ecuaciones, resuelve el sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales representado por las balanzas [1] y [2].

## Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

6. Resuelven los siguientes sistemas  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales eligiendo el método más conveniente. Realizan la prueba con ambas ecuaciones del sistema:

a. 
$$\begin{cases} y = 4x + 21 \\ y = -1,5x - 1 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} -3x + 0,5y = 3,5 \\ x = 3y - 12,5 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} 2x + 4y = -2 \\ 5x - 2y = 19 \end{cases}$$

### Observaciones a la o el docente

Los siguientes problemas pueden trabajarse en cuatro grupos; cada grupo se hace responsable de un solo problema. Se aconseja trabajar con tiempo, dando unos 20 minutos para la primera parte y 5 minutos por grupo para presentar. En la presentación, el grupo explica el problema y la solución en forma autónoma y precisa, dando argumentos matemáticos.

Así, se favorece el desarrollo de trabajo cooperativo; los alumnos y las alumnas aprenden a compartir, obedecer y asumir responsabilidades, aceptar reglas y plazos en un trabajo sin supervisión. (OA D)

#### 7. Resuelven los siguientes problemas:

- En una jaula de conejos y patos se pueden contar las patas y las cabezas. En total, se cuentan 35 cabezas y 94 patas. ¿Cuántos conejos y cuántos patos hay en la jaula?
- En el paseo anual de los primeros medios, viajan 96 jóvenes a una colonia de estudiantes, en la cual hay 18 habitaciones en total, algunas con cuatro camas y otras con 6 camas. ¿Cuántas habitaciones con 4 camas y cuántas habitaciones con 6 camas hay en esta colonia de estudiantes?

#### Ⓢ Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 20 de 1º medio.

#### 8. En un trabajo en grupos sobre sistemas $2 \times 2$ de ecuaciones lineales, los alumnos Jorge, Ana, Juan, María, Luis y Sonia discuten sobre las posibilidades de soluciones de un sistema $2 \times 2$ de ecuaciones lineales. Para un sistema $2 \times 2$ , el grupo de Ana encontró una solución $x_1 = a$ con $y_1 = b$ , y otra solución más de $x_2 = c$ con $y_2 = d$ .

- Jorge dice que no se puede encontrar más de una solución de un sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales. Pero Ana insiste en que el sistema de su grupo tiene infinitas soluciones.
- Juan dice que  $x = a + c$  e  $y = c + d$  también es solución del mismo sistema.
- María agrega otra solución del mismo sistema:  $x = a - c$  e  $y = b - d$ .
- Luisa supone que  $x = a + b$  e  $y = c + d$  también deberían ser soluciones del mismo sistema.
- Sonia compone otra solución del mismo sistema:  $x = a + \frac{(a - c)}{2}$  e  $y = \frac{(b - d)}{2}$ .

¿Alguien tiene razón o todos están equivocados? Justifican con un ejemplo.

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y repuestas en lenguaje matemático. (OA c)

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y repuestas en lenguaje matemático. (OA c)

### Argumentar y comunicar

Usar lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de conjeturas. (OA f)

### Modelar

Evaluar modelos comparándolos y determinando sus limitaciones (OA k)

9. Una vela delgada tiene una altura de 36 cm y otra vela más gruesa, una altura de 14 cm. Se prenden ambas velas al mismo tiempo. Al quemarse, la vela delgada baja 3 cm cada hora, mientras que la otra baja 1 cm por hora. ¿En qué tiempo ambas velas tendrán la misma altura?



- Elaboran la ecuación que describe el proceso de la quema de la vela delgada.
- Elaboran la ecuación que describe el proceso de la quema de la vela gruesa.
- Resuelven gráficamente el problema.
- Resuelven algebraicamente el problema.

#### Observaciones a la o el docente

El problema se puede resolver de dos formas distintas: una es utilizando un sistema  $2 \times 2$  con ecuaciones lineales, y otra es utilizando dos ecuaciones de forma recursiva del cambio constante; en este último caso, se elaboran y comparan las tablas de valores.

Se recomienda el trabajo en grupos con actividades diferentes (vela gruesa, vela delgada) y que intercambien el desarrollo y los resultados. (OA D)

### Modelar

Evaluar modelos comparándolos y determinando sus limitaciones (OA k)

- 10 Dos empresas, A y B, del sistema Pyme (pequeña y mediana empresa) se especializan en la producción de parrillas del tipo “medio tambor”. Para la venta del producto, se consideran los siguientes factores económicos.



**Empresa A.** precio de la parrilla \$ 40 000; gastos fijos mensuales para sueldos: \$ 3 600 000; gastos por parrilla en material y transporte: \$ 15 000.

**Empresa B.** Precio de la parrilla: \$ 50 000; gastos fijos mensuales para sueldos: \$ 4 200 000; gastos por parrilla en material y transporte: \$ 15 000.

Se quiere saber a partir de qué cantidad de parrillas vendidas mensualmente las empresas logran ganancias. Los ingresos por venta y posibles ganancias se representan con números positivos; los gastos y posibles pérdidas con números negativos.

a. Completan para cada empresa la siguiente tabla y marcan la cantidad de parrillas vendidas cuyos ingresos igualen o superen los gastos.

A Parrillas vendidas	50	75	100	125	150	175	200
Ingresos por venta	2 000 000	3 000 000					
Gastos fijos	-3 600 000	-3 600 000					
Gastos por parrilla	-750 000	-1 125 000					
Pérdida o ganancia	-2 350 000	-1 725 000					

B Parrillas vendidas	50	75	100	125	150	175	200
Ingresos por venta	2 500 000	3 750 000					
Gastos fijos	-4 200 000	-4 200 000					
Gastos por parrilla	-750 000	-1 125 000					
Pérdida o ganancia	-2 450 000	-1 575 000					

b. Elaboran para cada empresa la ecuación de la función afín que determina los ingresos ( $y$ ), dependiendo de la cantidad de parrillas vendidas ( $x$ ), y las expresan en la siguiente forma:

- $y = a \cdot x + b$   
( $a$ : ingresos netos por parrilla;  $b$ : gastos fijos en número negativo).
- $y = c \cdot x + d$   
( $c$ : ingresos netos por parrilla;  $d$ : gastos fijos en número negativo).

- c. Confeccionan los gráficos de ambas funciones en el mismo sistema cartesiano de coordenadas y determinan la cantidad de parrillas producidas a partir de la cual:
- Una empresa supera a la otra en los ingresos.
  - Ambas empresas logran ganancias.
- d. Resuelven algebraicamente, mediante un sistema  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales, la cantidad de parrillas producidas para la cual los ingresos de ambas empresas son iguales.
- e. A partir de 300 parrillas vendidas, el empresario de la empresa B decide repartir la sexta parte de las ganancias a sus cinco trabajadores, como bono especial. ¿Cuál sería el bono para cada uno(a) de las o los trabajadores?

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 20 de 1º medio.**

**Observaciones a la o el docente**

Los alumnos y las alumnas deben diferenciar entre gastos mensuales fijos y gastos por parrilla producida. Completando manualmente la tabla, pueden verificar que con la cantidad de parrillas vendidas, los ingresos van de pérdidas a ganancias. Si el colegio tiene la infraestructura, pueden trabajar con el programa Excel, en el cual también pueden elaborar las ecuaciones necesarias y son capaces de reconocer varias formas de resolver este problema. Además, pueden trabajar con lápices de dos colores para diferenciar pérdidas y ganancias.

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 5

Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x,y) = ax + by$ ; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano; líneas de nivel en planos inclinados (techo); propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:

- Creando tablas de valores con  $a$ ,  $b$  fijo y  $x$ ,  $y$  variable.
- Representando una ecuación lineal dada, por medio de un gráfico, de manera manual y/o con software educativo.
- Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; es decir, variando  $c$  en la ecuación  $ax + by = c$ ;  $a, b, c \in \mathbb{Q}$  (decimales hasta la décima).

### Actividades

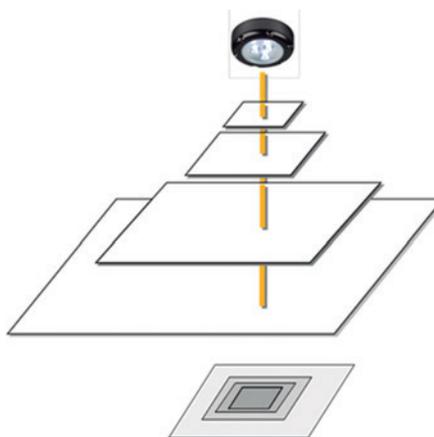
1. Los y las estudiantes marcan en el sistema cartesiano de coordenadas los puntos  $P(5,0)$  y  $Q(0,3)$ .
  - a. Grafican la recta que pasa por los puntos  $P$  y  $Q$ .
  - b. Determinan la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $P$  y  $Q$  y la expresan en la forma  $ax + by = c$ .
  - c. Determinan las ecuaciones de más rectas paralelas a la primera y las grafican en el mismo plano cartesiano.
  - d. Elaboran tablas de valores para determinar coordenadas de más puntos por los cuales pasan las rectas.

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y repuestas en lenguaje matemático. (OA c)

### Observaciones a la o el docente

Para representar las funciones en dos variables de la forma  $ax + by = c$ , se puede confeccionar el siguiente modelo en 3D, en grupos de trabajo: la base es de plumavit, los planos son transparencias de mica gris y el poste que los sujeta es un palito de brocheta. La luz de la lámpara, del día o del sol que pasa por las transparencias, se debilita en cada una de ellas. Así, el plano más alto se proyecta en la base con un gris más oscuro; el segundo plano más alto se proyecta menos oscuro, etc. En la base se genera un sistema de franjas en diversos tonos de gris. Las líneas que separan las franjas son las proyecciones de las líneas de nivel del modelo 3D.

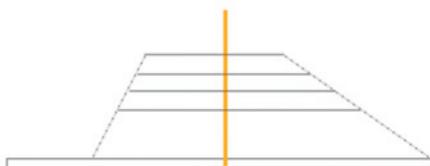


Para resolver esta tarea, los y las estudiantes deberían escuchar los planteamientos de otros y otras para buscar estrategias alternativas, o bien crear sus propios métodos de trabajo. (OA A)

### Argumentar y comunicar

Usar lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de conjeturas. (OA f)

- Arman horizontalmente, en el palito del modelo 3D, cuatro micas transparentes de forma rectangular. La distancia entre los planos es siempre la misma. Los rectángulos tienen idéntico largo, pero distintos anchos para generar diferentes pendientes, como se muestra en la imagen 2D.



- Iluminan el modelo 3D de arriba hacia abajo.

- Dibujan en la base las líneas que separan los rectángulos proyectados.



- Recortan un rectángulo de una mica verde transparente y otro rectángulo de mica roja transparente. Inclinan la mica verde en la parte con menor pendiente y la mica roja en la parte con mayor pendiente. Dibujan las líneas de nivel con un plumón en ambas micas.
  - Responden: ¿Cómo se proyectan las líneas de nivel en el plano si la pendiente de la mica es mayor que la otra?
3. Marcan el plano cartesiano en un papel cuadriculado y dibujan sobre dicho plano el gráfico de la función  $f(x,y) = -x + y + 5$
- Dibujan los gráficos de  $f(x,y) = -x + y + 5$  para los valores de  $f(x,y) = 1, 2, 3, 4$ .
  - Colocan el dibujo con los gráficos en la base del modelo 3D y lo fijan verticalmente en el origen con palito de madera.
  - Arman horizontalmente en el palito los cuatro planos de mica, cuya proyección representa las líneas de nivel de la forma  $f(x,y) = -x + y + 5$ .
  - Colocan una mica rectangular de color, de manera que su borde inferior quede encima del gráfico  $0 = -x + y + 5$ . Inclinan la mica hacia los planos horizontales y marcan correctamente las líneas de nivel.

### Argumentar y comunicar

Usar lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de conjeturas. (OA f)

#### Observaciones a la o el docente

Se sugiere utilizar algún software educativo para realizar gráficas, como el *Winplot*, que se puede descargar de manera gratuita de:

› <http://www.softonic.com/s/para-graficar-funciones-matematicas>

También se puede trabajar con programas de gráficas online; por ejemplo:

› <http://fooplot.com/?lang=es#W3sidHlwZSI6MCwiZXEiOiJ4XjIiLCJjb2xvciI6IiMwMDAwMDAifSx7InR5cGUiOiJEWMDDB9XQ-->

› <http://www.disfrutalasmatematicas.com/graficos/grafico-funciones.php>

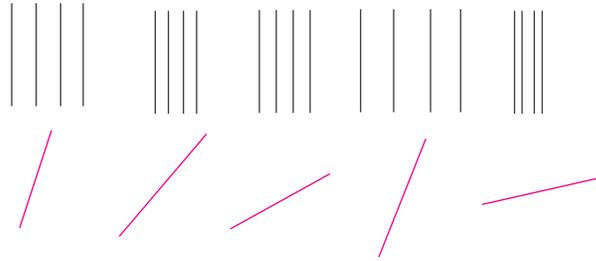
› <http://wolframalpha0.blogspot.com/2012/09/como-graficar-funciones-online.html>

› <http://www.onlinefunctiongrapher.com/>

### Argumentar y comunicar

Usar lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de conjeturas. (OA f)

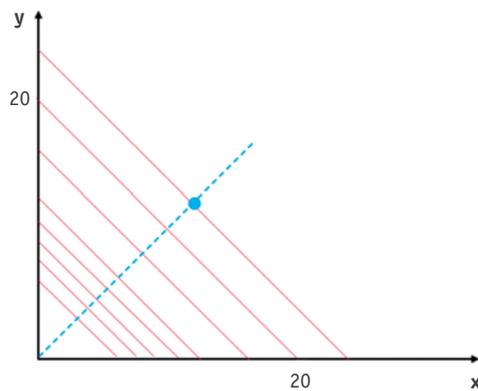
4. Relacionan correctamente las proyecciones de las líneas de nivel con sus planos inclinados en el espacio. Explican y comunican las decisiones.



### Argumentar y comunicar

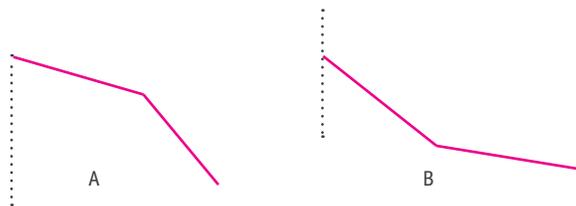
Usar lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de conjeturas. (OA f)

5. En el plano cartesiano, se muestra las proyecciones de curvas de nivel que resultan de una proyección vertical de la unión de dos techos con diferentes inclinaciones.



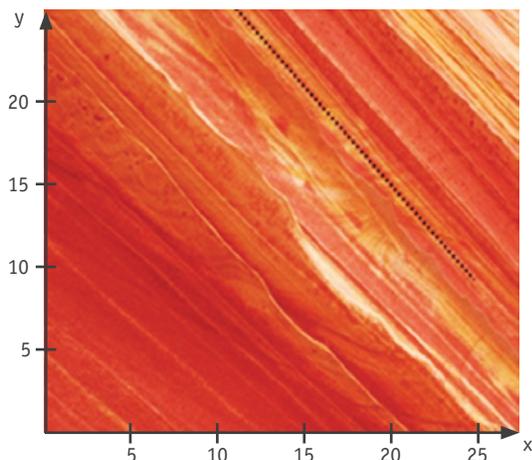
Las **curvas de nivel** de una superficie en 3D se obtienen intersectando esa superficie con planos horizontales equidistantes. Se usan, por ejemplo, para describir un cerro u otros desniveles en un mapa.

- Determinan la ecuación de la línea que pasa por los puntos  $P(20,0)$  y  $Q(0,20)$ .
- Conjeturan sobre el perfil del techo. Marcan la versión correcta y explican la decisión.



- Utilizan los datos del plano cartesiano y dibujan el perfil del techo (en el modelo 3D del techo, los niveles tienen una distancia de 1 cm entre ellos).

6. La foto siguiente muestra una formación de roca arenisca en “North Coyote Buttes”, en Arizona, Estados Unidos. El eje  $x$  representa la dirección horizontal.



- Eligen tres líneas del sedimento y determinan las ecuaciones, en la forma  $ax + by = c$ , que las representan aproximadamente.
- Determinan la pendiente de la línea punteada que representa una línea del sedimento.

© **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 11 de 7° y OA e de 1° medio .**

7. Jorge debe encontrar un mensaje oculto. Lo único que sabe es que está a 10 pasos desde el punto  $O$  (origen) del plano y que, si camina, cada paso debe darlo solo hacia la derecha o hacia arriba. Puede zigzaguear y de diferentes formas, pero los pasos no pueden ser diagonales o en otro ángulo.
- Marcan en un plano cartesiano el punto  $O$  y todos los posibles puntos donde puede estar escondido el mensaje.
  - Conjeturan acerca del lugar del mensaje escondido, si hay que dar 12, 14 o más pasos.

### Modelar

Utilizar un lenguaje funcional para resolver problemas y representar fenómenos cotidianos y científicos. (OA h)

### Modelar

Identificar si un cambio constante es lineal o afín y seleccionar el modelo adecuado. (OA i)

### Representar

Transitar entre los distintos niveles de funciones. (OA o)

### Representar

Transitar entre los distintos niveles de funciones. (OA o)

### Modelar

Utilizar un lenguaje funcional para resolver problemas y representar fenómenos cotidianos y científicos. (OA h)

### Modelar

Identificar si un cambio constante es lineal o afín y seleccionar el modelo adecuado. (OA i)

### Modelar

Utilizar un lenguaje funcional para resolver problemas y representar fenómenos cotidianos y científicos. (OA h)

### Modelar

Identificar si un cambio constante es lineal o afín y seleccionar el modelo adecuado. (OA i)

### Representar

Transitar entre los distintos niveles de funciones. (OA o)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

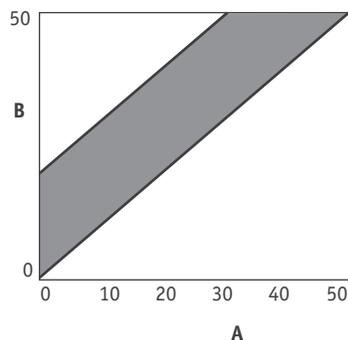
### Modelar

Identificar si un cambio constante es lineal o afín y seleccionar el modelo adecuado (OA i)

### Representar

Transitar entre los distintos niveles de funciones (OA o)

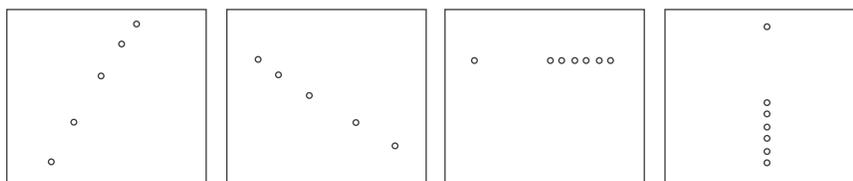
8. El gráfico siguiente ilustra en la zona gris todas las combinaciones de A y B que hacen saludable un producto. En el peor de los casos, ¿cuánto más de B que de A puede haber para que el producto sea saludable?



® Ciencias Naturales OA 5 y OA 6 de 8° básico.

® Educación Física y Salud OA 4 de 1° medio.

9. En los recuadros se han graficado varios puntos. Si el eje x es el horizontal y el eje y es el vertical:



- ¿En cuál(es) de los gráficos los puntos satisfacen  $ax + by = c$ , con  $a > 0$ ,  $b > 0$ ?
- ¿En cuál(es) de los gráficos los puntos satisfacen  $ax + by = c$ , con  $a < 0$ ,  $b < 0$ ?
- ¿En cuál(es) de los gráficos los puntos satisfacen  $ax + by = c$ , con  $a = 0$ ?

Explican y comunican las respuestas.

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 6

Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, respectivamente, a partir de ángulos centrales de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $180^\circ$ , por medio de representaciones concretas.

### Actividades

1. Dibujan un círculo con el radio de 4 cm y lo dividen por construcción en cuatro partes iguales.

- Responden qué ángulo central tiene cada sector.
- Calculan el área de un sector.
- Calculan el borde de un arco.

2. Para elaborar material didáctico de probabilidades, se requieren cuatro diferentes ruedas de fortuna con eventos equiprobables. Responden:



- ¿Qué ángulo central tienen los sectores de la rueda de fortuna que aparece en la imagen?
- ¿Qué parte del área del círculo tiene cada sector de la rueda de fortuna?
- ¿Qué parte del perímetro del círculo tiene cada arco de la rueda de fortuna?
- Calculan el área de un sector si la rueda de fortuna tiene un radio de 8 cm (aproximar  $\pi$  a 3,14).
- Calculan el largo de un arco.

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

3. La imagen representa el símbolo internacional de la radioactividad.



- ¿Qué ángulo central tienen los sectores del símbolo?
- ¿Qué parte del área o del perímetro tiene cada uno de los sectores o cada uno de los arcos?
- Calculan el área de un sector, si el símbolo tiene un radio de 5 cm (consideran la aproximación de  $\pi \approx 3,14$ ).
- Calculan el largo de un arco.

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

4. Relacionan ángulos centrales con la parte del círculo que representan los sectores y los arcos. Completan la tabla siguiente:

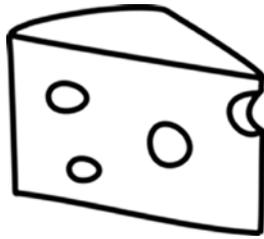
Ángulo central	Parte del ángulo completo	Parte del círculo	Área del sector con el radio r	Largo del arco con el radio r
180°	$\frac{180^\circ}{360^\circ}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot r^2 \pi$	$\frac{1}{2} \cdot 2r\pi$
120°				
90°				
60°				
45°				
$\alpha$				

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

5. Calculan las áreas de los sectores y de los arcos con las medidas del radio y del ángulo.
- $r = 5$  cm;  $\alpha = 60^\circ$
  - $d = 15$  cm;  $\alpha = 120^\circ$
  - $\alpha = 360^\circ : 4$ ;  $r = 12$  cm
  - semicírculo;  $d = 6$  cm
  - desafío:  $\alpha = 45^\circ$ ;  $r = 8$  cm
  - desafío:  $\alpha = 72^\circ$ ;  $r = 15$  cm

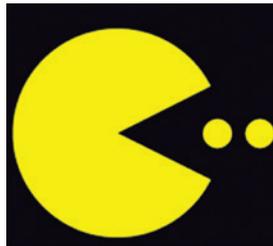
6. Calculan la superficie de un trozo de queso, que fue cortado por la mitad de un cuarto del pedazo completo, cuyo diámetro es de 10 cm y cuya altura es de 5 cm.



**Resolver problemas**

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

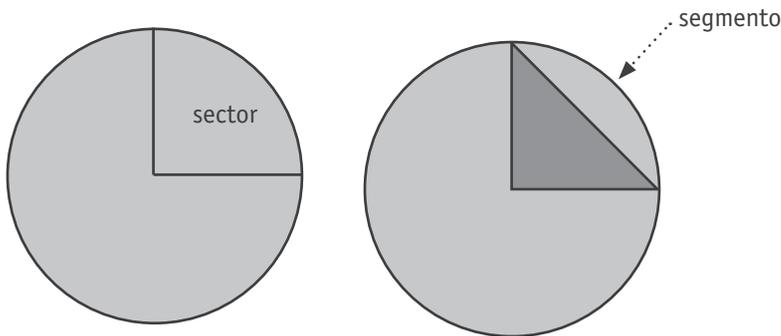
7. La imagen representa a un juego de máquina creado en 1980 en Japón, conocido como Pacman. Miden con un transportador la abertura de la boca del Pacman y calculan la superficie total de este considerando que el ángulo de la abertura es un ángulo del centro.



**Resolver problemas**

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

8. Comparan el sector circular con el segmento circular correspondiente.



**Resolver problemas**

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

- Describen en palabras cómo se obtiene el segmento circular a partir de un sector.
- Desarrollan la fórmula del contenido del área de un segmento del ángulo central de  $90^\circ$ .
- Miden el radio y calculan el contenido del área, aplicando la fórmula desarrollada.
- Calculan el largo de la cuerda del segmento y comparan el resultado con la medición de la cuerda.

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

9. Dibujan círculos y segmentos de  $60^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $180^\circ$ .
- ¿Qué segmento especial es un segmento del ángulo central de  $180^\circ$ ?
  - Desarrollan las fórmulas del contenido del área de los segmentos de ángulo central de  $60^\circ$  y  $120^\circ$ .
  - Calculan el contenido del área de cada uno de los segmentos.
  - Calculan el largo de las cuerdas respectivas y comparan los resultados con la medición de las cuerdas.

#### Observaciones a la o el docente

Se sugiere a los y las estudiantes aceptar las reglas propias de la geometría y los tiempos de la clase en los trabajos de construcción; trabajar sin supervisión y buscar soluciones a problemas de la vida diaria (OA A y OA D).

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

10. Comprueban o desaprueban mediante ejemplos los siguientes enunciados para sectores, segmentos y cuerdas del mismo círculo:
- Si se duplica el ángulo central, se duplica el área del sector.
  - Si se duplica el ángulo central, se duplica el arco del sector.
  - Si se duplica el ángulo central, se duplica el área del segmento.
  - Si se duplica el ángulo central, se duplica la cuerda del segmento.

## SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

### EVALUACIÓN 1

#### Objetivos de Aprendizaje

##### OA 4

Resolver sistemas de ecuaciones lineales ( $2 \times 2$ ) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.

#### Indicadores de Evaluación

- Elaboran los gráficos de un sistema de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

- Resuelven algebraicamente sistemas  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales, eligiendo el método algebraico más adecuado.
- Modelan situaciones de la vida diaria y de ciencias, con sistemas  $2 \times 2$  de ecuaciones lineales.

## EVALUACIÓN 1

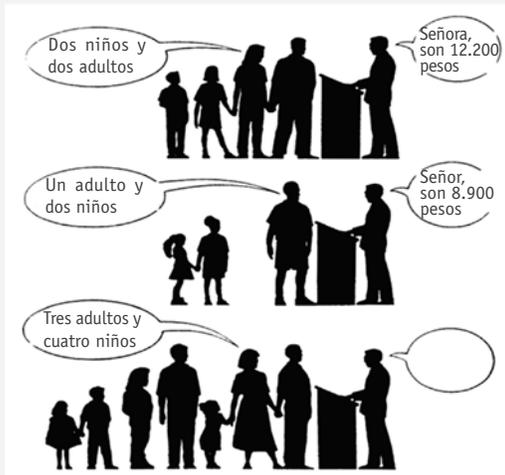
### ACTIVIDAD

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Trabajo en pares/grupo

Las alumnas y los alumnos resuelven los problemas que se plantean a continuación:

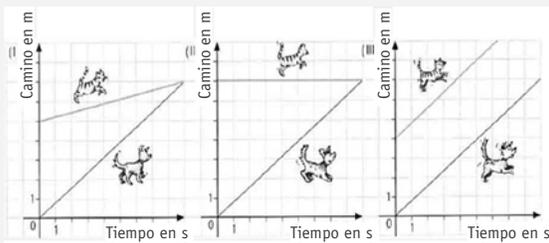
1. Para entrar al cine, ocurre lo siguiente:



¿Qué cantidad de dinero debe pagar la última familia para entrar al cine?

2. Esta es la historia de un perro y una gata, relatada por los y las estudiantes:

- Para cada uno de los gráficos, deben encontrar las funciones que están representadas.
- Describen la historia que representan los tres gráficos.
- Crean su propio gráfico y su respectiva historia.
- Comentan con sus compañeros y compañeras el papel de la velocidad en todas las historias.



- Plantean las ecuaciones lineales correspondientes al problema.
- Encuentran formas diferentes de resolver el problema, sin tener que recurrir al sistema de ecuaciones lineales.
- Resuelven el sistema de ecuaciones lineales para responder al problema de entradas al cine.
- Encuentran las funciones lineales que están representadas en el gráfico.
- Interpretan matemáticamente el significado de un encuentro entre el perro y la gata.
- Crean su propia historia, determinan las ecuaciones que la representan y elaboran un gráfico.
- Reconocen que la rapidez del perro y de la gata es la pendiente de las partes de rectas que están representadas en los gráficos.
- Argumentan sobre la rapidez del perro y de la gata para que exista un encuentro.

## EVALUACIÓN 2

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 5

Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x,y) = ax + by$ ; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano; líneas de nivel en planos inclinados (techo); propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:

- Creando tablas de valores con  $a$ ,  $b$ ,  $c$  fijo y  $x$ ,  $y$  variable.
- Representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando  $c$  en la ecuación  $ax + by = c$ ;  $a$ ,  $b$ ,  $c \in \mathbb{Q}$  (decimales hasta la décima).

### Indicadores de Evaluación

- Elaboran tablas y gráficos de la forma  $ax + by = c$ , con  $a, b$  valores fijos y  $c$  valores variables.
- Reconocen el cociente  $-\frac{a}{b}$  como pendiente de la recta con la ecuación  $ax + by = c$ .
- Confeccionan un haz de gráficos de funciones afines, sobre la base de la función  $f(x,y) = ax + by$  (con  $a$  y  $b$  fijos).

## EVALUACIÓN 2

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
-----------	-------------------------

La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.

Los y las estudiantes completan la siguiente tabla:

$f(x,y) = 3x + 5y$		
x	y	$f(x,y) = 7$
1		
-1		
0		
	1	$f(x,y) = 4$
	0	
	-1	
1		$f(x,y) = -2$
0		
-2		
	1	$f(x,y) = 1$

- Resuelven las ecuaciones respectivas para completar la tabla.
- Completan la tabla de manera adecuada.
- Elaboran un gráfico con las cuatro (4) rectas que aparecen en la tabla.
- Relacionan nuevos valores para  $f(x,y)$  con rectas paralelas a las del gráfico.
- Relacionan la pendiente de las rectas con el paralelismo de estas.
- Conjeturan sobre el punto de intersección de las rectas con el eje  $y$ , considerando los cambios de valor para  $f(x,y)$ .

- Consideran otros valores más para continuar con la tabla.
- Grafican las diferentes rectas que se obtienen de los valores de la tabla.
- Utilizan la noción de pendiente para los diferentes gráficos de las rectas obtenidas.
- Conjeturan que, al variar el valor de  $f(x,y)$ , lo único que cambia es el punto de intersección con el eje  $Y$ , y que se mantiene la pendiente en todos los otros casos.

## EVALUACIÓN 3

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 6

Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, respectivamente, a partir de ángulos centrales de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $180^\circ$ , por medio de representaciones concretas.

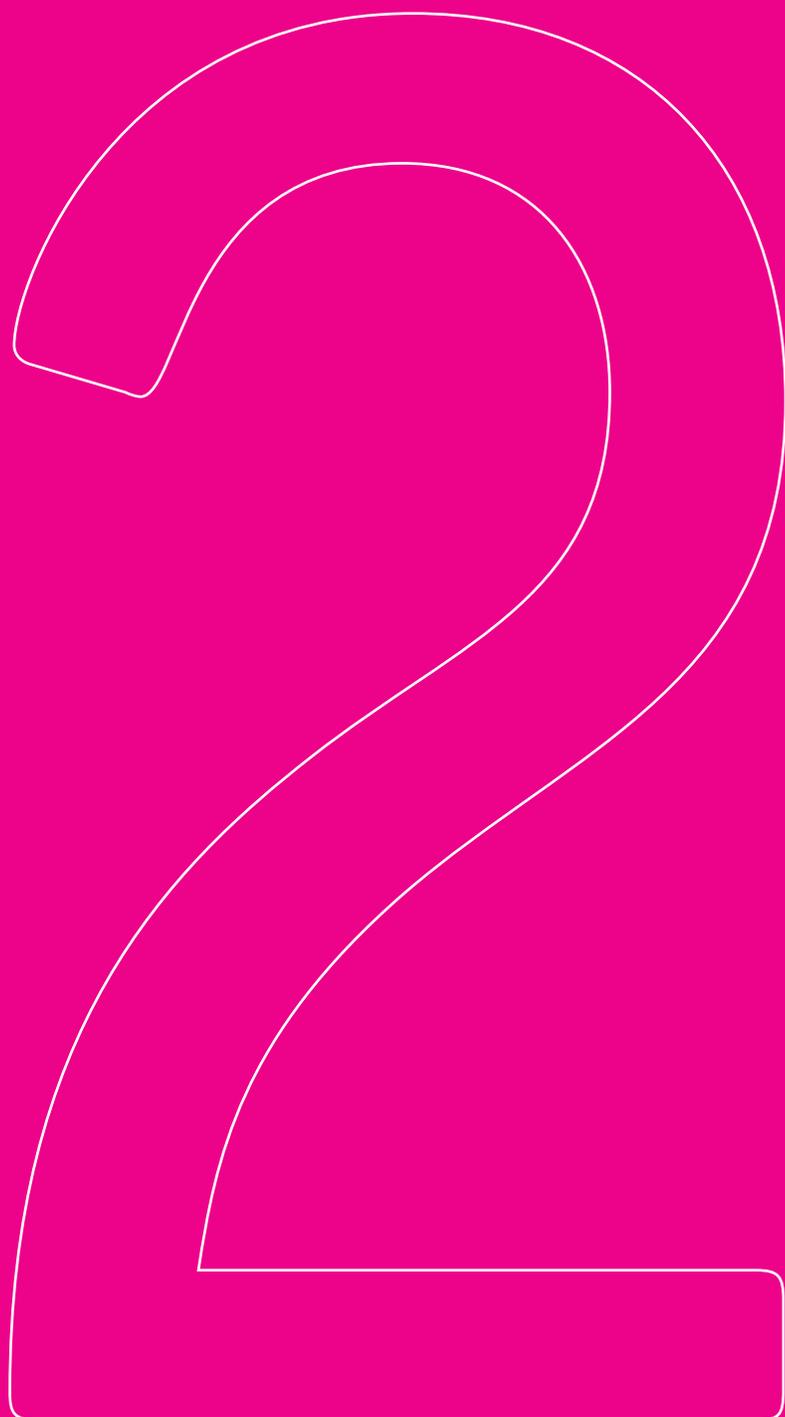
### Indicadores de Evaluación

- Reconocen la relación entre el ángulo central y la parte del área o perímetro del círculo.
- Resuelven problemas de geometría y de la vida diaria que involucran el área y el perímetro de sectores circulares de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $180^\circ$ .

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<p>Esta evaluación incluye una presentación, individual o en pares, de la resolución de uno de los problemas planteados.</p> <p>Las alumnas y los alumnos resuelven el siguiente problema: Se debe instalar un limpiaparabrisas de 50 cm en un bus.</p>  <p>El chofer tiene dos posibilidades de instalarlo: en un ángulo de rotación de <math>60^\circ</math> o en un ángulo de <math>120^\circ</math>. Si se sabe que el limpiaparabrisas tiene solo 35 cm de goma, los y las estudiantes:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>Calculan la superficie que limpiará en cada caso.</li><li>Deciden sobre el mejor ángulo de rotación para un limpiaparabrisas de un bus.</li><li>Determinan el perímetro del arco de limpieza en los dos casos.</li><li>Deciden sobre tamaños y formas que podrían tener los vidrios de un bus y que deben ser limpiados en cada caso de rotación (deben comparan con la respuesta a la letra b).</li></ol>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Utilizan de manera adecuada las fórmulas de área y perímetro de sectores y segmentos circulares en cada caso.</li><li>• Calculan la diferencia entre el sector circular grande de radio 50 cm, y el pequeño de radio 15 cm.</li><li>• Determinan el sector del limpiaparabrisas de manera precisa para un ángulo de <math>60^\circ</math> y uno de <math>120^\circ</math>.</li><li>• Deciden sobre el mejor ángulo de rotación; de manera intuitiva, proponen el ángulo más grande.</li><li>• Determinan el perímetro del sector circular para un ángulo de <math>60^\circ</math> y uno de <math>120^\circ</math>.</li><li>• Comparan diferentes posibilidades de ventanas con la medida del ángulo de <math>120^\circ</math> y reconocen posibilidades reales de tener una ventana con esas características.</li><li>• Prueban con otros ángulos y calculan la superficie de limpieza y el perímetro del sector.</li><li>• Concluyen sobre el mejor ángulo de rotación en relación con la superficie que pueden limpiar y que se puede construir. Prueban con limpiaparabrisas de 60 cm o más grandes.</li></ul>



**Semestre**



# UNIDAD 3

---

## PROPÓSITO

---

En esta unidad, se espera que las y los estudiantes sean capaces de determinar, desde lo concreto, el factor de una homotecia. Para ello, trabajan con representaciones concretas, como fotos, las que han sido ampliadas en un factor  $k$ . Se pretende que relacionen la homotecia con procesos naturales, como el funcionamiento del ojo, y con objetos creados por el ser humano, que amplifican o reducen imágenes u objetos a distancia. Como objetivo final, deben lograr hacer dibujos ampliados por un factor determinado, y viceversa, y construir objetos que respondan al concepto de homotecia. Asimismo, tienen que ser capaces de desarrollar los teoremas de Tales, desde lo concreto hasta lo simbólico, utilizando la noción de homotecia, razón y proporción. Estos teoremas se emplean tanto para resolver problemas rutinarios como problemas contextualizados. En esta etapa, se utilizan las propiedades de semejanza de figuras de manera práctica y precisa; se recomienda desarrollar la noción intuitiva de semejanza y ampliarla a la noción de “modelos a escala”. Finalmente, se trabaja de manera pictórica y simbólica el producto de un vector por un escalar, lo que corresponde a la homotecia en forma vectorial. Se recomienda usar regla y compás, y algún *software* geométrico para las representaciones pictóricas.

## CONOCIMIENTOS PREVIOS

---

- › Operatoria con números racionales.
- › Razones y proporciones.
- › Ecuaciones lineales.

## PALABRAS CLAVE

---

Factor de una homotecia, ampliar, teoremas de Tales, semejanzas de figuras, homotecia, producto de un vector por un escalar.

## CONOCIMIENTOS

---

- › Homotecia.
- › Teoremas de Tales.
- › Semejanza y sus propiedades.
- › Homotecia en el plano cartesiano.
- › Producto de un vector por un escalar.

## HABILIDADES

---

- › Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. **(OA d)**
- › Explicar:
  - Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
  - Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
  - Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores, utilizándolos apropiadamente. **(OA e)**
- › Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración si hay saltos o errores. **(OA g)**
- › Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas. **(OA l)**

## ACTITUDES

---

- › Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato. **(OA B)**
- › Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**

## UNIDAD 3

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los y las estudiantes sean capaces de:	Las y los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 8</b></p> <p>Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.</li> <li>• Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.</li> <li>• Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>• Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representan modelos de la homotecia de manera concreta (fuente de luz puntual, vela, ampolleta, lápiz, bloque, etc.).</li> <li>• Reconocen las propiedades de la homotecia, como paralelismo, conservación del ángulo y conservación de razones.</li> <li>• Conjeturan sobre el factor de la homotecia.</li> <li>• Realizan homotecias en el plano, identificando el rayo óptico con el rayo geométrico.</li> <li>• Realizan homotecias mediante el centro y el factor dado.</li> <li>• Realizan homotecias mediante el centro y un par de imagen y preimagen dado.</li> <li>• Aplican la homotecia en modelos ópticos, como la “cámara oscura”, el ojo humano y fenómenos de la Tierra y el universo.</li> <li>• Resuelven problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.</li> </ul>
<p><b>OA 9</b></p> <p>Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representan modelos variables de la homotecia de manera concreta (varillas, palos de anticuchos, varas de maquetas, cintas, etc.).</li> <li>• Conjeturan sobre los cambios en las razones al mover líneas y ángulos.</li> <li>• Reconocen, por medio de la experimentación, que las razones de segmentos en las varas no paralelas son iguales (teorema de Tales n° 1).</li> <li>• Verifican que las razones (ángulo fijo) son desiguales cuando las varas que intersectan no son paralelas.</li> <li>• Reconocen, mediante experimentación, el teorema de Tales n° 2.</li> <li>• Explican el teorema de Tales n° 1 y el teorema de Tales n° 2, mediante las propiedades de la homotecia.</li> <li>• Resuelven problemas geométricos, de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran los teoremas de Tales n° 1 y n° 2.</li> </ul>

## UNIDAD 3

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los y las estudiantes sean capaces de:</p>	<p>Las y los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p>
<p><b>OA 10</b> Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparan modelos de objetos reales con el original y mencionan las relaciones que existen entre ellos.</li> <li>• Calculan, a partir de las medidas de un modelo, las medidas de un objeto real, y viceversa.</li> <li>• Determinan la escala entre el modelo y la realidad.</li> <li>• Determinan factores de aumento o de reducción en imágenes.</li> <li>• Modelan situaciones reales, como determinar el tamaño de una plaza utilizando modelos a escala.</li> <li>• Verifican pictóricamente el teorema de Euclides a partir de un triángulo rectángulo isósceles.</li> <li>• Comprueban el teorema de Euclides mediante triángulos semejantes, dentro del triángulo rectángulo.</li> <li>• Aplican el teorema de Euclides en problemas geométricos y de la vida cotidiana.</li> </ul>
<p><b>OA 11</b> Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocen que la homotecia aplicada en vectores informa sobre la orientación entre la imagen y la preimagen, dependiendo del signo del factor <math>k</math>.</li> <li>• Representan la generación de una imagen en la retina del ojo, con una homotecia en forma vectorial.</li> <li>• Realizan homotecias de vectores en el plano y en el plano cartesiano.</li> <li>• Determinan el producto de un vector por un escalar y lo representan en el plano cartesiano.</li> <li>• Determinan coordenadas de vectores transformados por homotecias.</li> </ul>

## SUGERENCIAS DE ACTIVIDADES

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 8

Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:

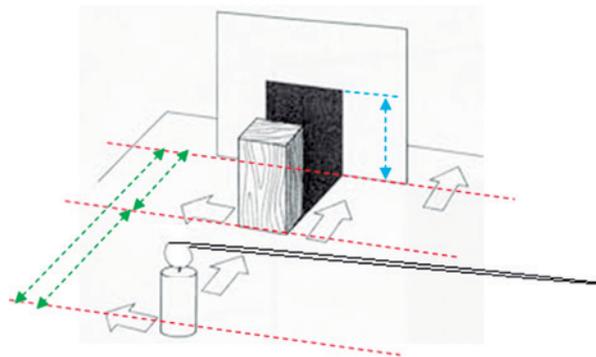
- Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.
- Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.
- Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con software educativo.
- Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.

### Actividades

#### Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

1. Experimentan con luz de una lámpara o vela, un bloque y una pantalla, observando la sombra del bloque en esta última. Determinan cómo la altura de la sombra en la pantalla depende de la posición del bloque entre la luz y la pantalla. Luego, responden las preguntas que se indican más abajo.



- ¿Cómo cambia la altura de la sombra si se aleja el bloque de la lámpara o vela?
- ¿Cómo cambia la altura de la sombra si se acerca el bloque a la lámpara o vela?
- ¿En qué posición debe estar el bloque si la altura de la sombra es el doble de la altura del bloque?
- ¿En qué posición debe estar el bloque si la altura de la sombra es 1,5 veces más grande que la altura del bloque?

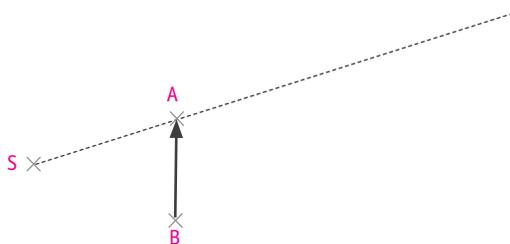
© Ciencias Naturales OA 11 de 1° medio.

### Observaciones a la o el docente

En la siguiente actividad, las alumnas y los alumnos reconocen que la homotecia es un modelo geométrico de la propagación de la luz en forma de rayos. Se les puede motivar para que reconstruyan sombras en el plano. La “figura imagen” obtenida por homotecia es el modelo de la sombra, y las líneas de construcción son el modelo del rayo de la luz. En la proyección de objetos lineales, se recomienda referirse a flechas para ver si la imagen ha cambiado el sentido de orientación.

Además, se sugiere que trabajen de manera colaborativa para que compartan sus conjeturas y soluciones con respecto al experimento. En este trabajo, se deben respetar y valorar las opiniones de todos y todas, y lograr una buena convivencia. Es importante compartir y asumir las responsabilidades impuestas por el grupo. (OA D)

2. Marcan en el plano un punto  $S$ , que es el centro de la homotecia. Dibujan un vector  $\overline{AB}$  y el rayo geométrico que parte del centro  $S$  y pasa por el punto  $A$ .



- Construyen la imagen  $\overline{A'B'}$  del vector  $\overline{AB}$ , según la siguiente condición: la distancia  $SA'$  debe ser el doble de la distancia  $SA$ .
- Construyen, con ayuda de paralelas, la imagen  $B'$  del punto  $B$ .
- Dibujan el vector  $\overline{A'B'}$
- Anotan todas las propiedades del vector-imagen  $\overline{A'B'}$  en comparación con el vector original.

### Observaciones a la o el docente

Todas las construcciones que se presentan en las actividades 2 a 6 se pueden trabajar con el *software* geométrico Geogebra o con otro que esté a libre disposición de los y las estudiantes.

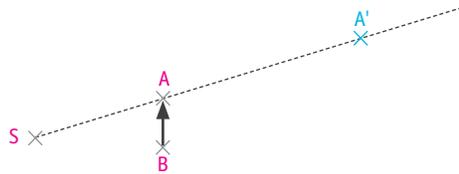
### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

**Resolver problemas**

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

3. Marcan en el plano un punto  $S$ , que es centro de la homotecia. Dibujan un vector  $\overline{AB}$  y el rayo geométrico que pasa por el punto  $A$ . Marcan en el rayo un punto  $A'$  en cualquier posición detrás del punto  $A$ .

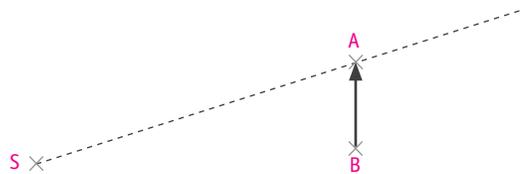


- Construyen la imagen  $B'$  del punto  $B$  con ayuda de paralelas. Trazan un rayo que parte en el punto  $S$  y pasa por el punto  $B$ .
- Dibujan el vector  $\overline{A'B'}$
- Miden los segmentos  $SA, SA', SB, SB', AB$  y  $A'B'$ .

**Resolver problemas**

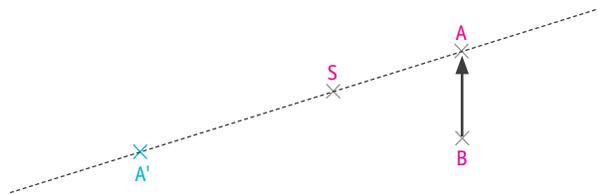
Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

4. Anotan todas relaciones que existen entre los segmentos mencionados.
- Marcan en el plano un punto  $S$ , que es centro de la homotecia, y dibujan un vector  $\overline{AB}$  y el rayo geométrico que pasa por el punto  $A$ .



- Marcan la imagen  $A'$  del punto  $A$ , de manera que el segmento-imagen  $A'B'$  mida la mitad del segmento  $AB$  (la posición del punto-imagen  $A'$  se puede determinar mediante medición o construcción).
- Construyen, como en el ejercicio 3), el vector imagen  $\overline{A'B'}$ . Trazan un rayo que parte en el punto  $S$  y pasa por el punto  $B$ .
- Explican y comunican la construcción realizada.

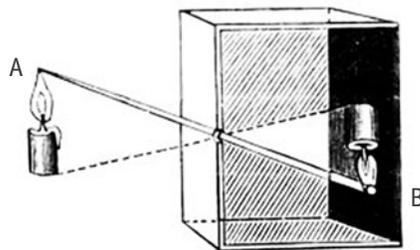
5. Marcan en el plano un punto  $S$ , que es centro de la homotecia. Dibujan un vector  $\overline{AB}$  y la recta que pasa por el punto  $A$ . Marcan el punto-imagen  $A'$  del punto  $A$  en la recta, en el otro lado del centro  $S$ .



- Construyen, como en las actividades anteriores, la imagen  $\overline{A'B'}$  del vector  $\overline{AB}$ . Trazan un rayo que parte en el punto  $S$  y pasa por el punto  $B$ .
  - Anotan todas las propiedades del vector-imagen  $\overline{A'B'}$  en comparación con el vector original, incluyendo la orientación de ambos vectores.
6. En un sistema cartesiano de coordenadas se proyectan los puntos  $P(7, 7)$  y  $Q(7, 4,5)$ , mediante una homotecia, resultando los puntos-imagen  $P'(4, 4)$  y  $Q'(4, 3)$ .

- Marcan los puntos y los puntos-imagen en el sistema de coordenadas.
- Determinan gráficamente el centro  $S$  de la homotecia.
- Determinan el factor  $k$  con el cual se proyecta la homotecia.
- ¿El punto  $A'(3, 2)$  es punto-imagen del punto  $A(5, 2)$ ? Explican y comunican la respuesta.

7. La figura corresponde a una cámara oscura que muestra la imagen de una vela proyectada en la pared del fondo.



- Modelan la cámara oscura en el plano.
- Aplican una homotecia para la proyección de una vela que tiene 5 cm de altura. La imagen de la vela en el fondo de la cámara oscura debe tener el doble de la altura original.
- Explican y comunican la construcción realizada.

® Ciencias Naturales OA 11 de 1° medio.

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

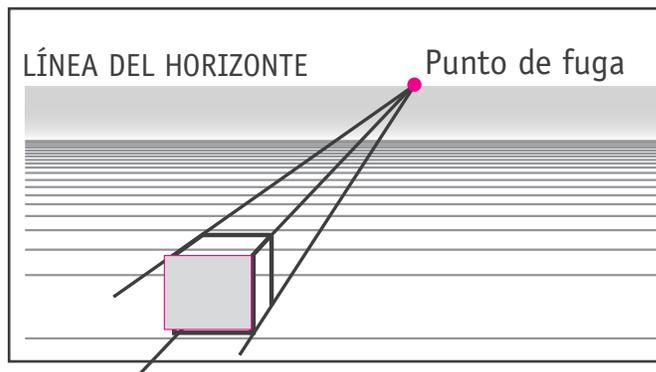
### Modelar

Ajustar modelos, acercándolos a la realidad. (OA j)

## Modelar

Ajustar modelos,  
acercándolos a la realidad.  
(OA j)

8. El dibujo muestra el principio de una perspectiva que da una impresión espacial de objetos dibujados en 2D.



- Los alumnos y alumnas describen el dibujo.
- Responden: ¿Con qué transformación se logra la imaginación espacial? ¿Qué significado tiene el “punto de fuga”?
- Construyen una imagen tridimensional de un cubo, a partir de un cuadrado dado. Eligen adecuadamente la línea del horizonte.
- Describen y comunican la construcción realizada.

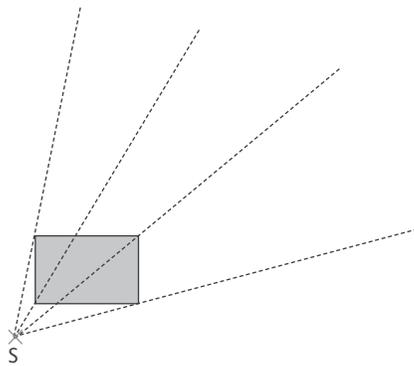
### ® Artes Visuales.

#### Observaciones a la o el docente

Los siguientes problemas se pueden trabajar en parejas de estudiantes; cada pareja se hace responsable de la interpretación de un dibujo diferente (a. y b.), y luego construyen una imagen tridimensional (b. y c.). Se aconseja trabajar con tiempo, dando para la primera y segunda parte unos 20 minutos, y para presentar, 5 minutos por pareja, momento en el cual siempre tres parejas forman un grupo y presentan sucesivamente sus trabajos. En forma autónoma, se explica cada vez el problema y la solución en forma precisa, dando argumentos artísticos y matemáticos.

Con esto se favorece el desarrollo de trabajo cooperativo; las alumnas y los alumnos aprenderán a compartir, obedecer y asumir responsabilidades, aceptar reglas y plazos en un trabajo sin supervisión. (OA D)

9. Demuestran cuál es el factor de transformación de áreas en una homotecia.



- Las alumnas y los alumnos miden el largo y el ancho de la preimagen del rectángulo y calculan el área del rectángulo.
- Realizan una homotecia cuyo centro es el punto  $S$  y cuyo factor es  $k = 2$ .
- Miden el largo y el ancho de la imagen del rectángulo. Determinan el factor de transformación de las áreas y lo comparan con el factor  $k$  de la homotecia.
- Generalizan el cálculo del factor de transformación de áreas mediante homotecias, con el factor de la homotecia dado.

10. Resuelven los siguientes problemas:

- En el mapa se ve el plano de la ciudad de Pucón. La escala con la cual se proyecta es de 1:12 500.



- Miden en el mapa el largo y el ancho de la plaza y calculan aproximadamente sus dimensiones reales.
- Calculan el área real de la plaza.
- Determinan el factor con el cual se transforman las áreas.

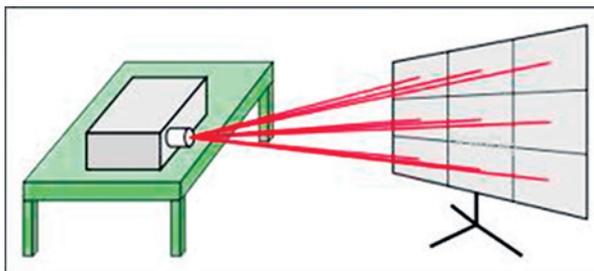
### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

### Modelar

Ajustar modelos, acercándolos a la realidad. (0A j)

- El dibujo de abajo representa la proyección de una diapositiva fotográfica del área original, de 24 mm x 36 mm.



- Elaboran un modelo matemático con el cual se puede determinar, aproximadamente, el factor de transformación del área de la imagen de la diapositiva a la pantalla.
- Determinan aproximadamente el factor con el cual se proyectan segmentos lineales.

© **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 1° medio.**

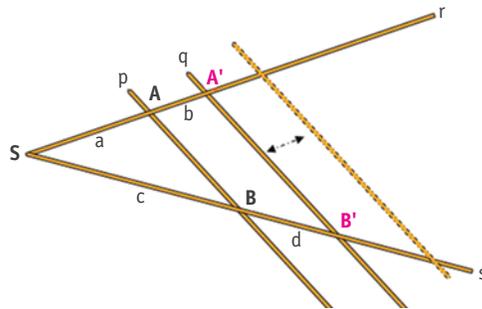
## Objetivos de Aprendizaje

### OA 9

Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.

## Actividades

1. Forman un ángulo agudo con dos palitos de brochetas,  $r$  y  $s$ , fijándolos en sus puntas. Encima de ellos colocan otros dos palitos,  $p$  y  $q$ , en posición transversal y paralela entre sí, como se muestra en la figura siguiente:



- Miden el largo de los segmentos  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ .
- Calculan las razones  $a : b$  y  $c : d$ , las comparan entre sí y describen qué les llama la atención.
- Mantienen el palito  $p$  en posición fija y mueven el palito  $q$  encima de los palitos  $r$  y  $s$ , a otra posición paralela.
- Miden los nuevos segmentos  $b$  y  $d$ , calculan otra vez las razones  $a : b$  y  $c : d$ , las comparan entre sí y anotan las observaciones.
- Mueven los palitos  $p$  y  $q$  sobre los palitos  $r$  y  $s$ , y los dejan en posición paralela. Miden los nuevos segmentos, calculan las razones respectivas y comparan los resultados.
- Generalizan y verbalizan los resultados.

### Observaciones a la o el docente

En las actividades 1, 2, 3 y 4, el o la estudiante representa modelos de la homotecia y, en algunos casos, representa modelos variables de la homotecia. Esto quiere decir que, al mover algunos de los componentes de la construcción, varía la razón, pero se conserva la propiedad de la homotecia. También pueden experimentar sobre cambios en la razón o en la propiedad de la homotecia variando el ángulo y el paralelismo de las varas.

## Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

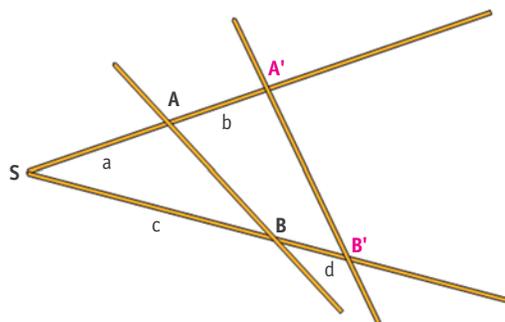
### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

2. Comprueban la igualdad de las razones  $a : b = c : d$  aplicando propiedades de la homotecia.

- Expresan los segmentos  $SA'$ ,  $SA$ ;  $SB'$  y  $SB$  con las variables  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ .
- Transforman la igualdad de las razones  $\frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB}$  a la forma  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

3. Colocan los palitos de brochetas **r** y **s** y los palitos paralelos como en la actividad anterior. Dejan el palito **p** en su posición y giran el palito **q** de tal forma que no quede paralelo, como se muestra a continuación:

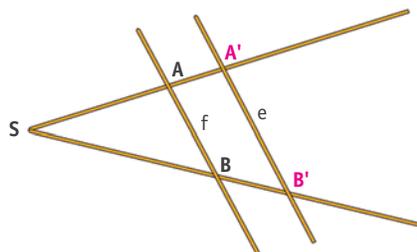


- Miran los segmentos  $a$  y  $b$  y  $c$  y  $d$ . Conjeturan acerca de las razones  $a : b$  y  $c : d$ .
- Miden los segmentos  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ , calculan las razones respectivas y comparan el resultado con la conjetura.

### Argumentar y comunicar

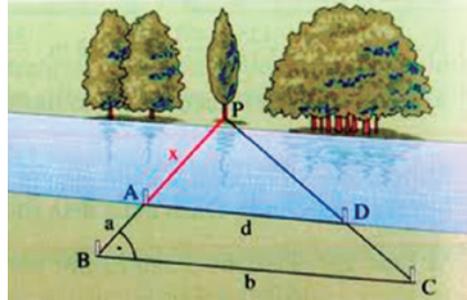
Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

4. Colocan, como en la actividad 1, dos palitos paralelos encima de dos palitos unidos con sus puntas.



- Miden los segmentos  $SA$ ,  $SA'$ ,  $SB$ ,  $SB'$  y los segmentos paralelos  $e$  y  $f$ .
- Calculan la razón  $e : f$  y la comparan con  $SA' : SA$  y con  $SB' : SB$ . Describen qué les llama la atención.
- Explican el resultado con las propiedades de la homotecia.

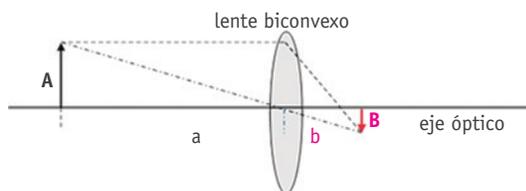
5. El siguiente dibujo, a escala 1:400, muestra un río cuyo ancho se desconoce. Se presenta la manera para determinar el ancho  $x$  del río, sin medirlo. Se marca el punto  $A$ , directamente opuesto a la base  $P$  de un álamo. El segmento  $PA$  representa el ancho del río.



- ¿Qué posiciones deben tener los demás puntos para aplicar el teorema de Tales?
- Miden con una regla los segmentos necesarios para calcular el ancho del río.
- Transforman las mediciones en las medidas reales.
- Aplican el teorema de Tales y elaboran una ecuación que contiene el ancho desconocido  $x$  del río.
- Despejan algebraicamente la variable  $x$  de la ecuación.
- Calculan el ancho  $x$  insertando las medidas necesarias en la expresión algebraica correspondiente.
- Conjeturan acerca de la exactitud del resultado, tomando en consideración el dibujo y el procedimiento.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA c de 8° básico.**

6. En un experimento óptico, un objeto del tamaño  $A = 1,5$  cm está a una distancia  $a = 5,7$  cm frente a un lente biconvexo. La imagen  $B$  del objeto se origina a una distancia del lente de  $b = 1,7$  cm.



- Elaboran una ecuación que relaciona las variables  $A$ ,  $B$ ,  $a$  y  $b$ .
- Despejan la variable  $B$  de la ecuación.
- Remplazan las variables  $A$ ,  $a$  y  $b$  con las medidas dadas.
- Calculan el tamaño de la imagen  $B$ . Redondean al primer decimal.

® **Ciencias Naturales OA 11 de 1° medio.**

## Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

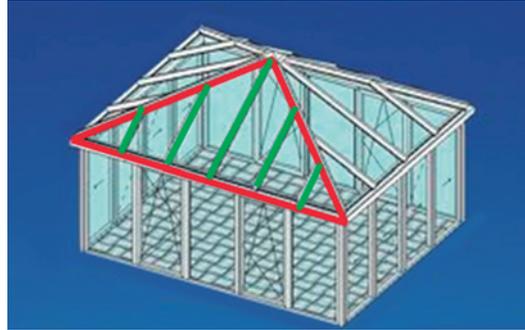
## Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (0A c)

7. El siguiente dibujo muestra el modelo de un invernadero cuyo techo tiene la forma de una pirámide. El área de la cara lateral marcada en rojo tiene la forma de un triángulo rectángulo isósceles, con una base de 12 m. Se planifica cubrir el techo con vidrio acrílico. Para reforzar el techo, se colocan cinco vigas paralelas equidistantes (ver en la cara lateral marcadas en verde).



- Determinan el largo de la viga central que lleva a la punta del techo. Explican y comunican la respuesta.
- Calculan el largo de las demás vigas. Explican y comunican el desarrollo del cálculo.

## Objetivos de Aprendizaje

### OA 10

Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.

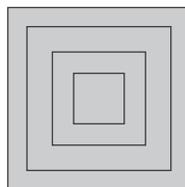
## Actividades

1. Las alumnas y los alumnos observan la foto que muestra tres autos en diferentes tamaños, y luego responden las preguntas que se indican más abajo:



escala:                      escala:                      escala:

- ¿Los modelos son semejantes si se considera solamente la forma? Explican y comunican sus respuestas.
  - ¿Se puede representar la posición y la forma de los tres autos por una homotecia? Explican sus respuestas mediante una representación gráfica.
  - Considerando que el largo real del auto representado es de 4 m, calculan la escala en la cual está proyectado cada uno de los modelos.
2. Las alumnas y los alumnos observan el dibujo que muestra cuatro cuadrados y luego resuelven:



- Razonan acerca de que los cuatro cuadrados son semejantes y mencionan las propiedades de la semejanza.
- Determinan gráficamente el centro de una homotecia que transforma los cuadrados.
- Considerando el cuadrado interior como preimagen, determinan los factores de la homotecia.
- Construyen el próximo cuadrado exterior que sigue a los cuatro cuadrados. Explican y comunican sus respuestas.

## Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

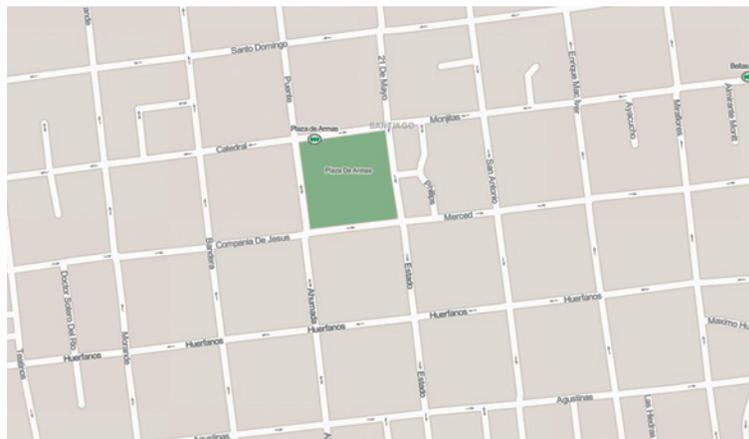
## Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Modelar

Ajustar modelos, acercándolos a la realidad. (OA j)

3. Considerando que el plano de Santiago está a una escala de 1:12 500, los alumnos:
- Describen un método para determinar el área aproximada de la Plaza de Armas.



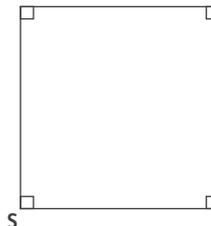
- Calculan aproximadamente el área de la Plaza de Armas.
- Responden: ¿Con qué factor  $l$  cambia el área si el factor de longitud es  $k$ ? Explican y comunican sus respuestas.

### © Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 1° medio.

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

4. El dibujo muestra un cuadrado con un vértice  $S$ , que es el centro de una homotecia. Mediante una homotecia con el centro  $S$ , se quiere construir el cuadrado que obtenga el doble del área del cuadrado dado.



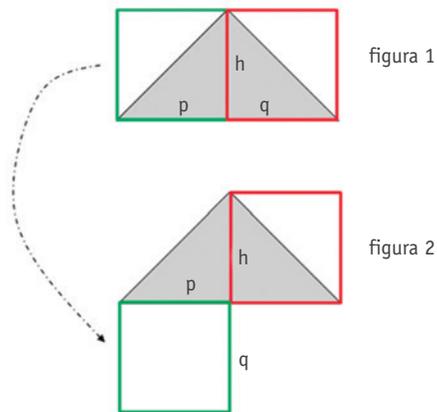
- Determinan el factor  $k$  de la homotecia que se realiza para que el cuadrado resultante obtenga el doble del área.
- Realizan la construcción con regla y compás.
- Describen y explican la construcción realizada.

## Desafío

5. Los y las estudiantes resuelven el siguiente problema: un jardinero quiere duplicar el área de un jardín circular de flores, que tiene un radio de 4m. Para ello:
- Dibujan el modelo del jardín en la escala de 1:100.
  - Eligen el centro del círculo como el centro de una homotecia con la cual se logra el objetivo.
  - Realizan la construcción con regla y compás, basándose en el principio de la construcción de la actividad 4.
  - Describen y explican la construcción realizada.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA c de 8° básico.**

6. Un rectángulo tiene un largo que es el doble del ancho. En este rectángulo se inscribe un triángulo rectángulo isósceles. Los segmentos  $p$  y  $q$  son partes de la hipotenusa del triángulo.



- Verifican que los segmentos  $p$  y  $q$  y la altura  $h$  tienen el mismo largo.
- Verifican que los rectángulos marcados en verde y en rojo son cuadrados con la misma superficie.
- Expresan el área del cuadrado verde mediante las variables  $p$  y  $q$ , y expresan el área del cuadrado rojo mediante la variable  $h$ .
- Verbalizan la igualdad de las áreas entre ambas figuras.
- Expresan la igualdad entre ambas áreas mediante una fórmula que contiene las variables  $p$ ,  $q$  y  $h$ .

## Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

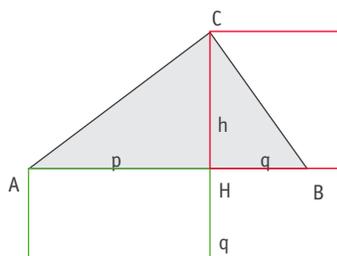
## Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

7. El triángulo rectángulo  $ABC$ , marcado en gris, no es isósceles.

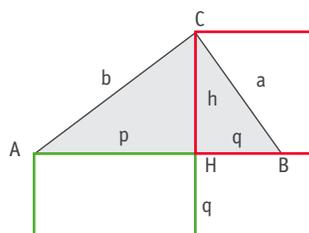


- Verifican que la figura marcada en verde ya no es cuadrado como en la actividad anterior.
- Miden los segmentos  $p$ ,  $q$  y  $h$ .
- Expresan el área del rectángulo verde mediante las variables  $p$  y  $q$ , y el área del cuadrado rojo mediante la variable  $h$ .
- Calculan el área del rectángulo verde y el área del cuadrado rojo y comparan superficies.
- Verbalizan la igualdad de las áreas entre ambas figuras.
- Expresan la igualdad entre ambas áreas mediante una fórmula que contiene las variables  $p$ ,  $q$  y  $h$ .
- Dibujan otros triángulos rectángulos y verifican los resultados de las actividades anteriores.

### Resolver problemas

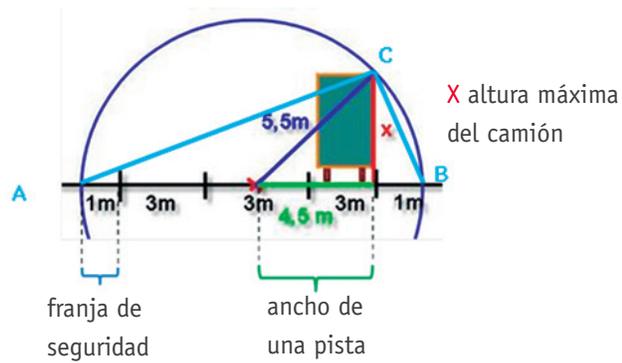
Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

8. Comprueban el teorema de Euclides mediante las propiedades de triángulos semejantes.



- Verifican, sin medir, que los triángulos  $ABC$ ,  $BCH$  y  $CAH$  son semejantes.
- El triángulo  $ABC$  tiene los catetos  $a$  y  $b$ , y la hipotenusa  $c$ . ¿Cuáles de los segmentos de los tres triángulos son segmentos correspondientes? Explican y comunican la respuesta.
- Considerando los triángulos  $BCH$  y  $CAH$ , ¿qué razón en el triángulo  $CAH$  es igual a la razón  $\frac{h}{q}$  del triángulo  $BCH$ ? Explican y comunican la respuesta.
- Desarrollan la fórmula del teorema de Euclides  $h^2 = p \cdot q$  mediante la igualdad de las razones del ejercicio c.

9. En la imagen se muestra la vista de atrás de un camión que pasa por un túnel con la forma de medio cilindro. La imagen es bidimensional y por eso el cilindro se proyecta en forma de semicírculo. Como el triángulo  $ABC$ , marcado en color celeste, está inscrito en una semicircunferencia, el ángulo en el vértice  $C$  es recto. Se quiere saber la altura máxima que puede tener un camión que pasa por esta parte de la pista.



- Identifican en el dibujo los segmentos necesarios para modelar el problema con el teorema de Euclides.
- Aplican el teorema de Euclides para calcular la altura máxima del camión.
- Redondean el resultado a cm.

### Modelar

Ajustar modelos, acercándolos a la realidad. (0A j)

## Objetivos de Aprendizaje

### OA 11

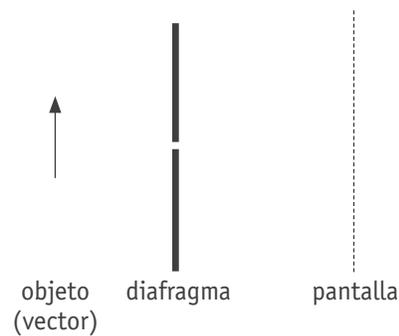
Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo.

## Actividades

### Modelar

Ajustar modelos,  
acercándolos a la realidad.  
(OA j)

1. Las y los estudiantes representan en el plano un modelo sencillo de la “cámara oscura”.



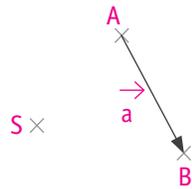
- Aplican una homotecia y construyen la imagen del objeto en la pantalla.
- Responden: ¿Cuál es el factor de la homotecia si la distancia entre la pantalla y el diafragma es un 50 % más grande que la distancia entre el objeto y el diafragma? Explican sus respuestas.
- Mencionan todas las propiedades que existen entre el objeto y la imagen.

### Observaciones a la o el docente

Estas actividades se pueden efectuar con algún *software* geométrico, como Geogebra u otro de similares características, para promover el uso de la tecnología, mejorar la visualización de estos dibujos y hacer construcciones tanto manuales como tecnológicas.

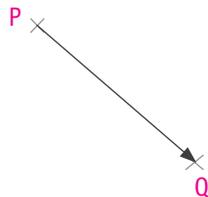
Se sugiere que en las siguientes actividades (1 a 6), el o la docente promueva la curiosidad en sus estudiantes, quienes deberían mostrar interés por resolver los problemas planteados. En este proceso, es importante que reconozcan sus fortalezas y debilidades aplicando, con confianza en las propias capacidades, sus conocimientos y habilidades. (OA B)

2. En el dibujo se marca el centro de una homotecia  $S$  y un vector  $\overline{AB}$ .



- Construyen, sin medir, el vector  $2 \cdot \overline{AB}$  con regla y compás.
- Mencionan todas las propiedades que tiene el vector  $2 \cdot \overline{AB}$  en comparación con el vector  $\overline{AB}$ .

3. En el dibujo se marca un vector  $\overline{PQ}$ .



- Construyen, sin medir, el vector  $-2 \cdot \overline{PQ}$  con regla y compás.
- Explican y comunican la construcción realizada.
- Mencionan todas las propiedades que tiene el vector  $-2 \cdot \overline{PQ}$  en comparación con el vector  $\overline{PQ}$ .

4. En el dibujo se marca el vector  $\overline{EF}$ .



- Construyen mediante una homotecia el vector  $-1,5 \cdot \overline{EF}$ .
- Explican y comunican la construcción realizada.

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

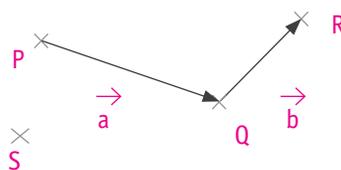
### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (0A a)

### Resolver problemas

Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

5. En el dibujo aparecen dos vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  y los puntos  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  y  $S$ :

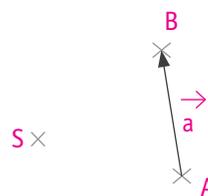


- Representan los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  mediante los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .
- Realizan una homotecia con el centro  $S$  y el factor  $k = 2$ , y determinan las imágenes de los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .
- Comparan las imágenes  $\vec{a}'$  y  $\vec{b}'$  de los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  con sus originales, y mencionan las propiedades.
- Verifican la linealidad del producto punto sobre la adición.

### Resolver problemas

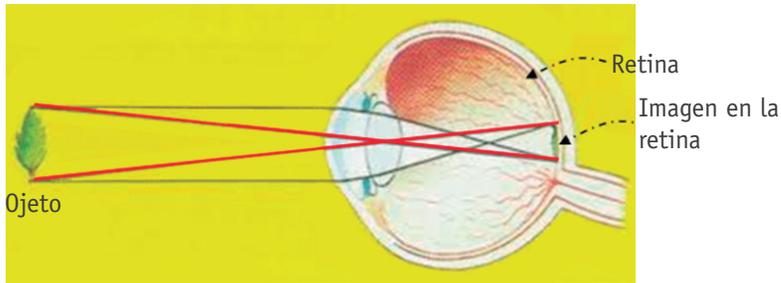
Utilizar estrategias avanzadas. (OA a)

6. En el dibujo aparecen un vector  $\vec{a}$ , los puntos  $A$  y  $B$  y el punto  $S$ , que es el centro de una homotecia.



- Representan el vector  $\vec{a}$  mediante los puntos  $A$  y  $B$ .
- Realizan una homotecia con el centro  $S$  y el factor  $k_1 = 2$ .
- Realizan sobre las imágenes  $A'$ ,  $B'$  y  $\vec{a}'$  otra homotecia con el mismo centro y el factor  $k_2 = -0,5$ .
- Comparan las imágenes  $A''$ ,  $B''$  y  $\vec{a}''$  de la segunda homotecia con las preimágenes originales  $A$ ,  $B$  y  $\vec{a}$ , y mencionan las regularidades.
- Verifican la linealidad del producto punto de la forma  $k \cdot (s \cdot \vec{a}) = (k \cdot s) \cdot \vec{a}$ .

7. El dibujo esquemático del ojo humano no está en relación correcta con el tamaño ni con la distancia del árbol que aparece en la imagen. Se marcan en rojo dos rayos que representan de mejor forma la homotecia.



### Modelar

Ajustar modelos, acercándolos a la realidad. (OA j)

- Conjeturan acerca del signo (positivo o negativo) del factor  $k$  de la homotecia presentada. Explican y comunican la respuesta.
- ¿Cómo se presenta la imagen en la retina? (derecha, inclinada o al revés).
- Se ve un árbol a una distancia de 80 m, de 5 m de altura. La retina del ojo se encuentra a una distancia aproximada de 24 mm del cristalino. Calculan, a base de estos datos, la altura de la imagen que se genera en la retina.

® Ciencias Naturales OA 12 de 1° medio.

## SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

### EVALUACIÓN 1

#### Objetivos de Aprendizaje

##### OA 8

Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:

- Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.
- Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.
- Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.

#### Indicadores de Evaluación

- Conjeturan sobre el factor de la homotecia.
  - Realizan homotecias mediante el centro y el factor dado.
  - Realizan homotecias mediante el centro y un par de imagen y preimagen dado.
  - Resuelven problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.
-

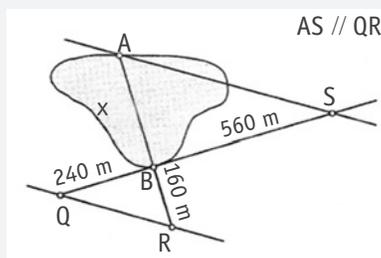
## EVALUACIÓN 1

### ACTIVIDAD

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Esta evaluación incluye una presentación, individual o en pares, de la resolución de uno de los problemas planteados. También se podría agregar la resolución de uno de los problemas al portafolio.

1. Las alumnas y los alumnos resuelven el siguiente problema: Dos puntos de un terreno están separados por un lago. Determinan, según los datos del dibujo, la distancia entre el punto A y el punto B.



2. Las y los estudiantes construyen móviles utilizando el concepto de homotecia.



Para ello:

- Eligen figuras 2D sencillas y las proyectan para obtener otras figuras.
- Intercambian móviles para determinar el factor  $k$  (factores) utilizado en el móvil.
- Determinan el área de cada figura.
- Conjeturan sobre la variación del área de las figuras que componen el móvil, en relación con el factor  $k$ .

- Utilizan el factor de la homotecia para determinar la distancia entre dos puntos.
- Reconocen la importancia del paralelismo entre los segmentos  $QR$  y  $AS$ .
- Construyen las nuevas figuras utilizando los conocimientos de homotecia y de construcción geométrica adquiridos en cursos anteriores.
- Indican el factor  $k$  de homotecia entre las figuras que componen el móvil.
- Consideran el largo del móvil en la construcción.
- Determinan el factor  $k$  de diferentes móviles.
- Conjeturan acerca de que el área de una figura aumenta en un factor de  $k^2$  si se proyecta en un factor  $k$ .

## EVALUACIÓN 2

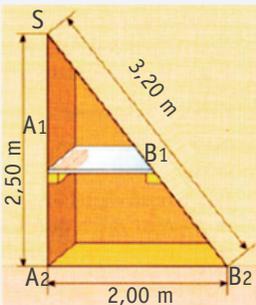
### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 9

Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.

### Indicadores de Evaluación

- Explican el teorema de Tales n°1 y el teorema de Tales n° 2, mediante las propiedades de la homotecia.
- Resuelven problemas geométricos y de la vida diaria que involucran los teoremas de Tales n° 1 y n° 2.

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<p>A base de estos problemas, se puede iniciar un proyecto.</p> <p>Las alumnas y los alumnos resuelven los siguientes problemas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Martín es un andinista y está cansado de caminar. Desde el lugar donde se encuentra, puede ver dos cerros: <math>L</math> y <math>C</math>. Levanta un lápiz y lo pone frente a uno de sus ojos (el otro lo mantiene cerrado), de manera que el lápiz quede paralelo al segmento <math>LC</math> y su punta coincida con la punta de los cerros.             <ol style="list-style-type: none"> <li>¿Qué tan lejos está Martín del cerro <math>L</math> si la distancia entre las puntas de los cerros es de 25 km, el largo del lápiz es de 20 cm y el largo de su brazo es de 40 cm?</li> <li>¿Le recomendarían a Martín seguir su camino hacia el cerro <math>L</math>?</li> </ol> </li> <li>Aprovechando los espacios, se quiere poner una repisa a un metro de altura en un espacio inclinado del baño.             <ol style="list-style-type: none"> <li>¿En qué lugar del lado inclinado se debe poner la fijación que sostenga la repisa?</li> <li>¿Qué tan ancha debe ser la repisa para que se pueda poner a esa altura?</li> </ol> </li> </ol> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizan el primer y segundo teorema de Tales para resolver los problemas.</li> <li>• Reconocen la importancia de las medidas de su propio cuerpo para determinar distancias y medidas de objetos a su alrededor.</li> <li>• Determinan medidas, o promedios de estas, de edificios del colegio y de sus alrededores, utilizando los teoremas de Tales y las medidas de su cuerpo.</li> <li>• Calculan el ancho de la repisa.</li> <li>• Toman decisiones con respecto a las medidas aproximadas que obtienen. En el caso del andinista, reconocen que no es conveniente seguir hacia el cerro <math>L</math>.</li> </ul>

## EVALUACIÓN 2

3. Las y los estudiantes miden su cuerpo para determinar medidas de objetos.

Calculan de manera aproximada la altura máxima de las construcciones que se encuentran en el colegio, en el barrio o en sectores indicados por el profesor o la profesora.

Para lo anterior, utilizan la noción de “mirar sobre el dedo pulgar”, que consiste en:

- Medirse el dedo pulgar.
- Medirse el brazo.
- Calcular el promedio de la distancia de un paso.
- Ubicarse de manera que el dedo pulgar tape toda la construcción (alto).

En caso necesario, se puede cambiar el dedo pulgar por una regla o una vara previamente medida.

## EVALUACIÓN 3

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 11

Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con *software* educativo.

### Indicadores de Evaluación

- Realizan homotecias de vectores en el plano y en el plano cartesiano.
- Determinan coordenadas de vectores transformados por homotecias.

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<p>La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.</p> <p>Las alumnas y los alumnos resuelven los siguientes problemas:</p> <p><b>1.</b> Dibujan el triángulo <math>ABC</math> de coordenadas <math>A(4,4)</math>, <math>B(6,4)</math> y <math>C(5,6)</math> en el plano cartesiano.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Prueban si los siguientes triángulos son homotéticos al triángulo <math>ABC</math>.</li><li>• Encuentran el centro de la homotecia.</li><li>• Determinan el factor de la homotecia.</li></ul> <p>a. <math>D(2,2)</math>; <math>E(3,2)</math>; <math>F(2,5)</math></p> <p>b. <math>G(8,8)</math>; <math>H(10,8)</math>; <math>I(9,10.5)</math></p> <p>c. <math>J(8,4)</math>; <math>K(12,4)</math>; <math>L(10,8)</math></p> <p>d. <math>M(4.5,2)</math>; <math>N(5.5,2)</math>; <math>O(5,3)</math></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>› Dibujan el triángulo <math>ABC</math> en el plano cartesiano, considerando sus coordenadas.</li><li>› Determinan factores de homotecias para los triángulos dados, en a), b) c) y d).</li><li>› Determinan el centro de la homotecia de forma vectorial.</li><li>› Comprueban, con el centro de la homotecia, si los factores de homotecias determinados anteriormente corresponden a un producto por un escalar.</li></ul>

# UNIDAD 4

---

## PROPÓSITO

---

En esta unidad, las y los estudiantes utilizan los conocimientos adquiridos en años anteriores para registrar distribuciones de dos características de una población. Para ello, construyen tablas de doble entrada y nubes de puntos; hacen esto último para analizar las características de la población y ampliar luego este conocimiento en el estudio y comparación de dos poblaciones. Se pretende que sean capaces de comparar dos poblaciones y trazar de manera intuitiva una recta que separe la nube en dos sectores. El objetivo es comenzar con la regresión lineal que se estudiará en cursos superiores; por este motivo, solo se traza intuitivamente esa recta. Asimismo, se busca que desarrollen las reglas de probabilidad, comenzando con experimentos sencillos, para obtener conjeturas y, a partir de estas, obtener una fórmula. Esto se inicia con un problema por resolver y se utilizan las fórmulas rutinarias para la resolución de problemas. También se espera que consoliden su noción de azar, que han trabajado durante los años anteriores. Para lograrlo, resuelven problemas y utilizan el conocimiento adquirido para describir el comportamiento azaroso. En esta etapa, además, se comienza con la noción de distribución normal de manera visual, no como contenido; esto significa que trabajan con la tabla de Galton y visualizan un comportamiento aleatorio normal, sin enfrentarse aún a su nombre ni a su definición formal. Para tratar los datos obtenidos por experimentos aleatorios, utilizan conceptos aprendidos en Estadística.

## CONOCIMIENTOS PREVIOS

---

- › Operatoria con números racionales.
- › Muestreo.
- › Tablas de frecuencias absolutas y relativas.
- › Medidas de tendencia central y rango.
- › Probabilidades de eventos.
- › Medidas de posición, percentiles y cuartiles.
- › Principio combinatorio.

## PALABRAS CLAVE

---

Distribuciones de características, tablas de doble entrada, nubes de puntos, diagrama de árbol, regla aditiva, regla multiplicativa, noción de azar, tabla de Galton.

## CONOCIMIENTOS

---

- › Distribuciones de dos características distintas.
- › Separación de la distribución de dos poblaciones diferentes, de manera intuitiva.
- › Reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas
- › Concepto de azar.

## HABILIDADES

---

- › Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones. **(OA k)**
- › Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas. **(OA l)**
- › Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones. **(OA m)**
- › Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. **(OA n)**

## ACTITUDES

---

- › Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social. **(OA E)**
- › Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas. **(OA F)**

## UNIDAD 4

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los y las estudiantes sean capaces de:	Las y los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 12</b></p> <p>Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboran y describen gráficos de dispersión en una y en dos dimensiones.</li> <li>• Reconocen estructuras lineales u otras, en las formas de las nubes de puntos.</li> <li>• Realizan encuestas en su entorno, preguntando dos características, y representan los resultados mediante gráficos de nube de puntos.</li> <li>• Describen nubes de puntos presentadas en el sistema de coordenadas.</li> <li>• Conjeturan de forma intuitiva si hay correlación entre las características registradas.</li> </ul>
<p><b>OA 13</b></p> <p>Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos “xy” para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizando nubes de puntos en dos colores.</li> <li>• Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Registran datos de dos características provenientes de una o de dos poblaciones, en tablas de doble entrada, y representan los datos mediante nubes de puntos en dos colores.</li> <li>• Describen nubes de puntos e identifican y comentan puntos aislados en las nubes de puntos.</li> <li>• Argumentan acerca de coherencias o diferencias entre nubes de puntos de diferentes poblaciones.</li> <li>• Trazan de manera intuitiva la recta que separa de mejor forma la nube de puntos en dos poblaciones.</li> </ul>
<p><b>OA 14</b></p> <p>Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, en el contexto de la resolución de problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboran o completan diagramas de árboles con las posibilidades de experimentos aleatorios, para representar los eventos y determinar sus probabilidades.</li> <li>• Reconocen la regla multiplicativa de la probabilidad a lo largo de una “rama” que conduce de la partida al tramo exterior.</li> <li>• Reconocen la regla aditiva de la probabilidad en la unión de distintas “ramas”.</li> <li>• Aplican la combinación de la regla aditiva y de la regla multiplicativa para determinar probabilidades de eventos compuestos.</li> <li>• Calculan las probabilidades de eventos simples y compuestos.</li> <li>• Resuelven problemas de la vida diaria que involucran las reglas aditiva y multiplicativa.</li> </ul>

## UNIDAD 4

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los y las estudiantes sean capaces de:</p> <p><b>OA 15</b> Mostrar que comprenden el concepto de azar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios sencillos, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>• Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas.</li> <li>• Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso.</li> <li>• Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.</li> </ul>	<p style="text-align: center;">Las y los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaboran árboles o redes de caminos para marcar diferentes “paseos al azar”.</li> <li>• Verifican que una “rama” o “camino” lleva a una meta en el margen del árbol, mientras que varios caminos llevan a una meta central.</li> <li>• Reconocen una distribución de los datos (que se acumula en el centro) en repeticiones de experimentos aleatorios (tabla de Galton).</li> <li>• Analizan estadísticas basadas en el mismo objetivo, reconociendo que son distintas en el detalle, aunque muestran coherencias en general.</li> <li>• Resuelven problemas de la vida diaria que involucran estimaciones basadas en frecuencias relativas.</li> </ul>

## SUGERENCIAS DE ACTIVIDADES

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 12

Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.

### Actividades

1. Observan la siguiente fotografía y superponen un plano cartesiano sobre ella, para identificar cada huella con un par ordenado del plano. Reconocen que la gráfica corresponde a una nube de puntos y responden a la pregunta: ¿Es posible determinar un patrón en esta nube? Explican su respuesta.



### Observaciones a la o el docente

A partir de esta actividad, se les puede solicitar que mencionen otras situaciones que puedan ser representadas por nubes de puntos, relacionándolas con hechos azarosos (en el caso de los pájaros, cuando buscan comida que ha caído de alguna parte) y con otras que siguen un patrón (en el caso de los pájaros, cuando caminan en una dirección).

Se sugiere utilizar esta actividad para resaltar y valorar el aporte de los datos cuantitativos para comprender la realidad social y el entorno. (OA E)

### Argumentar y comunicar

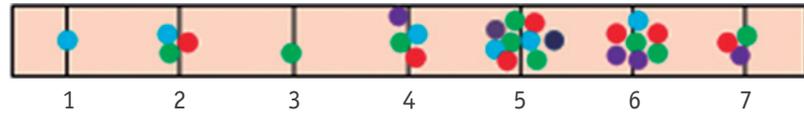
Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

Las alumnas y los alumnos resuelven los siguientes problemas:

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

- En Consejo de curso, el profesor o la profesora hace un experimento para ver cómo los y las estudiantes perciben el ambiente en la sala. Para ello, coloca en la pizarra una franja de cartón con una escala del 1 a 7, donde el número "1" corresponde a "muy mal ambiente" y el número "7", a "muy buen ambiente". Las alumnas y los alumnos pegan, en forma anónima, sus respectivas marcas (evaluaciones) en la escala.



- A continuación, basándose en la distribución de las marcas, describen verbalmente la percepción del ambiente en el curso.
- Marcan en la cinta la media, la mediana y la moda, utilizando flechas.
- Conjeturan acerca de un cambio en la media, la mediana y la moda, si se dejaran sin efecto las evaluaciones extremas.

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

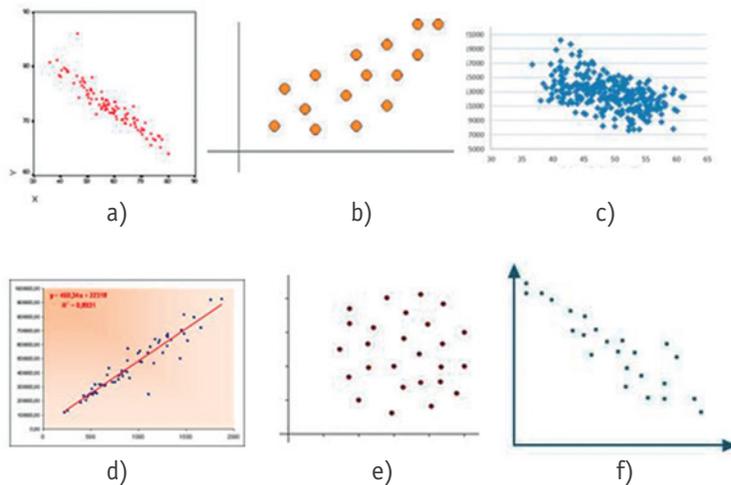
- Las alumnas y los alumnos observan la foto que muestra el sector de lanzamiento de la bala que está dentro del patio deportivo de un colegio. En la imagen se destacan las marcas que dejó la bala en la arena: las de color negro corresponden a un equipo mixto de alumnas y alumnos de 5° básico y las de color más claro, aquellas dejadas por un equipo, también mixto, de 1° medio. En la parte inferior de la foto se aprecia el anillo del lanzamiento de las balas.



- Describen verbalmente el rendimiento de ambos grupos de estudiantes lanzadores(as).
- Marcan los lanzamientos máximo y mínimo de cada grupo de estudiantes.
- Trazan una línea aproximada que representa la media de ambos grupos de estudiantes.

© Educación Física y Salud OA 1 de 1° medio.

4. Miran atentamente las siguientes nubes de puntos y conjeturan acerca de una posible relación entre dos características. Utilizan los términos “directa”, “indirecta”, “ninguna”, “fuerte” y “débil”. Explican y comunican sus conjeturas.



### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

#### Observaciones a la o el docente

Esta actividad puede ser entrelazada con el uso de tecnología, empleando programas de libre acceso que realizan gráficos de datos en nubes de puntos (la opción tradicional es Excel). Se puede ingresar los datos obtenidos por las y los mismos estudiantes o bien considerar datos entregados o preparados por el o la docente, y comparar si hay relación entre los datos utilizando los términos arriba indicados.

Se sugiere fomentar el uso responsable y efectivo de las tecnologías disponibles, utilizar de manera responsable y adecuada los datos recolectados y respetar la propiedad y privacidad de las personas encuestadas. (OA F)

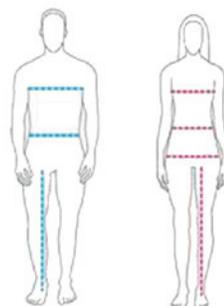
5. En un consultorio, se toma rutinariamente la presión sanguínea de los pacientes. La tabla siguiente muestra los datos de 15 personas que acudieron en la misma mañana a dicho centro médico.

PRESIÓN PACIENTE	A	B	C	D	E	F	G	H
Sistólica	115	125	115	120	150	110	140	160
Diastólica	70	80	70	80	90	70	90	95
PRESIÓN PACIENTE	I	J	K	L	M	N	O	P
Sistólica	130	145	120	130	125	140	140	135
Diastólica	80	90	75	75	75	85	80	70

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

- Elaboran un gráfico de “nube de puntos” en el sistema cartesiano de coordenadas.
- Describen verbalmente la distribución de los puntos.
- Conjeturan acerca de una relación entre presión sistólica y diastólica.
- Trazan, en forma intuitiva, una recta que representa de mejor forma una relación entre ambas presiones.
- Preparan y realizan una encuesta entre sus compañeros y compañeras para recolectar los datos de talla del zapato y estatura de cada uno(a). Realizan un muestreo y registran los datos.
- Ordenan los datos recolectados y los representan en una tabla de doble entrada.
- Confeccionan, en el sistema cartesiano de coordenadas, un gráfico de “nube de puntos”.
- Describen verbalmente la “nube de puntos”.
- Conjeturan acerca de una posible relación entre ambas características.
- Trazan, de forma intuitiva, una línea que representa de mejor forma una posible relación entre ambas características.



® **Ciencias Naturales OA 2 de 1° medio.**

**Observaciones a la o el docente**

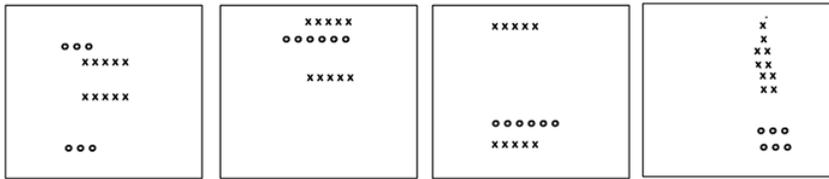
Se sugiere aprovechar esta actividad para usar procedimientos matemáticos que les permitan confirmar o completar la veracidad de la expresión “Los hombres tienen los pies más grandes que las mujeres”. Así, los y las estudiantes desarrollan una actitud crítica y valoran el aporte de datos cuantitativos para entender la realidad social. (OA E)

**Representar**

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

6. Cada estudiante de un curso de 1° medio debe marcar un punto en un sistema cartesiano, en el cual el eje horizontal represente la masa, y el eje vertical, la estatura. Los niños se marcan con una cruz y las niñas con un círculo.
  - Jorge tiene una masa de 65 kg y mide 160 cm; María tiene una masa de 52 kg y mide 156 cm; Soledad tiene una masa de 48 kg y mide 152 cm. Hacen el gráfico con los datos de estos(as) tres estudiantes.

- Responden en cuál de los gráficos siguientes es mayor la media de la altura de las niñas que la de los niños.



® **Educación Física y Salud OA 2 de 1° medio.**

- Realizan el siguiente experimento aleatorio: lanzan repetidamente dos dados y registran por separado el número que resulta del primer lanzamiento y el del segundo lanzamiento, respectivamente.
  - Marcan en el plano cartesiano los puntos que corresponden a los pares de lanzamientos. La coordenada  $x$  representa el primer lanzamiento y la coordenada  $y$ , el segundo lanzamiento.
  - Comentan la forma de la nube obtenida.
- Construyen una nube de puntos que resulta del lanzamiento repetido de dos dados, uno amarillo y uno blanco.
  - Marcan en el plano cartesiano los puntos que corresponden a los pares de lanzamientos. La coordenada  $x$  representa los puntos del dado amarillo y la coordenada  $y$  representa la adición de ambos dados.
  - Comentan la forma de la nube obtenida.
- Averiguan las notas de Matemática, Educación Física y Física de sus compañeros y compañeras:
  - Tabulan y construyen una nube de puntos que relaciona Matemática con Educación Física.
  - Tabulan y construyen una nube de puntos que relaciona Matemática con Física.
  - Comparan ambas nubes y comentan posibles coherencias o incoherencias entre ellas.

**Representar**

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

**Representar**

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

**Argumentar y comunicar**

Demostrar resultados e identificar saltos o errores en el proceso. (OA g)

**Representar**

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

**Observaciones a la o el docente**

Se sugiere fomentar el respeto a la privacidad de las personas, mencionando que los datos son anónimos y que no es necesario poner el nombre de la o el estudiante; que basta con escribir las notas con las siglas E1, E2, E3, etc. Es importante que trabajen manteniendo el respeto hacia las y los otros. (OA F)

## Objetivos de Aprendizaje

### OA 13

Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos “xy” para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica:

- Utilizando nubes de puntos en dos colores.
- Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.

## Actividades

Las alumnas y los alumnos resuelven los siguientes problemas:

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Demostrar resultados e identificar saltos o errores en el proceso. (OA g)

1. En las tablas que se muestran a continuación se presenta el Índice de Masa Corporal (IMC) de una muestra de hombres y mujeres. Las edades y los índices se redondearon con números enteros.

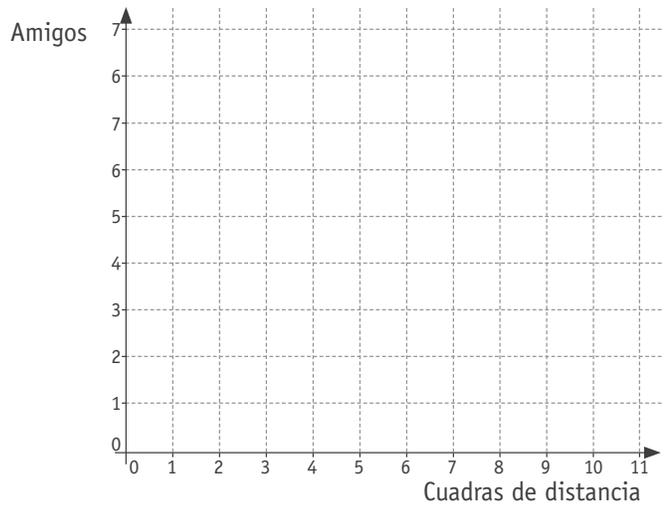
- Confeccionan un gráfico “xy” para los datos de hombres, en el cual la variable  $x$  representa la edad y la variable  $y$  representa el IMC. Marcan los puntos en color azul.
- Describen verbalmente la distribución de la nube de puntos.
- Confeccionan el gráfico “xy” para los datos de las mujeres, en el mismo sistema cartesiano de coordenadas. Marcan los puntos en color rojo.
- Describen verbalmente la distribución de la nube de puntos.
- Comparan ambas nubes y describen coincidencias y diferencias.
- Trazan una línea que separa ambas distribuciones.

MUJER	EDAD	IMC
A	34	27
B	45	29
C	18	25
D	23	24
E	29	27
F	36	28
G	57	35
H	20	26
I	45	30
J	31	26
K	54	37
L	41	27

HOMBRE	EDAD	IMC
A	22	19
B	39	24
C	25	26
D	40	22
E	28	21
F	32	24
G	51	27
H	33	20
I	44	23
J	19	20
K	58	25
L	51	28

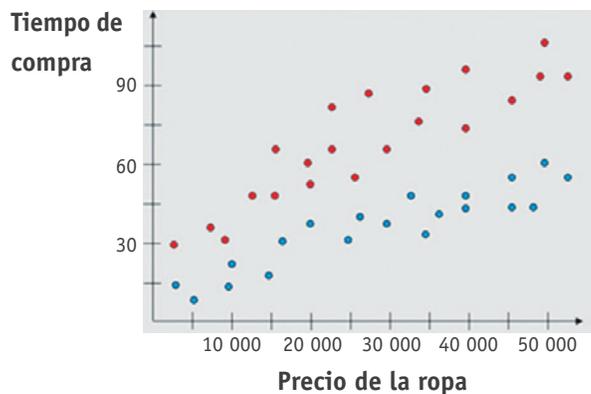
© Educación Física y Salud OA 5 de 1° medio.

2. Elaboran y realizan una encuesta entre las alumnas y los alumnos de 1° medio, para investigar si existe una relación entre la distancia de sus casas al colegio y el número de amigos y amigas de su curso.



- Registran los datos en una tabla de doble entrada, separando alumnos y alumnas.
- Confeccionan las dos nubes de puntos en el mismo sistema de coordenadas y en colores diferentes, según el género.
- Describen verbalmente ambas nubes de puntos.
- Responden la pregunta: ¿Se puede observar una relación entre la distancia del colegio y el número de amigos o amigas? Explican y comunican sus respuestas.

3. Los y las estudiantes observan el siguiente gráfico de nube de puntos, que muestra el comportamiento de hombres y mujeres en la compra de ropa. En la encuesta se preguntó el precio de la prenda y el tiempo necesario para hacer la compra.



Puntos rojos: hombres  
Puntos azules: mujeres

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Demostrar resultados e identificar saltos o errores en el proceso. (OA g)

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Demostrar resultados e identificar saltos o errores en el proceso. (OA g)

- Describen la nube de puntos que representa el comportamiento de los hombres en la compra.
- Describen la nube de puntos que representa el comportamiento de las mujeres en la compra de ropa.
- Responden: ¿Cuál de las nubes es más dispersa?
- ¿En qué población el tiempo de compra depende en mayor medida del precio de la prenda?
- Dibujan en forma intuitiva las siguientes líneas:
  - La que representa de mejor forma el comportamiento de las mujeres en la compra.
  - La que representa de mejor forma el comportamiento de los hombres en la compra.
  - La que separa de mejor forma ambas nubes de puntos.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 20 de 1° medio.**

4. A partir del siguiente cuadro, los y las estudiantes realizan la actividad que se indica a continuación:

EDADES	SEGURO	45	50	55	60	65
No fumadores	A	98 %	94 %	92 %	88 %	84 %
	B	95 %	93 %	91 %	90 %	88 %
	C	96 %	94 %	93 %	91 %	87 %
Fumadores	A	87 %	85 %	82 %	78 %	67 %
	B	91 %	90 %	83 %	76 %	69 %
	C	90 %	88 %	85 %	80 %	71 %
EDADES	SEGURO	70	75	80	85	90
No fumadores	A	82 %	68 %	55 %	43 %	20 %
	B	86 %	67 %	58 %	41 %	18 %
	C	85 %	71 %	59 %	46 %	15 %
Fumadores	A	58 %	42 %	25 %	13 %	8 %
	B	55 %	40 %	30 %	11 %	6 %
	C	57 %	43 %	20 %	8 %	4 %

- Confeccionan un gráfico xy, en el cual la variable “x” representa la edad y la variable “y”, la tasa de sobrevivencia. Utilizan, para la nube de puntos de los no fumadores, los siguientes símbolos en color verde: \* para el seguro A; ° para el seguro B, y Δ para el seguro C.

**Argumentar y comunicar**

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

**Representar**

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

**Argumentar y comunicar**

Demostrar resultados e identificar saltos o errores en el proceso. (OA g)

- Confeccionan, en el mismo sistema de coordenadas, la nube de puntos para los fumadores. Utilizan los mismos símbolos señalados, pero esta vez en color negro.
- Describen verbalmente la nube de puntos para ambas poblaciones y señalan las diferencias.
- Dibujan, en forma intuitiva, las dos líneas que representan de mejor forma la nube de puntos de ambas poblaciones.

® Ciencias Naturales OA 5 de 1° medio.

**Observaciones a la o el docente**

Se sugiere aprovechar esta actividad para pedirle, a las y los estudiantes, datos del internet sobre fumadores y no fumadores, indicando la fuente de manera adecuada y procesando la información extraída en tablas o en resúmenes que puedan ser presentados en clase. (OA F)

5. En un consultorio médico se toma el pulso de todas las pacientes y todos los pacientes. En la tabla siguiente se registra el pulso y la edad de los y las pacientes, hombres y mujeres por separado. Las alumnas y los alumnos trabajan sobre la base de los ejercicios que se indican más abajo.



<b>EDAD</b>	18	35	53	42	27	39	65	51	22	53
Hombre	62	58	70	60	56	63	69	64	54	60
<b>EDAD</b>	24	31	19	40	29	51	78	46	29	38
Mujer	75	74	68	79	77	78	83	72	76	72
<b>EDAD</b>	48	32	30	41	19	25	72	61	35	47
Hombre	59	62	56	66	57	58	75	63	52	66
<b>EDAD</b>	38	24	46	56	63	61	81	77	45	53
Mujer	71	69	79	75	77	70	85	77	72	65

- Confeccionan los gráficos “xy” para ambas poblaciones, en el mismo sistema cartesiano de coordenadas. La variable x representa la edad, y la variable y, el pulso. Utilizan diferentes colores.
- Describen verbalmente ambas nubes de puntos.
- Trazan, de forma intuitiva, las rectas que representan de mejor forma las poblaciones.
- Trazan, en forma intuitiva, la recta que separa ambas nubes de puntos.

® Ciencias Naturales OA 5 de 1° medio.

® Educación Física y Salud OA 5 de 1° medio.

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Demostrar resultados e identificar saltos o errores en el proceso. (OA g)

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Mostrar resultados e identificar saltos o errores en el proceso. (OA g)

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Mostrar resultados e identificar saltos o errores en el proceso. (OA g)

6. Realizan una encuesta por separado entre las alumnas y los alumnos de su curso, preguntando el rendimiento máximo individual en carrera de 100 m y salto largo.



- Registran los tiempos para 100 m y el rendimiento en el salto largo de los alumnos.
- Registran los tiempos para 100 m y el rendimiento en el salto largo de las alumnas.
- Confeccionan los gráficos “xy” de ambos grupos en el mismo sistema cartesiano, pero con diferentes colores. El eje x representa el tiempo para 100 m y el eje y representa el largo en el salto largo.
- ¿Qué relación entre el tiempo para correr 100 m y el rendimiento en salto largo se puede constatar en ambos grupos?
- Trazan de forma intuitiva la recta que separa ambas nubes de puntos.

#### © Educación Física y Salud OA 3 de 1° medio.

7. Una comerciante piensa que aumentaría sus ventas si crece el número de clientes de su almacén. Para probar su idea, observa y recolecta el número de clientes que ingresan y el total de las ventas del día, durante los días de la semana en que abre su almacén (de lunes a sábado). A continuación se muestran registros de la semana:

Lunes: entraron 82 clientes y obtuvo \$ 125 000 en ventas. Martes: entraron 58 clientes y obtuvo \$ 90 000 en ventas. Miércoles: entraron 65 clientes y obtuvo \$ 95 000 en ventas. Jueves: entraron 50 clientes y obtuvo \$ 68 000 en ventas. Viernes: entraron 85 clientes y obtuvo \$ 115 000 en ventas. Sábado: entraron 100 clientes y obtuvo \$ 155 000 en ventas.

- ¿Puede mostrar a esta comerciante cómo se “comportan” los datos que obtuvo?
- ¿Se cumple el supuesto “a más clientes, mayor venta”?
- ¿Qué se puede decir de la expresión “Los primeros días de la semana son más ‘flojos’ que los días más cercanos al fin de semana”? Grafique los valores de las variables según los días, para verificar esos comportamientos a partir de los datos.

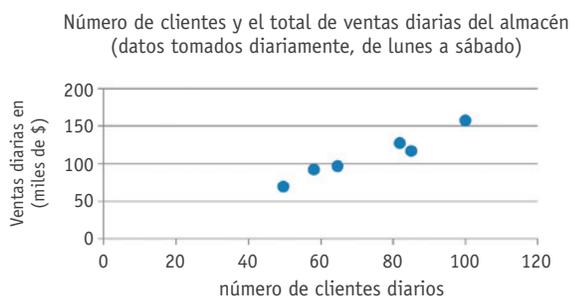
#### © Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 20 de 1° medio.

### Observaciones a la o el docente

Desde la lista de datos obtenida, construyen una tabla de datos con las variables “número de clientes diarios” y su respectiva “venta del día” en miles de pesos:

DÍAS	LU	MA	MI	JU	VI	SA	DO (CERRADO)
Cantidad de clientes	82	58	65	50	85	100	
Ventas (en miles de pesos)	125	90	95	68	115	155	

Si bien la tabla ordena los datos y entrega información, la tarea solicita mostrar el comportamiento de estos datos; por lo tanto, construyen un gráfico de puntos de las variables involucradas, como el que se muestra a continuación.



Con respecto a la alternativa b., el gráfico XY muestra los valores numéricos a lo largo de los ejes horizontal (número de clientes) y vertical (ventas diarias). Los datos graficados de ventas y clientes muestran una tendencia lineal, y se observa que, a medida que aumentan las o los clientes, aumentan las ventas.

Para responder a esta pregunta, pueden calcular las medidas de tendencia central y de variabilidad, y apoyarse con gráficos de líneas.

En el gráfico de línea se observan los datos continuos a lo largo de la semana y, en especial, el comportamiento de los datos según el día de la semana. Por ejemplo, durante los tres primeros días de la semana se observa un comportamiento distinto al de los últimos tres días; el martes es el día en que decaen más las ventas y los clientes, aunque es superior en ambas variables al día jueves.

Si bien el comportamiento de los datos puede observarse en la tabla, el gráfico permite una mirada global. Como suponía la comerciante, hay días distintos, aunque difieren de los que ella señalaba, pues los días con mayor ingreso de clientes y de ventas son los viernes, sábado y lunes, y los días “más flojos” corresponden a los martes, miércoles y jueves.

## Objetivos de Aprendizaje

### OA 14

Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo, en el contexto de la resolución de problemas.

## Actividades

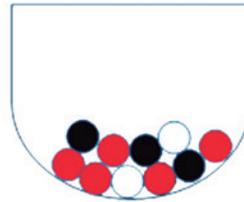
### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos.  
(OA b)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

1. En un recipiente hay 2 bolitas blancas, 3 bolitas negras y 5 bolitas rojas. Al azar, las alumnas y los alumnos sacan una de ellas y determinan las probabilidades de ocurrencia de los eventos que se señalan a continuación, mediante el modelo de Laplace:



- Que sea una bolita negra.
- Que sea una bolita roja.
- Que sea una bolita blanca.
- Que sea una bolita blanca o roja:
  - Aplicando la definición de Laplace.
  - Calculando con las probabilidades determinadas anteriormente.
- Que la bolita no sea blanca:
  - Aplicando la definición de Laplace.
  - Calculando con las probabilidades determinadas anteriormente.

2. En otro experimento aleatorio hay cuatro eventos:  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ . Las probabilidades de ocurrencia son  $P(A) = 0,125$ ;  $P(B) = 0,2$ ;  $P(C) = 0,375$ ; y  $P(D) = 0,3$ . Calculan la probabilidad de que ocurra el evento combinado  $A$  o  $D$  o  $B$ .
- Explican el procedimiento para determinar la probabilidad de los eventos en la actividad anterior.

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

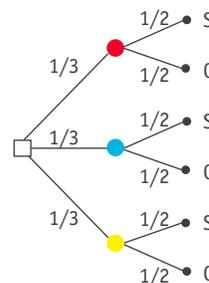
### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Explicar procedimientos de soluciones, demostraciones de resultados y conectores. (OA e)

3. Las y los estudiantes realizan un experimento aleatorio combinado: giran primero una rueda de fortuna de tres sectores iguales y después lanzan una moneda al azar. A continuación, responden las preguntas:



- ¿Cuántos eventos combinados hay en el experimento?
- ¿Por qué todos los eventos tienen la misma probabilidad? Explican sus respuestas.
- Calculan la probabilidad de un evento combinado (por ejemplo: rojo, cara), mediante la definición de probabilidad de Laplace.
- ¿Cómo se puede determinar de otra manera esta probabilidad? Explique utilizando un árbol de probabilidad, como se muestra en la figura.
- En otro experimento, se combina el lanzamiento de un dado, el de una moneda y el giro de una rueda de fortuna de cuatro sectores iguales.
  - Las alumnas y los alumnos calculan la probabilidad de un evento combinado de los tres juegos aleatorios.
  - Responden: ¿se cambia la probabilidad de un evento combinado si se varía el orden de los tres juegos? Argumentan sus respuestas.

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Explicar procedimientos de soluciones, demostraciones de resultados y conectores. (OA e)

### Observaciones a la o el docente

Se sugiere trabajar con bingos y otros juegos de azar que permitan un conocimiento matemático del juego y, a la vez, mostrar responsabilidad sobre estos mismos. La siguiente página web ofrece una serie de bingos que el profesor o la profesora puede usar para la clase: <http://www.cuadernointercultural.com/juegos-tradicionales-y-explotaciones-didacticas-loterias-y-bingos/>.

Al recomendar páginas en línea de juegos de azar, es conveniente revisarlas y asegurarse de que sean educativas y con material adecuado para las y los jóvenes.

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

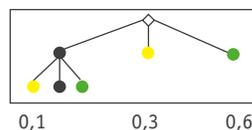
### Argumentar y comunicar

Explicar procedimientos de soluciones, demostraciones de resultados y conectores. (OA e)

4. En un recipiente hay 6 bolitas verdes, 3 amarillas y 1 negra. Se sacan dos bolitas al azar, según el siguiente procedimiento: primero se saca una, se anota el color y se la devuelve al recipiente. Después se saca otra y se anota el color. El evento del experimento compuesto es un par ordenado de colores.



- Responden: ¿Cuántas posibilidades existen de sacar dos bolitas distintas del recipiente?
- Completan el siguiente árbol de posibilidades anotando, además, las probabilidades en cada rama:



- Calculan la probabilidad de los siguientes eventos combinados (negro, verde), (amarillo, amarillo), (verde, amarillo). Marcan los “caminos” correspondientes en el árbol.
- Responden: ¿Es conmutativa la combinación de dos eventos? Explican sus respuestas.
- Determinan la probabilidad de la combinación de eventos: la primera bolita no debe ser amarilla. Marcan en el árbol los “caminos” que corresponden al evento.
- Determinan la probabilidad de la combinación de eventos: la primera y la segunda bolita deben ser del mismo color. Marcan en el árbol los “caminos” que corresponden al evento.

5. Las alumnas y los alumnos resuelven el siguiente ejercicio:

En un experimento aleatorio se lanza un dado, se anota el número y luego se lanza por segunda vez y se registra el número.

- Confeccionan el árbol de probabilidades de este experimento compuesto.
- Determinan las probabilidades de los siguientes eventos, marcando en el árbol los “camino” correspondientes:
  - La adición de los números es 8.
  - La adición debe ser un número par.
  - Los números en el par deben ser diferentes.

6. Los y las estudiantes resuelven los siguientes problemas:

La final de un campeonato de fútbol se define a penales. Cada equipo nombra cinco de sus mejores jugadores para hacer los lanzamientos. Los jugadores elegidos tienen una larga trayectoria en el tiro de penales, la que se registra en el porcentaje del éxito que se espera de ellos. El orden en el cual deben lanzar está anotado en la tabla siguiente, junto con el porcentaje estimado del éxito:

JUGADOR	N° 1	N° 2	N° 3	N° 4	N° 5
equipo A	95 %	75 %	85 %	80 %	90 %
equipo B	90 %	85 %	70 %	75 %	95 %



- ¿Cuál es el porcentaje estimado del equipo? Es decir, ¿cuál es el porcentaje probable de que todos los jugadores del equipo conviertan su lanzamiento en gol?
- Ambos equipos han convertido los primeros tres tiros penales. Calculan la probabilidad de cada equipo de convertir los dos lanzamientos restantes.
- Los jugadores n° 4 de cada equipo fallaron en su intento. ¿Qué ventaja tiene uno de los dos equipos sobre el otro en este momento?
- El jugador n° 5 del equipo A falla en su intento. ¿Con qué probabilidad ganará el equipo B en el próximo intento?

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

### Argumentar y comunicar

Explicar procedimientos de soluciones, demostraciones de resultados y conectores. (OA e)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Representar

Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos. (OA m)

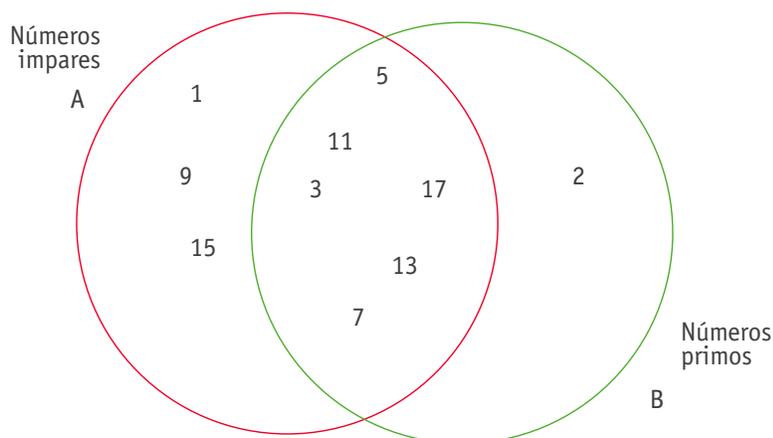
### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

7. Utilizando diagramas de árbol o tablas, responden:
- ¿Con que probabilidad obtienen tres caras al hilo, lanzando tres veces una moneda?
  - ¿Con qué probabilidad obtienen cara-sello-cara, lanzando tres veces una moneda?
  - Eligen un camino del árbol al azar, lo describen en términos de cara y sello y determinan la probabilidad de este evento.
  - Basados en el evento “dos caras en tres lanzamientos”, marcan los caminos con este evento y calculan la probabilidad de que ocurra.
8. En el dibujo de abajo se muestra un diagrama de Venn, de dos conjuntos de números. En el conjunto A están los números impares y en el conjunto B, los números primos. En la intersección de ambos se encuentran los números que son impares y primos, menores o iguales a 17.



Resuelven los siguientes problemas: En un experimento aleatorio, se lanzan dos dados y se anota la adición. Determinan los siguientes eventos y presentan los números respectivos en un diagrama de Venn:

- Anotan en una lista de pares ordenados, las adiciones posibles de los dos números de los dados.
- Anotan todos los pares posibles con los cuales se pueden formar adiciones menores que 8.
- Anotan todos los pares posibles con los cuales se pueden formar adiciones mayores que 5.
- Dibujan, en un diagrama de Venn, los pares con los cuales se pueden formar adiciones menores que 8 y adiciones mayores que 5.

- e. Determinan la probabilidad de ocurrencia de una adición mayor que 5 y menor que 8.
- f. Determinan la probabilidad de ocurrencia de una adición mayor que 5 o menor que 8.

#### Observaciones a la o el docente

Se recomienda mostrar a las alumnas y los alumnos que la conjunción “**y**” (**intersección**) de proposiciones en lenguaje matemático coincide con la conjunción “**y**” del lenguaje natural, mientras que la disyunción “**o**” (**unión**) de proposiciones en lenguaje matemático coincide, en algunos casos, con la utilización de “**o**” en lenguaje natural.

La unión **o** de proposiciones en lenguaje matemático incluye las afirmaciones que corresponden a la primera proposición por sí sola, a la segunda proposición por sí sola, e incluye las afirmaciones que corresponden a ambas proposiciones juntas. Por ejemplo: si se dice en una proposición en el lenguaje matemático “niñas **o** niños juegan fútbol”, se incluyen conjuntos de solo niñas, de solo niños y de conjuntos mixtos. Hay que destacar, además, que la intersección de conjuntos corresponde a la conjunción **y** de proposiciones, mientras que la unión de conjuntos corresponde a la unión **o** de proposiciones matemáticas.

Se sugiere considerar varios ejemplos, tanto cotidianos como matemáticos, donde estas proposiciones son representadas por diagramas de Venn.

## Objetivos de Aprendizaje

### OA 15

Mostrar que comprenden el concepto de azar:

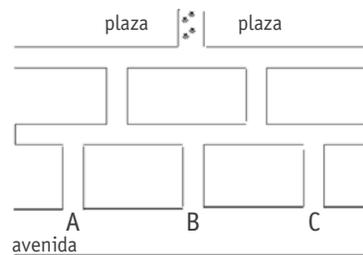
- Experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios sencillos, de manera manual y/o con software educativo.
- Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas.
- Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

## Actividades

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

1. Un perrito camina de la plaza hacia la avenida. Al llegar a un enlace, se dirige a la izquierda o a la derecha con una probabilidad de 50 %, continuando siempre en dirección a la avenida.



- Marcan en el plano todos los paseos posibles que puede emprender el perrito.
- ¿Cuál es la probabilidad para cada uno de estos paseos?
- Determinan la probabilidad de que el perrito llegue al cruce B.

### Representar

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA l)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

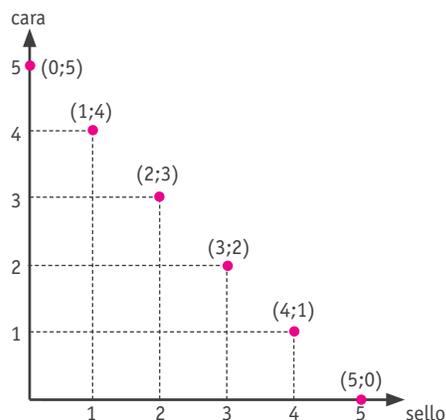
2. A lo largo del recorrido de una ruta, se realizan tres controles de tránsito y se estima que cada décimo auto será controlado.



- a. Elaboran un árbol para determinar las probabilidades de ser controlado o no controlado en el recorrido de la ruta.
- b. Anotan las probabilidades en las ramas del árbol.
- c. Determinan la probabilidad de ser controlado.

- d. Responden: ¿cuál es el evento inverso al evento de la actividad anterior?
- e. Determinan la probabilidad de ser controlado solamente en el segundo control.
- f. Determinan la probabilidad de ser controlado dos veces en un recorrido de toda la ruta.

3. El o la docente plantea al curso el siguiente problema: se lanza una moneda cinco veces y después de cada lanzamiento se anota  $s$  si cae sello y  $c$ , si sale cara, considerando que un evento compuesto es un quintuplo ordenado de las letras  $s$  o  $c$ . En el sistema de coordenadas que se muestra a continuación, se marcaron seis puntos con las coordenadas  $(5,0)$ ,  $(4,1)$ ,  $(3,2)$ ,  $(2,3)$ ,  $(1,4)$  y  $(0,5)$ . La primera coordenada en un par significa la cantidad de sellos y la segunda coordenada significa la cantidad de caras. Por ejemplo: el par  $(4,1)$  representa todos los quintuplos que tienen 4 sellos y 1 cara:  $(s, s, s, s, c)$ ;  $(s, s, s, c, s)$ ;  $(c, s, s, s, s)$ , etc.



- a. Para el par  $(5,0)$  hay un solo evento  $(s, s, s, s, s)$  y un solo camino al punto  $(5,0)$ , que es la recta marcada en color rojo. Los y las estudiantes trazan el camino para el evento  $(c, c, c, c, c)$ .
- b. Determinan todos los caminos que llevan al punto  $(4,1)$  y anotan los quintuplos correspondientes.
- c. Determinan todos los caminos que llevan al punto  $(3,2)$  y anotan los quintuplos correspondientes.
- d. Marcan en el sistema de coordenadas todos los caminos que llevan a los puntos  $(2,3)$  y  $(4,1)$ , y anotan los quintuplos correspondientes.
- e. Responden: ¿Qué regularidades se pueden observar en la cantidad de caminos posibles? Explican y comunican sus respuestas.

### Representar

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA 1)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

### Observaciones a la o el docente

Se puede realizar la siguiente actividad con una verdadera tabla de Galton, usando simulaciones disponibles en internet, como se muestra en estos links:

> <http://www.disfrutalasmaticas.com/datos/quince.html>

> <http://www.geogebraTube.org/student/m45700>, o bien en forma pictórica.

Las alumnas y los alumnos deben reconocer que cada recorrido de una bolita por la tabla de Galton tiene la misma probabilidad. Descubren que llegan más bolitas a las casillas céntricas, porque existen más posibilidades para llegar a ellas.

Se sugiere que trabajen controlando de forma responsable el uso de la tecnología, procesando la información extraída y dando crédito al trabajo de otros y otras. (OA F)

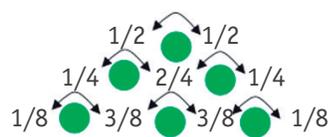
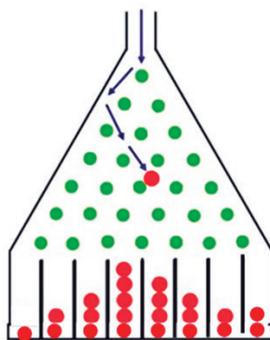
### Representar

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA l)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

4. En una tabla de Galton, las bolitas entran a una y caen por un sistema de obstáculos, que pueden ser botones, clavos, etc. Al pasar un obstáculo, la bolita seguirá su camino con la probabilidad de  $\frac{1}{2}$  por la izquierda o por la derecha. Después de haber pasado todos los niveles de obstáculos, caerán en las casillas donde finalmente quedarán.



- Determinan la probabilidad de un cierto camino por la tabla de Galton de 5 niveles de obstáculos; por ejemplo: (iz/der/der/iz/iz).
- Responden: ¿Por qué todos los caminos tienen la misma probabilidad?
- ¿Por qué caen más bolitas en las casillas centrales que en aquellas que están más cerca del margen? Comunican y explican sus respuestas.
- Completan el esquema con las probabilidades, al lado derecho del dibujo, hasta el último nivel (7°).
- Determinan la probabilidad que tiene una bolita de llegar a la tercera casilla.

5. El o la docente plantea la siguiente situación: el triunfador o la triunfadora de un concurso de la televisión puede ganar un auto o un premio de consuelo, que es una cabra. Para ello, debe elegir entre tres puertas cerradas: detrás de una de ellas está el auto y detrás de las otras se encuentra una cabra. El moderador, quien sabe en cuál puerta está el auto, ayuda al ganador o a la ganadora y le abre una puerta. Aparece una cabra. Luego le ofrece la posibilidad de cambiar su decisión y elegir la otra puerta. Las alumnas y los alumnos responden qué sería favorable para el ganador o la ganadora.



### Representar

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA 1)

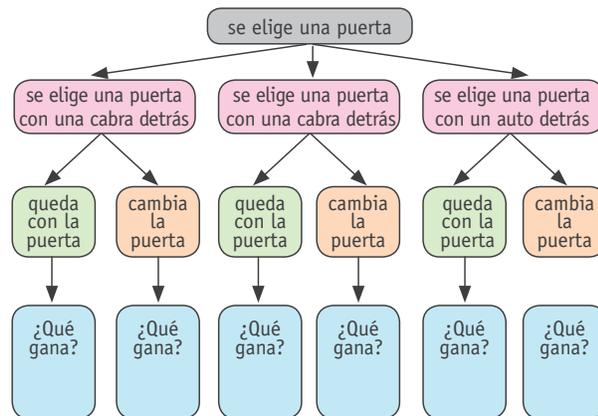
### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

- a. Conjeturan acerca de la influencia que puede tener un cambio de la decisión tomada.

- ¿Es aconsejable cambiar la puerta?
- ¿Es aconsejable quedarse con la puerta?
- ¿No importa si se cambia o si se mantiene la puerta?

- b. Completan el siguiente esquema para comprobar o rechazar la conjetura:



- Mencionan los casos en los cuales se gana si se cambia de puerta.
- Mencionan los casos en los cuales se pierde si se queda con la puerta.
- ¿Qué sería aconsejable para la ganadora o el ganador, que aumentara la probabilidad de ganarse el auto?

### Observaciones a la o el docente

El problema de la actividad 5) es internacionalmente conocido como “Problema de las tres puertas” o “Problema de Monty Hall”. Es aconsejable que efectúen este trabajo en grupos, con presentaciones a los demás equipos del curso, para fomentar la argumentación y la comunicación. También hay simulaciones del problema en internet; por ejemplo, en el siguiente link: [www.grand-illusions.com/simulator/montysim](http://www.grand-illusions.com/simulator/montysim).

### Representar

Elegir y elaborar representaciones e identificar sus límites y su validez. (OA l)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procesos. (OA b)

6. Todos los alumnos y todas las alumnas del curso se ponen de pie y lanzan una moneda. Si sale cara, pierden y se sientan. Si sale sello, siguen de pie.
  - a. Registran las cantidades de estudiantes que siguen participando luego de cada lanzamiento colectivo.
  - b. Predicen la cantidad aproximada de lanzamientos, hasta que estén todos(as) sentados(as), para un curso de 30 a 40 estudiantes.

### Observaciones a la o el docente

Se realizan varios lanzamientos, hasta que se sienten todas y todos los participantes. En a) se hacen diferentes formas de registros de la información obtenida; la intención es obtener una función experimental  $f$  de  $n$ , donde  $n$  es el número de lanzamientos.

Repiten la actividad varias veces y, para predecir la cantidad aproximada de lanzamientos, el profesor o la profesora puede apreciar en la gráfica de la función potencia  $f(n) = 2^{-n}$ , que esta se acerca a cero a partir de un  $n$  determinado.

### Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

7. De cinco deportistas que participan en una maratón, se eligen tres al azar para someterse a un control de dopaje.



- Elaboran un árbol para determinar el total de posibilidades.
- Dos de las o los cinco deportistas pertenecen al mismo club. Determinan la probabilidad de que ambos(as) estén en un grupo que se debe someter al control.

® Educación Física y Salud OA 4 de 1° medio.



- Anotan en cada parte del camino el número de excursionistas que va caminando.
- Determinan el número total que llega a la gruta Domo de Piedra.
- Determinan la probabilidad de llegar al Domo por dos métodos diferentes.
- Determinan la probabilidad para llegar a la gruta Domo de Piedra pasando solamente dos bifurcaciones.

#### Observaciones a la o el docente

La actividad representa un “paseo al azar”, que significa que la toma de decisiones de una persona en las bifurcaciones es totalmente aleatoria. Se sabe solamente que la mitad de las personas decide ir a la izquierda y la otra mitad va a la derecha. Por lo tanto, se puede calcular con la probabilidad de  $\frac{1}{2}$  para cada decisión.

#### Modelar

Ajustar modelos, acercándose a la realidad. (OA j)

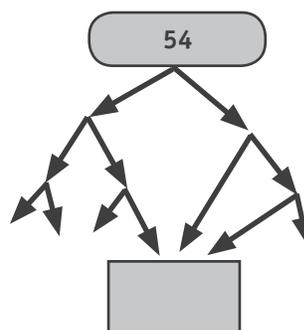
#### Resolver problemas

Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA c)

#### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos. (OA d)

10. 54 personas entran a una red de caminos de un bosque, por separado y a diferentes horas, como se muestra en el siguiente gráfico. En cada bifurcación, un tercio del total decide ir a la izquierda y dos tercios van hacia la derecha. En el bosque hay un prado (el rectángulo gris del esquema).



- Anotan en cada camino el número de personas que probablemente están pasando por los diferentes caminos.
- Determinan cuántas personas llegan probablemente al prado.
- Determinan la probabilidad de llegar al prado por medio de dos métodos diferentes.
- Determinan la probabilidad de llegar al prado pasando por tres bifurcaciones.

#### Observaciones a la o el docente

Esta actividad es una variación de la anterior, para eventos que no son equiprobables, y es un desafío para las alumnas y los alumnos que ya han resuelto con éxito la actividad anterior.

## SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

### EVALUACIÓN 1

#### Objetivo de Aprendizaje

##### OA 13

Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos “xy” para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica:

- Utilizando nubes de puntos en dos colores.
- Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.

#### Indicadores de Evaluación

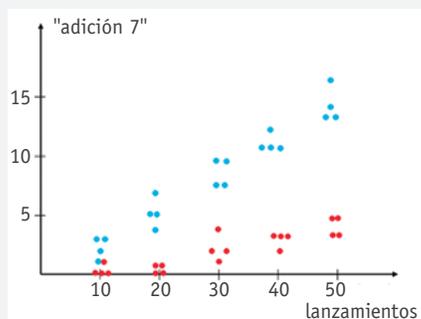
- Registran datos de dos características provenientes de una o de dos poblaciones, en tablas de doble entrada, y representan los datos por nubes de puntos en dos colores.
- Describen nubes de puntos, identifican y comentan puntos aislados en las nubes de puntos.
- Trazan de manera intuitiva la recta que separa de mejor forma la nube de puntos en dos poblaciones.

## EVALUACIÓN 1

### ACTIVIDAD

Esta evaluación se puede registrar en el diario de vida matemático.

Las alumnas y los alumnos observan las siguientes nubes de puntos, que muestran la distribución de la frecuencia absoluta de ocurrencia del evento “la adición de los números es 7”. El equipo de lanzamiento se ha dividido en cuatro grupos con un dado azul y cuatro grupos con un dado rojo. Los puntos azules muestran los resultados obtenidos por lanzamientos dobles del dado azul y los puntos rojos representan los resultados del doble lanzamiento del dado rojo.



- Responden qué diferencia existe entre ambas nubes de puntos.
- ¿Cuáles son las propiedades que ambas nubes tienen en común?
- Calculan aproximadamente, con los datos de la nube superior, las frecuencias relativas en 10, 20, 30, 40 y 50 lanzamientos. Redondean al segundo decimal.
- Calculan aproximadamente, con los datos de la nube inferior, las frecuencias relativas en 10, 20, 30, 40 y 50 lanzamientos, y las redondean al segundo decimal.
- ¿Cuál puede ser la causa de que el evento haya ocurrido menos veces en el doble lanzamiento de dado rojo?

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Reconocen que ambas nubes están claramente separadas.
- Reconocen una relación lineal aproximada entre la cantidad de lanzamientos y la ocurrencia del evento.
- Estiman las frecuencias relativas, las calculan y las redondean correctamente.
- Determinan sistemáticamente todas las adiciones posibles en el doble lanzamiento.
- Determinan las combinaciones para obtener la adición 7.
- Mencionan que el segundo dado puede ser alterado de tal manera que caiga más frecuentemente a un lado.

## EVALUACIÓN 2

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 14

Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo, en el contexto de la resolución de problemas.

### Indicadores de Evaluación

- Elaboran o completan diagramas de árboles con las posibilidades de experimentos aleatorios, para representar los eventos y determinar sus probabilidades.
- Reconocen la regla multiplicativa de la probabilidad, a lo largo de una “rama” que conduce de la partida al tramo exterior.
- Reconocen la regla aditiva de la probabilidad en la unión de distintas “ramas”.
- Aplican la combinación de ambas reglas para determinar probabilidades de eventos compuestos.
- Calculan las probabilidades de eventos simples y compuestos.
- Resuelven problemas de la vida diaria que involucran las reglas aditiva y multiplicativa.

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<p>Esta evaluación incluye una presentación, individual o en pares, de la resolución de uno de los problemas planteados. También se podría agregar la resolución de uno de los problemas al portafolio.</p> <p>Los y las estudiantes resuelven el siguiente problema: Ximena va al colegio en el auto de su papá y pasa siempre por dos semáforos que no están sincronizados. Ella estima que el primer semáforo está en la fase verde un 50 %, y el segundo semáforo está en la fase verde solamente un 35 %.</p>  <p>Las alumnas y los alumnos calculan las probabilidades de los siguientes eventos:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>Ambos semáforos están en la fase verde.</li><li>Ninguno está en la fase verde.</li><li>Por lo menos uno está con luz verde.</li></ol>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Reconocen que la probabilidad de la combinación de dos semáforos se calcula con la regla multiplicativa.</li><li>• Aplican la probabilidad de eventos inversos en la actividad b.</li><li>• Aplican la combinación de la regla multiplicativa y aditiva en la actividad c.</li><li>• Reconocen que el evento de la actividad c es el evento inverso al de la actividad anterior.</li><li>• Calculan correctamente las probabilidades.</li></ul>

## EVALUACIÓN 3

### Objetivos de Aprendizaje

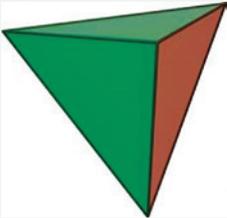
#### OA 15

Mostrar que comprenden el concepto de azar:

- Experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios sencillos, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas.
- Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

### Indicadores de Evaluación

- Elaboran árboles o redes de caminos para marcar diferentes “paseos al azar”.
- Verifican que una “rama” o “camino” lleva a una meta en el margen del árbol, mientras que varios caminos llevan a una meta central.

ACTIVIDAD	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
<p>Esta evaluación incluye una presentación individual o en pares de la resolución de uno de los problemas planteados. También se podría agregar la resolución de la conjetura al diario de vida matemático.</p> <p>Un tetraedro es un cuerpo geométrico regular que tiene cuatro caras iguales en forma de triángulos equiláteros. Las probabilidades de caer sobre una de las cuatro caras son iguales. Se pintan tres caras del tetraedro en verde y una en rojo. Se lanza cuatro veces el tetraedro y se anota el color de la cara sobre la que cae.</p>  <ol style="list-style-type: none"><li>Elaboran un árbol o una red de caminos para el experimento.</li><li>Anotan las probabilidades respectivas en todas las partes de las ramas o de los caminos.</li><li>Calculan las probabilidades de los dos caminos marginales.</li><li>Conjeturan acerca de las probabilidades de los caminos céntricos.</li><li>Marcan todos los caminos en los cuales se tiene dos veces rojo y dos veces verdes, sin considerar el orden.</li><li>Calculan la probabilidad total de los caminos de la actividad e.</li></ol>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elaboran sistemáticamente el árbol de probabilidades.</li><li>• Determinan correctamente la probabilidad de lanzar y caer en rojo.</li><li>• Determinan la probabilidad de lanzar y caer en verde.</li><li>• Marcan los dos caminos marginales en el árbol de probabilidades, considerando cuatro lanzamientos.</li><li>• Marcan todos los caminos en los cuales se tiene dos veces verde y dos veces rojo.</li><li>• Calculan correctamente las probabilidades de los caminos indicados en f.</li></ul>

# Bibliografía

## BIBLIOGRAFÍA PARA EL O LA DOCENTE

**Alagia, H., Bressan, A. y Sadovsky, P. (2005).** *Reflexiones teóricas para la educación matemática.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

**Alvarado, M. y Brizuela, B. (2005).** *Haciendo números: Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia.* Barcelona: Paidós Educador.

**Alsina, C., Pérez, G. y Ruiz, G. (1990).** *Simetría dinámica.* Madrid: Síntesis.

**Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, A. (1988).** *Materiales para construir la geometría.* Madrid: Síntesis.

**Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, A. (1989).** *Invitación a la didáctica de la geometría.* Madrid: Síntesis.

**Alsina, C. (1996).** *Enseñar matemáticas.* Barcelona: Graó.

**Araya, S. y Matus, Z. (2008).** *Estadística y probabilidades: Buscando un orden para el azar. Material del estudiante. Unidad estadística y probabilidades.* Santiago: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.

**Argüelles, R. (1989).** *Historia de la matemática.* Madrid: Akal.

**Arias, J. y otros (1992).** *Hoja de cálculo en la enseñanza de las matemáticas en secundaria.* Madrid: Universidad Autónoma.

**Artigue, M. (1994).** "Una introducción a la didáctica de la matemática", en *Enseñanza de la Matemática.* Selección bibliográfica, traducción para el PTFD, MCyE.

**Artigue, M., Douday, R. y Moreno, L. (1995).** *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* México: Iberoamericana.

**Berlanga, Z., Bosch, G. y Rivaud, M. (2001).** *Las matemáticas, perejil de todas las salsas.* México: Fondo de Cultura Económica.

**Boule, F. (2005).** *Reflexiones sobre la geometría y su enseñanza.* México: La Vasija.

**Brousseau, G. (2007).** *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

**Bruner, J. (1969).** *Hacia una teoría de la instrucción.* México: Uteha.

- Callejo, L. (1994).** *Un club de matemática para la diversidad*. Madrid: Narcea.
- Cantoral, R. (2003).** *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Cañón, L. (1993).** *La matemática: Creación y descubrimiento*. Madrid: Univ. Pontificia Comillas.
- Centeno, P. (1997).** *Números decimales: ¿por qué?, ¿para qué?* Madrid: Síntesis.
- Chamorro, P. y Belmonte, G. (2005).** *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Madrid: Pearson Educación.
- Cofré, J. y Tapia, A. (1995).** *Cómo desarrollar el razonamiento lógico y matemático*. Santiago: Universitaria.
- Corbalán, F. (1995).** *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó.
- Coxeter, H. y Greitzer, S. (1994).** *Retorno a la geometría*. Madrid: DLS-Euler.
- D'Amore, B. y otros. (2006).** *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- De Burgos, R. (1994).** *Curso de álgebra y geometría*. Madrid: Alhambra Longman.
- Díaz, G., Batanero, B. y Cañizares, C. (1987).** *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Dolores, C. (2007).** *Matemática educativa: Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula*. Madrid: Díaz de Santos.
- Duhalde, M. y González, C. (2003).** *Encuentros cercanos con la matemática*. Buenos Aires: Aique.
- Elphick, D. (2001).** *101 actividades para implementar los objetos fundamentales transversales*. Santiago: Tiberíades.
- Escalante, S. (2008).** *La matemática de los modelos proporcionales: Material del estudiante 1 año medio*. Santiago, Chile: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.
- García, T. (1998).** *Heurística geométrica*. México: Limusa.
- González, J. (editor). (1990).** *Números enteros. Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid: Síntesis.

**Govinden, L. (1999).** *Introducción a la estadística*. Bogotá: McGraw-Hill Interamericana.

**Honsberger, R. (1994).** *El ingenio en las matemáticas*. Madrid: DLS-Euler.

**Johsua, S. y Dupin, J. (2005).** *Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática*. Buenos Aires: Colihue.

**Lehmann, C. (2001).** *Álgebra*. México: Limusa.

**Malba, Tehan. (2002).** *El hombre que calculaba*. México: Limusa.

**Moya, M., Troncoso, S. y Yáñez, P. (2007).** *Álgebra: El poder de la generalización. Material del estudiante 1 año medio*. Santiago, Chile: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.

**Planas, N. y Alsina, A. (2005).** *Educación matemática y buenas practicas: Infantil, primaria, secundaria y educación superior*. Barcelona: Graó.

**Resnick, L. y Ford, W. (2010).** *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós

**Reyes, R. y Valenzuela, C. (2006).** *Matemática, 1º medio*. Santiago: McGraw-Hill Interamericana.

**Saavedra, G. (2005).** *Contenidos básicos de estadística y probabilidad*. Santiago: Universidad de Santiago.

**Sadovsky, P. (2005).** *Enseñar matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

**Smith, Stanley. (2006).** *Álgebra, trigonometría y geometría*. Needham, Massachusetts: Pearson/ Prentice Hall.

**Valenzuela, P. (2006).** *Fundamentos de matemática universitaria. Álgebra y cálculo*. Madrid: Pearson/Prentice-Hall.

**Villanueva, M., Arenas, D. y Masjuán, T. (1993).** *Geometría elemental*. Santiago: Universidad Católica de Chile.

**Villella, J. (2001).** *Uno, dos, tres. Geometría otra vez: De la intuición al conocimiento formal en la EGB*. Buenos Aires: Aique.

## SITIOS WEB RECOMENDADOS

Ministerio de Educación de Chile  
[www.mineduc.cl](http://www.mineduc.cl)

Instrumentos curriculares (Programas de estudio, etc.)  
[www.curriculum-mineduc.cl](http://www.curriculum-mineduc.cl)

Instituto Nacional de Estadísticas  
[www.ine.cl](http://www.ine.cl)

Red Maestros de Maestros (Mineduc)  
[www.rmm.cl](http://www.rmm.cl)

Key Currículum Press (textos de Matemática)  
<http://www.keycurriculum.com/resources>

Geometría  
[http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/g\\_m.html](http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/g_m.html)

Potencias  
[http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/cl\\_f\\_potencias\\_m.html](http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/cl_f_potencias_m.html)

Textos para el docente y el estudiante educación secundaria, México  
[www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/recdidactico.html](http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/recdidactico.html)

Telesecundaria México, Secretaría de Educación Pública  
<http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/>

## RECURSOS DIGITALES INTERACTIVOS EN LA WEB

Portal Educar Chile: Recursos generales e interactivos para el o la docente  
[www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119](http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119)

Enlaces: Recursos Educativos Digitales  
[www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel\\_educativo=50&subsector\\_basica=65](http://www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65)

Proyecto Descartes, España: Matemáticas interactivas  
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, *applets* de la Universidad de UTAH  
<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>

EduTEKA, Portal Educativo, Colombia: Matemática Interactiva  
[www.eduteka.org/MI/master/interactivate](http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate)

## BIBLIOGRAFÍA PARA EL O LA ESTUDIANTE

**Araya, S., Matus, Z. (2008).** *Estadística y probabilidades: Buscando un orden para el azar. Material del estudiante. Unidad estadística y probabilidades.* Santiago: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.

**Dussling, J. y Thornburgh, R. (2005).** *El problema de 100 libras.* New York: Kane Press.

**Enzensberger, H., Berner, R. y Fortea, C. (2007).** *El diablo de los números: Un libro para todos aquellos que temen a las matemáticas.* Madrid: Siruela.

**Kassirer, S. y Smath, J. (2005).** *La feria musical de matemáticas.* New York: Kane Press.

**Honsberger, R. (1994).** *El ingenio en las matemáticas.* Madrid: DLS-Euler.

**Malba, Tehan. (2002).** *El hombre que calculaba.* México: Limusa.

**Oster, G. (2008).** *El gran libro de las matemáticas del ogro feroz.* Barcelona: Oniro.

**Ramírez, A., Penner, L. y Smath, J. (2007).** *¡Apaguen las luces!* New York: Kane Press.

## PÁGINAS WEB RECOMENDADAS

Matemáticas: Textos para el docente y el estudiante educación secundaria, México:  
[www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/reccdidactico.html](http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/reccdidactico.html)

## RECURSOS DIGITALES INTERACTIVOS EN LA WEB

Proyecto Descartes, España: Matemáticas Interactivas  
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

Aplicaciones de Matemática  
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, applets de la Universidad de UTAH:  
<http://nlvm.usu.edu/es/nav;>

### Enlaces directos

- › Números y operaciones  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_1.html)
- › Álgebra  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_2.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_2.html)
- › Geometría  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_3.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_3.html)  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_4.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_4.html)
- › Análisis de datos y probabilidad  
[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_5.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_5.html)
- › Portal Educar Chile: Recursos Generales e Interactivos para el Docente  
[www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119](http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119)
- › Enlaces: Recursos Educativos Digitales  
[www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel\\_educativo=50&subsector\\_basica=65](http://www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65)
- › Eduteka – Matemáticas Interactivas  
<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>
- › Eduteka – Recursos  
[http://www.eduteka.org/tag/recursos\\_inicio/recientes/1](http://www.eduteka.org/tag/recursos_inicio/recientes/1)
- › Geometría  
[http://www.eduteka.org/recursos/recursos\\_inicio/matematicas/geometria/1](http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/geometria/1)
- › Álgebra  
[http://www.eduteka.org/recursos/recursos\\_inicio/matematicas/algebra/1](http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/algebra/1)
- › Aritmética  
[http://www.eduteka.org/recursos/recursos\\_inicio/matematicas/artimetica/1](http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/artimetica/1)

## TODAS LAS UNIDADES

**Blum, R., (2008).** *Festival de ingenio*. Santiago de Chile: RIL.

**Burgués, C., Codina, R., Montanuy, M. y Inaraja, C. (2007).** *Apuntes de matemáticas*. Barcelona: Parramón.

**Collantes, J. y Pérez, A. (2006).** *Matecuentos cuentamates: Cuentos con problemas. [3]*. Madrid: Nivola.

**Gardner, M. (2008).** *El idioma de los espías*. Santiago de Chile: RIL.

**Moscovich, I. y Castañeda, I. (2007).** *Imaginación geométrica*. Naucalpan, México: Ediciones La Vasija.

**Sierra, J. y Núñez, P. (2000).** *El asesinato del profesor de Matemáticas*. Madrid: Anaya.

**Snape, C., Heather, S. y Escoffié, H. (2005).** *¡Sal si puedes!: Laberintos y rompecabezas matemáticos*. México: Limusa.

**Varios autores. (2005).** *Usa las matemáticas: soluciona desafíos de la vida real*. Madrid: Alfaguara.

## MATERIALES

Geometría

Varios autores. *Sólidos geométricos*. Learning Resources.

## VIDEOS

Poliedros regulares I

<http://www.educatina.com/trigonometria/poliedros-regulares-1>

Poliedros regulares II

<http://www.educatina.com/trigonometria/poliedros-regulares-2>

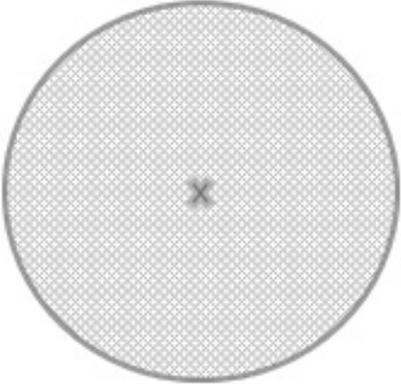
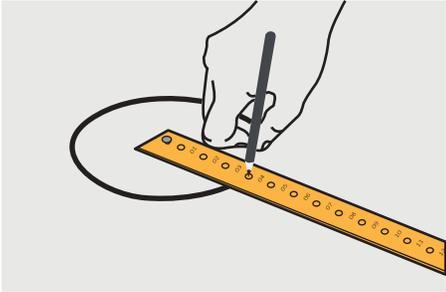
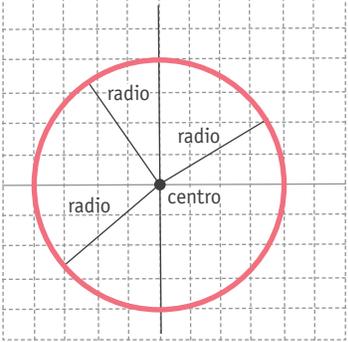
Cuerpos de base circular

<http://www.educatina.com/trigonometria/cuerpos-base-circular>

# Anexos

# ANEXO 1

## GLOSARIO

<b>Círculo como lugar geométrico</b>	<p>Un lugar geométrico es un conjunto de puntos del plano que cumplen cierta propiedad. El círculo, como lugar geométrico, es el conjunto de puntos en el plano que están a menor o igual distancia de un punto denominado centro.</p> 
<b>Circunferencia como lugar geométrico</b>	<p>La circunferencia, como lugar geométrico, es el conjunto de puntos en el plano que equidistan de un punto denominado centro.</p> <p>Se puede relacionar con el perímetro de un círculo.</p> <p>Con uso de material concreto: considerando la misma distancia desde un centro.</p> <p>En el plano cartesiano.</p>  

## Combinatoria

Una combinación es la forma de seleccionar posibles objetos de un determinado grupo de elementos, sin importar el orden de estos.

Ejemplo:

¿De cuántas maneras se pueden formar parejas de trabajo en una sala con 5 estudiantes?

Si son 5 estudiantes A, B, C, D, E, las parejas de trabajo pueden ser las siguientes:

AB AC AD AE BC BD BE CD CE CB

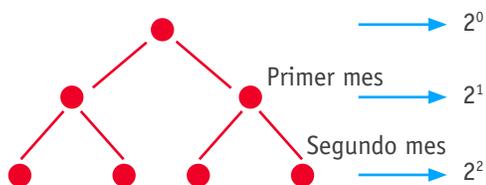
$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} \quad C_2^5 = \binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = 10$$

Las combinaciones son 10, es decir, hay 10 formas diferentes de armar las parejas de trabajo.

## Crecimiento y decrecimiento de cantidades en forma porcentual constante

Ejemplo 1:

Una enfermedad se ha propagado mediante un crecimiento exponencial; cada vez se propaga el doble del mes anterior.



Ejemplo 2:

El pago de arriendo se reajusta un 5% cada 6 meses; si el arriendo es de \$200.000, ¿cuánto se pagará al año y medio?

Inicio: \$ 200 000

Al sexto mes: \$ 200 000 • 1,05

Al año: \$ 200 000 • 1,05 • 1,05 = \$ 200 000 • (1,05)<sup>2</sup>

Al año y medio: \$ 200 000 • 1,05 • 1,05 • 1,05 = \$ 200 000 • (1,05)<sup>3</sup>

Al año y medio se pagará: \$ 231 525

Ejemplo 3:

La intensidad de la luz decrece por cada metro de profundidad por mismo porcentaje del valor anterior, por ejemplo por cada metro disminuye en 10%.

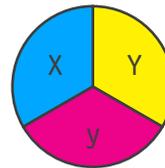


Diagrama de árbol

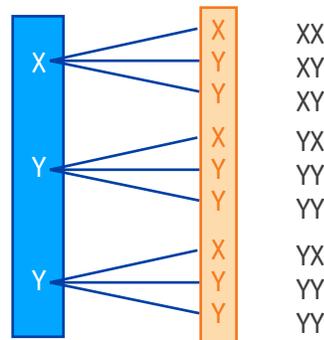
En probabilidad, el diagrama de árbol permite tener una visión general del problema. Se comienza poniendo una rama por cada posibilidad; al final de cada rama se hace un "punto" para iniciar otra rama, según las posibilidades del siguiente evento. Se debe tener presente que la adición de las probabilidades de cada rama debe dar 1.

Ejemplo 1:

Una ruleta se divide en tres regiones iguales con distinto color. Si la ruleta gira dos veces:



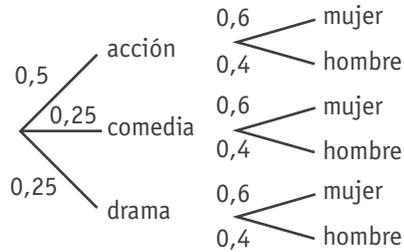
a) Dibujan un diagrama de árbol para representar el espacio muestral para dos vueltas de la flecha en la ruleta.



b) ¿Cuál es la probabilidad de que al dar dos vueltas caiga en X primero y luego en Y? Observando las combinaciones, existen 2 casos favorables y 9 opciones de combinar; entonces la probabilidad es  $\frac{2}{9}$ .

Ejemplo 2:

En un curso se pregunta cuál es su género de película favorita; las categorías son acción, comedia o drama. Un 50% prefiere acción, un 25% comedia y el otro 25% drama. Si las mujeres representan un 60% del curso, ¿cuál es la probabilidad de encontrar una alumna a la que le guste la acción?



La probabilidad de encontrar una alumna a la que le guste la acción es  $0,5 \cdot 0,6 = 0,3$ , es decir, un 30% de las alumnas.

La adición de las ramas es

$$0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 = 1$$

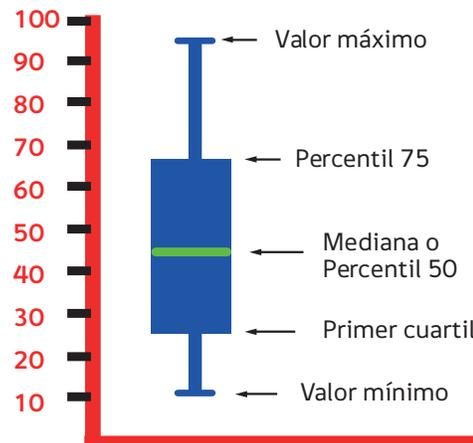
### Diagrama de cajón

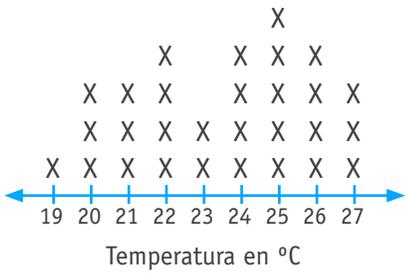
Permite hacer una representación gráfica de los cuartiles.

Ejemplo:

Se ha registrado en segundos el tiempo que los trabajadores de una central telefónica demoran en contestar una llamada:

10    20    25    26    27    32    33    34    52    53  
56    60    70    75    80    96



<p><b>Diagrama de punto</b></p>	<p>Diagrama que permite exhibir rápidamente datos sobre una recta.</p> <p>Ejemplo:</p> <p><b>Temperaturas máximas en el mes de octubre</b></p> 								
<p><b>Diagrama de tallo y hoja</b></p>	<p>Representación gráfica que permite mostrar datos en orden de valor de posición.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Los números de dos cifras se pueden organizar usando un diagrama de tallo y hojas, el dígito de las decenas es un tallo y el de las unidades es una hoja.</p> <p>En el caso de los números 24 26 28 30 35 38 39 41 45 47</p> <table border="1" data-bbox="820 892 1088 1060"> <thead> <tr> <th>Tallo</th> <th>Hoja</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>4 6 8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0 5 8 9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1 5 7</td> </tr> </tbody> </table>	Tallo	Hoja	2	4 6 8	3	0 5 8 9	4	1 5 7
Tallo	Hoja								
2	4 6 8								
3	0 5 8 9								
4	1 5 7								
<p><b>Efecto de un dato categórico en una muestra</b></p>	<p>Consiste en analizar la incidencia de un dato categórico cuando este pertenece o no a la muestra.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Las notas de un curso fueron 7,0; 6,7; 6,3; 5,8; 5,8; 3,5; 5,5; 6,1.</p> <p>El promedio del curso es de 5,8; sin embargo, si se calcula el promedio sin el dato categórico (diferente) en la muestra (3,5), el promedio del curso sería 6,2 (aproximado a la décima).</p>								
<p><b>Espacio muestral</b></p>	<p>Son todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Se hace el experimento de sacar una bolita de una bolsa que contiene bolitas enumeradas del 1 al 5.</p> <p>Espacio muestral: {1,2,3,4,5}</p>								

**Estimar porcentaje de una característica de población**

Mediante muestreo se estima el porcentaje de la población con cierta característica; se utiliza la frecuencia relativa y las nociones básicas del muestreo.

Ejemplo1: Determinar el porcentaje correspondiente a cada color.

- Se sabe que en hay 10 bolitas en una caja, entre blancas y negras.
- ¿Cómo es posible determinar el total de bolitas blancas y negras sin sacarlas todas de la caja?
- Realizan un muestreo y estiman el porcentaje de blancas y de negras, mirando de vez en vez y anotando el color observado.

Ejemplo 2: Determinar el porcentaje correspondiente a cada color.

- Una botella contiene 50 caramelos de color rojo, azul y verde. No se sabe cuántos de cada color hay, porque la botella no es transparente; solo se puede ver el color de cada caramelo al voltearla y abrir la tapa. Además, si se sacude la botella y se vuelve abrir la tapa, puede ser que cambie el color del caramelo que está justo en la tapa.
- Durante varios días se sacudió 1000 veces la botella y se anotó el color de cada caramelo, como se muestra a continuación:

CARAMELO	Rojo	Azul	Verde
FRECUENCIA	452	356	192

Los y las estudiantes responden: ¿qué porcentaje de caramelos de color rojo estiman que hay en la botella?

**Evento simple**

Ejemplo:

Lanzar dos monedas y que salgan dos sellos.

Espacio muestral: {(cara, cara), (cara, sello), (sello, cara), (sello, sello)}

Evento simple: (sello, sello)

**Evento compuesto**

Es la combinación de varios eventos simples.

Ejemplo:

Lanzar dos dados y que la adición sea 5.

Evento compuesto: {(3,2); (2,3); (4,1); (1,4)}, se compone de 4 eventos simples.

**Función por medio de cambio lineal**

Se describe la función lineal como un cambio constante entre sus variables “y” y “x”.

Ejemplo 1:

Una persona vende a \$200 cada alfajor. ¿Cuál será el ingreso después de vender 35 alfajores?

Como la variación entre vender 1 y 2 alfajores fue \$ 200, entre 3 y 4 fue \$ 200, es decir, se mantiene constante.

El ingreso por la venta de alfajores es de \$ 7.000.

Ejemplo 2:

Una persona responde 30 mails cada 20 minutos; si su trabajo se mantiene constante, ¿en cuánto tiempo responderá 90 mails?

Como el cambio entre las variables “minutos” y “cantidad de mails” se mantiene constante, entonces responderá 90 mails en 60 minutos.

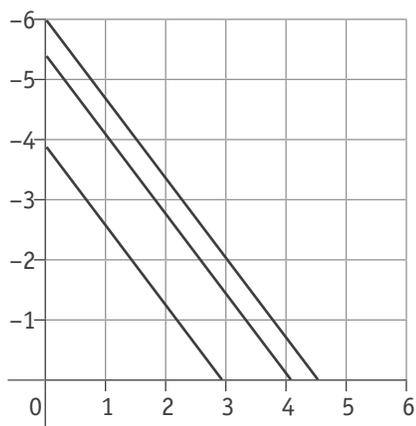
**Funciones en dos variables**

$f(x,y) = ax + by$

Dada la función perímetro de parcelas rectangulares  $f(x,y) = 2x + 2y$ , la representación gráfica se puede interpretar como la superficie en el espacio y su proyección sobre el plano será su dominio.

Para graficar la función anteriormente señalada, considerar los siguientes valores correspondientes a perímetros: 6, 8 y 12.

Por último, dibujar las funciones asociadas a los perímetros dados anteriormente.



Se debe hacer notar que la gráfica para infinitos valores de “x” e “y” corresponde a un plano en el espacio.

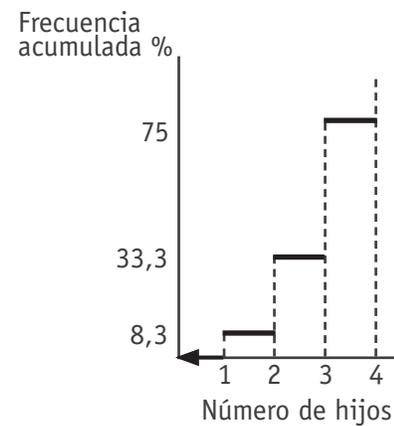
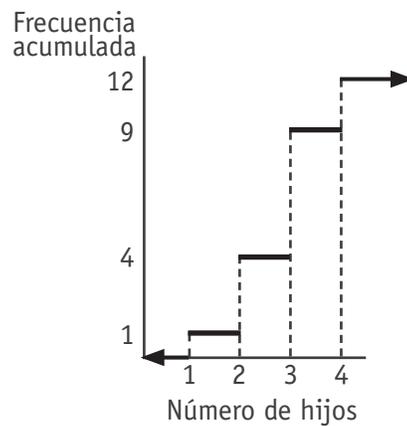
### Gráfico de percentiles

Se construye con las frecuencias acumuladas de la muestra. También puede construirse según la frecuencia acumulada porcentual.

Ejemplo:

El gráfico siguiente muestra a 12 familias según su cantidad de hijos.

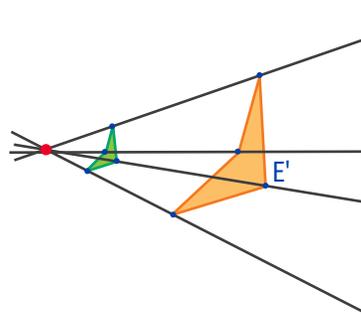
NÚMERO DE HIJOS	FRECUENCIA	FRECUENCIA ACUMULADA	FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADA
1	1	1	8,3%
2	3	4	33,3%
3	5	9	75%
4	3	12	100%



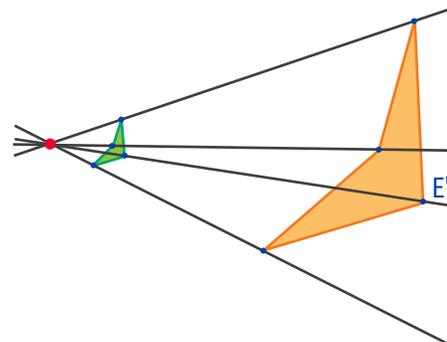
### Homotecia relacionada con la perspectiva

La homotecia es una transformación de una figura en el plano, que permite amplificar la forma de dicha figura (conservando la medida de sus ángulos) por medio de una razón.

Mediante el proceso de homotecia es posible construir figuras en perspectiva.

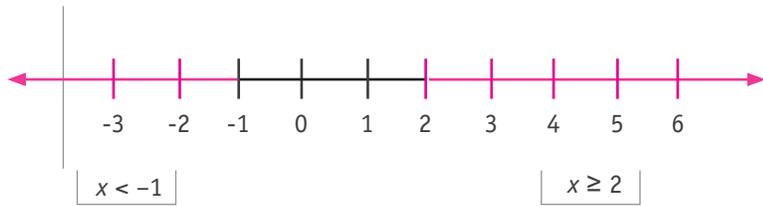


Homotecia en razón 3



Homotecia en razón 5

### Inecuaciones por medio de representaciones gráficas



Las inecuaciones en una variable se representan en la recta numérica.

En la recta numérica, la parte coloreada a la izquierda representa el conjunto solución de la inecuación  $x < -1$ ; la parte coloreada a la derecha representa el conjunto solución de la inecuación  $x \geq 2$ .

### Interés simple

Es aquel interés que se aplica sobre el capital inicial en cada periodo. Por lo tanto, el rendimiento (interés) siempre se mantiene.

Ejemplo 1:

Si se tiene un capital inicial de \$ 1 000 000 a un interés simple del 2% anual, el capital al primer año es \$1 020 000, y al segundo año es \$1 040 000.

¿Cuál será su capital final al cabo de tres años? : \$1 060 000.

Ejemplo 2:

Para un capital inicial " $a$ " y un interés simple del  $i\%$  prestado en  $n$  periodo (meses, años).

Entonces:

- 1° periodo:  $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 1$
- 2° periodo:  $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 2$
- 3° periodo:  $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 3$
- N° periodo  $a \left(1 + \frac{i \cdot n}{100}\right)$  capital final con un  $i\%$  de interés.
- Interés en el periodo  $n$  es:  $a \cdot \frac{i}{100} \cdot n$

## Interés compuesto

Es aquel interés que se obtiene sobre el capital acumulado, es decir, el interés forma parte del capital o base del cálculo nuevo en cada periodo.

Ejemplo 1:

Si se tiene una cantidad inicial de \$ 1 000 000 a un interés compuesto del 2% anual, el capital al primer año es \$1 020 000, y al segundo año es \$1 040 400.

¿Cuál será su capital final al cabo de tres años?: \$1 061 208.

Ejemplo 2:

Si se tiene un capital inicial "a" y un interés compuesto del  $i\%$  prestado en  $n$  periodo (meses, años).

Entonces:

- 1° periodo a  $(1 + \frac{i}{100})$
- 2° periodo a  $(1 + \frac{i}{100})(1 + \frac{i}{100})$
- 3° periodo a  $(1 + \frac{i}{100})(1 + \frac{i}{100})(1 + \frac{i}{100})$
- $n^{\circ}$  mes a  $(1 + \frac{i}{100})^n \rightarrow$  total de dinero, con un  $i\%$  de interés en un periodo  $n$ .

## Medidas de posición, percentiles, cuartiles

Se utilizan en estadística para describir la posición específica que tiene un dato en relación con el resto de los datos, siempre que estén en orden por categorías.

El **percentil** consiste en ordenar los datos de mayor a menor y dividirlos en 100 partes iguales, en donde el k -ésimo percentil es el número tal que, a lo más, el k% de los datos es menor a ese valor.

Los **cuartiles** son los valores de la variable que dividen los datos ordenados en cuartos. El primer cuartil, Q1, es el valor tal que, a lo más, el 25% de los datos es menor que ese valor.

El segundo cuartil (mediana), Q2, es el número tal que, a lo más, el 50% de los datos es menor que ese valor.

El tercer cuartil, Q3, es el número tal que, a lo más, el 75% de los datos es menor a ese valor.

El cuarto cuartil es toda la información, por lo tanto, no se acostumbra a mencionarlo.

### Percentiles para datos no agrupados

Ejemplo 1:

10 estudiantes tienen las siguientes notas, ordenadas de menor a mayor:

4,7; 4,8; 5,4; 5,7; 5,7; 5,8; 6,4; 6,5; 7; 7;

El percentil 20, es decir, la nota 4,8, significa que el 20% del curso no supera la nota 4,8 y el 80% tuvo nota sobre 4,8.

Ejemplo 2:

En una competencia de triatlón, María llegó en el lugar 25 de 150 participantes; entonces, 125 competidoras llegaron después de María.

La posición de María en el triatlón es el percentil 83, ya que  $\frac{125}{150} = 0,8\bar{3}$ , es decir, estuvo dentro del 17% que llegó primero.

### Percentiles para datos agrupados

Ejemplo:

En un estudio se preguntó a 144 personas cuánto habían gastado en el supermercado. Los resultados se muestran en la tabla:

X: CANTIDAD DE DINERO	$0 < x \leq 4\ 000$	$4\ 000 < x \leq 8\ 000$	$8\ 000 < x \leq 12\ 000$	$12\ 000 < x \leq 16\ 000$
NÚMERO DE COMPRADORES	10	32	48	54

Se calcula el 75% de las personas que participan en el estudio, lo que da un total de 108 personas. Se ubica el 108 en el intervalo correspondiente, es decir, en el gasto de 12 000 hasta 16 000.

A continuación, se divide la diferencia del intervalo entre el número de compradores del intervalo, en este caso, es:  $\frac{4\,000}{54} = 74,074$ .

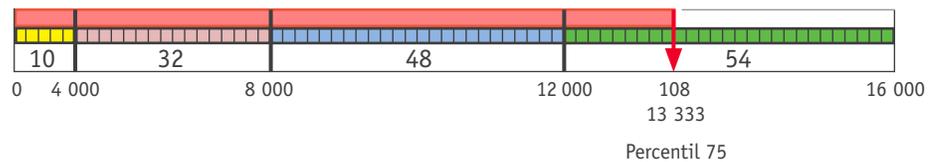
Desde que se inicia el intervalo hasta el 108 hay 18 personas, por lo tanto, se debe multiplicar 74,074 por 18, de lo que se obtiene la diferencia promedio entre comprador y comprador, que es 1333,333 correspondiente a ese intervalo. Como el intervalo comienza en el 12 000, se debe agregar esta diferencia a 12 000.

Es decir, el 75% de las personas encuestadas gastan a lo más \$13 333.

En general, se tiene:

$$P_{75} = 12\,000 + \frac{4\,000}{54} \cdot \left( \frac{144 \cdot 75}{100} - 90 \right)$$

$$P_{75} = 13\,333$$



Observando la representación del percentil 75, una aproximación de este es considerar el promedio del intervalo en donde está agrupado el 75% de los datos:

$\frac{75}{100} \cdot 144 = 108$ , el dato 108 está en el intervalo entre 12 000 y 16 000, luego, el promedio entre 12 000 y 16 000 es 14 000.

Entonces, el gasto del 75% de las personas encuestadas no supera, aproximadamente, \$ 14 000.

### Cuartiles

Ejemplo:

Se ha registrado, por periodos de 15 minutos, el número de vehículos que pasa por la intersección de dos avenidas en cierta ciudad:

16	21	25	26	26	26	26	28	28	28	28	28	29	29	30	31	32	32	32	36										
25%					25%					25%					25%														
					$Q_1$										$Q_2$										$Q_3$				

El 25% de los vehículos que transitan en la intersección de dichas avenidas no supera los 26 autos.

**Metáforas de máquinas para las funciones**

Consiste en identificar el concepto de función con una máquina. Una función es una máquina que “cambia” o “transforma” un elemento que ingresa.

Los elementos que ingresan actúan de la misma forma que la variable independiente, y los elementos que egresan actúan igual que la variable dependiente.



Esta metáfora conduce al concepto de función inversa, en el sentido de que la máquina trabaja al revés. Además, se tiene una forma visual para el trabajo con la composición de funciones.

**Modelos a escala**

Los modelos a escala son una representación de la realidad que permiten determinar las distancias reales.

Ejemplo:

El siguiente dibujo está a escala 1: 1 000.



Midiendo con regla, es posible estimar la distancia real entre A y E según su escala.

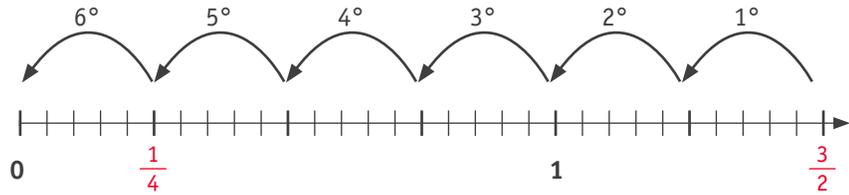
**Multiplicación y división de fracciones en representaciones pictóricas**

**División**

Ejemplo:

¿Cuántos saltos del largo  $\frac{1}{4}$  se deben realizar para llegar desde la posición  $\frac{3}{2}$  a la posición 0?

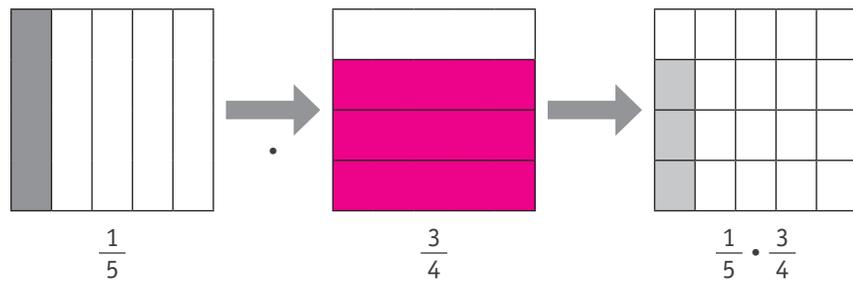
Representando y numerando los saltos se obtiene el resultado correcto: 6.



En representación simbólica:  $\frac{3}{2} : \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{1} = 6$

**Multiplicación**

Ejemplo:



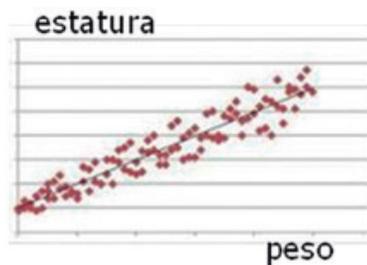
**Nube de puntos**

La distribución de datos con dos características se representa en forma de una nube de puntos en un sistema de coordenadas para visualizar una posible correlación entre dichos datos.

Ejemplo:

La distribución de datos con dos características (peso/ estatura)

Para representar el dato que corresponde al par  $(x_i; y_i)$ , se ubica un punto según su coordenada:



### Números naturales en notación científica

Para escribir en notación científica, se descompone el número en potencia de 10.

Ejemplo:

Se estima que la edad del universo es de 13 700 millones de años aproximadamente, es decir:

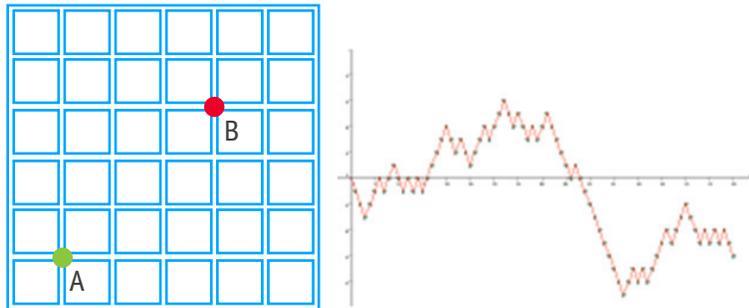
$$\begin{aligned} 13\,700\,000\,000 &= 10\,000\,000\,000 + 3\,000\,000\,000 + 700\,000\,000 \\ &= 1 \cdot 10^{10} + 3 \cdot 10^9 + 7 \cdot 10^8 \\ &= (1 + 0,3 + 0,07) \cdot 10^{10} \\ &= (1,37) \cdot 10^{10} \\ &= 1,37 \cdot 10^{10} \end{aligned}$$

### Paseos aleatorios

Consiste en graficar la trayectoria que resulta al hacer sucesivos pasos aleatorios.

Ejemplo:

Una persona está ubicada en el punto A y debe llegar al punto B siguiendo las direcciones arriba o a la derecha. ¿Cuántos caminos puede elegir para llegar?

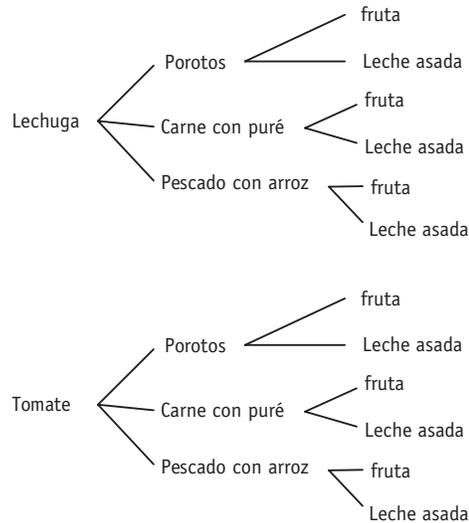


### Principio multiplicativo

Es un principio básico de conteo. Si hay "a" formas de hacer algo, y "b" maneras de hacer otra cosa, entonces hay  $a \cdot b$  maneras de realizar ambas acciones.

Ejemplo:

En un menú del día se dispone de 2 opciones de entrada: lechuga o tomate; 3 opciones de plato de fondo: porotos, carne con puré y pescado con arroz; y 2 opciones de postre: fruta o leche asada. ¿Cuántos menús se pueden escoger?

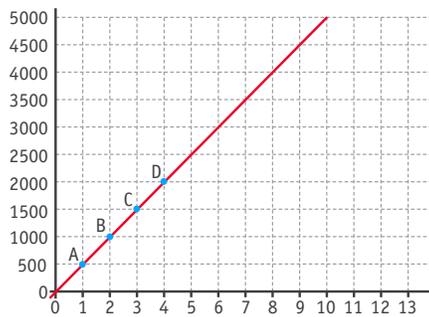


$$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

Se puede escoger entre 12 menús.

### Proporciones directas e inversas y características de la gráfica

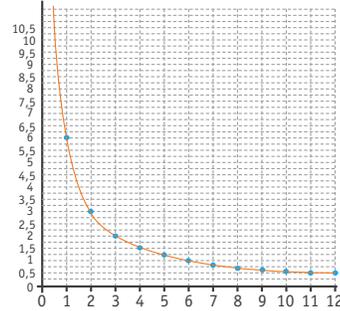
#### Proporcionalidad directa



La proporcionalidad directa tiene un factor  $k$  determinado por la relación  $y : x = k$

Así, la ecuación que está representada en el gráfico está dada por  $y = k \cdot x$

#### Proporcionalidad inversa



La proporcionalidad inversa tiene un factor  $k$  determinado por la relación  $x \cdot y = k$

Así la ecuación que está representada en el gráfico está dada por:  $y = \frac{k}{x}$ ;  $x \neq 0$

**Regla aditiva**

Si los eventos  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes, es decir,  $A \cap B \neq \emptyset$ , entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Si los eventos no son mutuamente excluyentes, es decir, su intersección no es distinta de vacío, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ejemplo 1:

Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de que se obtenga un número impar o mayor que tres?

Evento  $A$ : que salga un número impar.

Evento  $B$ : que salga un número mayor que tres.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Ejemplo 2:

En una urna existen 8 bolas numeradas del 1 al 8. ¿Cuál es la probabilidad de sacar en una sola extracción una bola enumerada con un número primo o con un número impar?

Evento  $A$ : que salga un número primo.

Evento  $B$ : que salga un número impar.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

**Regla multiplicativa**

Si los eventos  $A$  y  $B$  son independientes, entonces:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejemplo:

Al lanzar dos veces un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga dos veces el número 5?

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

**Tabla de doble entrada**

Permite organizar los datos y visualizar características de una muestra.

Ejemplo:

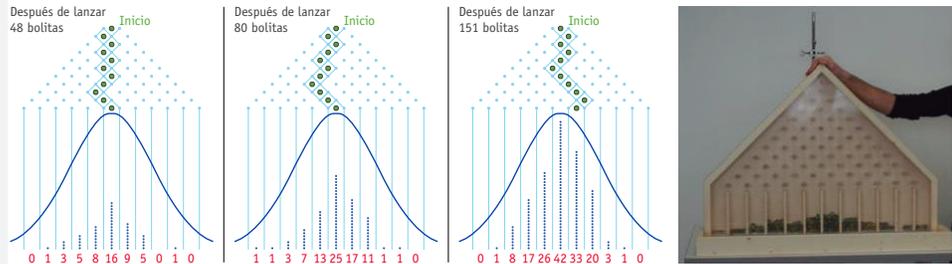
	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
NATACIÓN	15	22	37
FÚTBOL	25	10	35
TOTAL	40	32	¿?

### Tabla de Galton

Es un experimento que permite visualizar un paseo al azar, en que hay una mayor probabilidad de llegar a los casilleros del centro.

Su construcción requiere de casilleros (columnas), filas de división y, en su parte superior, una distribución de tabiques (clavos) fijos en forma triangular, como muestra la imagen. Por el orificio de la punta de la tabla de Galton se dejan caer bolas de un tamaño adecuado.

Se puede construir de forma manual o usando *software* matemático.

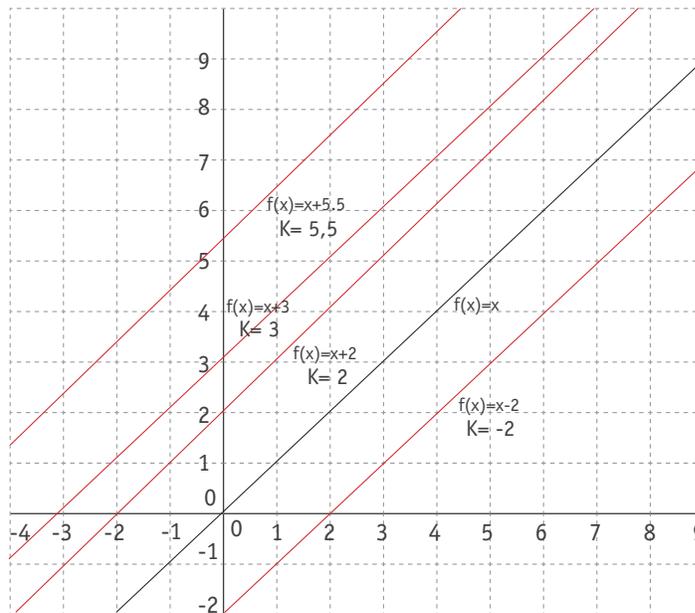


### Traslación del gráfico de una función lineal

A partir del gráfico de la función lineal  $f(x) = x$ , se traslada la representación gráfica de la función mediante la constante  $k$ , generando así el gráfico de la función afín.

Ejemplo:

La función lineal se trasladó según el factor  $k$  descrito en la imagen.



### Triángulos y cuadriláteros congruentes

Dos figuras son congruentes cuando tienen igual medida de sus lados y de sus ángulos, respectivamente.

Hay diferentes formas de construir triángulos congruentes. Una de ellas es teniendo la medida de los tres lados. En el caso de la construcción de cuadriláteros, se deben identificar los triángulos que hay en el cuadrilátero (mínimo dos) y utilizar la construcción de triángulos para ello.

## ANEXO 2

### PROGRESIÓN DE HABILIDADES DE 7° BÁSICO A 2° MEDIO

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
RESOLVER PROBLEMAS	<p><b>OA a</b></p> <p>Resolver problemas utilizando estrategias tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Destacar la información dada.</li> <li>• Usar un proceso de ensayo y error sistemático.</li> <li>• Aplicar procesos reversibles.</li> <li>• Descartar información irrelevante.</li> <li>• Usar problemas similares.</li> </ul>	<p><b>OA a</b></p> <p>Resolver problemas utilizando estrategias tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Destacar la información dada.</li> <li>• Usar un proceso de ensayo y error sistemático.</li> <li>• Aplicar procesos reversibles.</li> <li>• Descartar información irrelevante.</li> <li>• Usar problemas similares.</li> </ul>	<p><b>OA a</b></p> <p>Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Simplificar el problema y estimar el resultado.</li> <li>• Descomponer el problema en subproblemas más sencillos.</li> <li>• Buscar patrones.</li> <li>• Usar herramientas computacionales.</li> </ul>	<p><b>OA a</b></p> <p>Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Simplificar el problema y estimar el resultado.</li> <li>• Descomponer el problema en subproblemas más sencillos.</li> <li>• Buscar patrones.</li> <li>• Usar herramientas computacionales.</li> </ul>
	<p><b>OA b</b></p> <p>Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros de un problema matemático.</p>	<p><b>OA b</b></p> <p>Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros de un problema matemático.</p>	<p><b>OA b</b></p> <p>Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.</p>	<p><b>OA b</b></p> <p>Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.</p>
	<p><b>OA c</b></p> <p>Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.</p>	<p><b>OA c</b></p> <p>Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.</p>	<p><b>OA c</b></p> <p>Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.</p>	<p><b>OA c</b></p> <p>Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.</p>

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<b>OA d</b>	Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.	Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.	Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.	Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
<b>OA e</b>	<p>Explicar y fundamentar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>• Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.</li> </ul>	<p>Explicar y fundamentar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>• Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.</li> </ul>	<p>Explicar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>• Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.</li> <li>• Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.</li> </ul>	<p>Explicar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>• Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.</li> <li>• Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.</li> </ul>
<b>OA f</b>	Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.	Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.	Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de enunciados.	Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de enunciados.
<b>OA g</b>	Evaluar la argumentación de otros dando razones.	Evaluar la argumentación de otros dando razones.	Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración si hay saltos o errores.	Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración si hay saltos o errores.

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p><b>OA h</b></p> <p>Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.</p>	<p><b>OA h</b></p> <p>Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.</p>	<p><b>OA h</b></p> <p>Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.</p>	<p><b>OA h</b></p> <p>Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.</p>
<p><b>OA i</b></p> <p>Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma <math>ax + b &gt;, &lt;, = c</math>, con <math>a, b, c \in \mathbb{N}</math>, comparando dependencias lineales.</p>	<p><b>OA i</b></p> <p>Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma <math>ax + b &gt;, &lt;, = c</math>, (<math>a, b, c \in \mathbb{N}</math>) comparando dependencias lineales.</p>	<p><b>OA i</b></p> <p>Seleccionar modelos e identificar cuándo dos variables dependen linealmente o afinmente en un intervalo de valores.</p>	<p><b>OA i</b></p> <p>Seleccionar modelos e identificar cuándo dos variables dependen cuadráticamente o inversamente en un intervalo de valores.</p>
		<p><b>OA j</b></p> <p>Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad.</p>	<p><b>OA j</b></p> <p>Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad.</p>
<p><b>OA j</b></p> <p>Evaluar la pertinencia de modelos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En relación con el problema presentado.</li> <li>• Considerando sus limitaciones.</li> </ul>	<p><b>OA j</b></p> <p>Evaluar la pertinencia de modelos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En relación con el problema presentado.</li> <li>• Considerando sus limitaciones.</li> </ul>	<p><b>OA k</b></p> <p>Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.</p>	<p><b>OA k</b></p> <p>Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.</p>

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
REPRESENTAR	<p><b>OA k</b> Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).</p>	<p><b>OA k</b> Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).</p>	<p><b>OA l</b> Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.</p>	<p><b>OA l</b> Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.</p>
	<p><b>OA l</b> Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.</p>	<p><b>OA l</b> Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.</p>	<p><b>OA n</b> Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.</p>	<p><b>OA n</b> Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.</p>
	<p><b>OA m</b> Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.</p>	<p><b>OA m</b> Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.</p>	<p><b>OA o</b> Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.</p>	<p><b>OA o</b> Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.</p>
			<p><b>OA m</b> Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.</p>	<p><b>OA m</b> Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.</p>

## ANEXO 3

### PROGRESIÓN DE OBJETIVOS DE APRENDIZAJE TEMÁTICOS DE 7° BÁSICO A 2° MEDIO

NÚMEROS			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
NÚMEROS Y OPERATORIA			
<p><b>OA 1</b></p> <p>Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Representando los números enteros en la recta numérica.</li><li>• Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.</li><li>• Dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la oposición opuesta no representa ningún cambio de posición).</li><li>• Resolviendo problemas en contextos cotidianos.</li></ul>	<p><b>OA 1</b></p> <p>Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.</li><li>• Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales.</li><li>• Aplicando la regla de los signos de la operación.</li><li>• Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.</li></ul>	<p><b>OA 1</b></p> <p>Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.</p>	<p><b>OA 1</b></p> <p>Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces.</li><li>• Combinado raíces con números racionales.</li><li>• Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.</li></ul>

## NÚMEROS

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p><b>OA 2</b> Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.</li> <li>• Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales.</li> </ul> <hr/> <p><b>OA 3</b> Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo).</p>	<p><b>OA 2</b> Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representándolos en la recta numérica.</li> <li>• Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).</li> </ul>		

NÚMEROS			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
PROPORCIONES			
<p><b>OA 4</b></p> <p>Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representándolo de manera pictórica.</li> <li>• Calculando de varias maneras.</li> <li>• Aplicándolo a situaciones sencillas.</li> </ul>	<p><b>OA 5</b></p> <p>Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.</p>		
POTENCIAS Y RAÍCES			
<p><b>OA 5</b></p> <p>Utilizar potencias de base 10 con exponente natural:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Usando los términos potencia, base, exponente, elevado.</li> <li>• Definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal.</li> <li>• Expresando números naturales en notación científica (sistema decimal).</li> <li>• Resolviendo problemas, usando la notación científica.</li> </ul>	<p><b>OA 3</b></p> <p>Explicar la multiplicación y la división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.</p> <hr/> <p><b>OA 4</b></p> <p>Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimándolas de manera intuitiva.</li> <li>• Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.</li> <li>• Aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria.</li> </ul>	<p><b>OA 2</b></p> <p>Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.</li> <li>• Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.</li> <li>• Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.</li> </ul>	<p><b>OA 2</b></p> <p>Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica.</li> <li>• Convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa.</li> <li>• Describiendo la relación entre potencias y logaritmos.</li> <li>• Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas.</li> </ul>

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### EXPRESIONES ALGEBRAICAS

#### OA 6

Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.

#### OA 7

Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma  $ax + by + cz$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ).

#### OA 6

Mostrar que comprenden la operatoria de expresiones algebraicas:

- Representándolas de manera pictórica y simbólica.
- Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos.
- Determinando formas factorizadas.

#### OA 3

Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:

- Transformando productos en adiciones y viceversa.
- Aplicándolos a situaciones concretas.
- Completando el cuadrado del binomio.
- Utilizándolos en la reducción y desarrollo de expresiones algebraicas.

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### FUNCIONES

#### OA 8

Mostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:

- Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales.
- Graficando los valores de la tabla.
- Explicando las características de la gráfica.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

#### OA 7

Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:

- Utilizando tablas.
- Usando metáforas de máquinas.
- Estableciendo reglas entre  $x$  e  $y$ .
- Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de Venn), de manera manual y/o con *software* educativo.

#### OA 10

Mostrar que comprenden la función afín:

- Generalizándola como la adición de una constante con una función lineal.
- Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
- Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Relacionándola con el interés simple.
- Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

#### OA 5

Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x,y) = ax + by$ ; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:

- Creando tablas de valores con  $a, b$  fijo y  $x, y$  variable.
- Representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando  $c$  en la ecuación  $ax + by = c$ ;  $a, b, c \in \mathbb{Q}$  (decimales hasta la décima).

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### OA 3

Mostrar que comprenden la función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ : ( $a \neq 0$ )

- Reconociendo la función cuadrática  $f(x) = ax^2$  en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.
- Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con *software* educativo.
- Determinando puntos especiales de su gráfica.
- Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.

### OA 5

Mostrar que comprenden la inversa de una función:

- Utilizando la metáfora de una máquina.
- Representándola por medio de tablas y gráficos, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Utilizando la reflexión de la función representada en el gráfico en un plano cartesiano.
- Calculando las inversas en casos de funciones lineales y cuadráticas.

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### OA 6

Explicar el cambio porcentual constante en intervalos de tiempo:

- Por medio de situaciones de la vida real y de otras asignaturas.
- Identificándolo con el interés compuesto.
- Representándolo de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Expresándolo en forma recursiva  
 $f(t+1) = a \cdot f(t)$ .
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### ECUACIONES E INECUACIONES

#### OA 9

Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:

- $ax = b; \frac{x}{a} = b$   
 $a, b \text{ y } c \in \mathbb{Z}; a \neq 0$
- $ax < b; ax > b; \frac{x}{a} < b;$   
 $\frac{x}{a} > b$   
 $a, b \text{ y } c \in \mathbb{N}; a \neq 0$

#### OA 8

Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma:

- $ax = b; \frac{x}{a} = b, a \neq 0;$
- $ax + b = c; \frac{x}{a} + b = c;$
- $ax = b + cx; a(x + b) = c;$
- $ax + b = cx + d$   
 $(a, b, c, d, e \in \mathbb{Q})$

#### OA 9

Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.

#### OA 4

Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.

#### OA 4

Resolver, de manera concreta, pictórica y simbólica o usando herramientas tecnológicas, ecuaciones cuadráticas de la forma:

- $ax^2 = b$
- $(ax + b)^2 = c$
- $ax^2 + bx = 0$
- $ax^2 + bx = c$   
 $(a, b, c \text{ son números racionales, } a \neq 0)$

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### CONSTRUCCIONES Y MEDIDAS

#### OA 10

Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.

#### OA 13

Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

#### OA 11

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:

- Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen.
- Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie.
- Transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros.
- Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.

#### OA 6

Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares, respectivamente, a partir de ángulos centrales de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $180^\circ$ , por medio de representaciones concretas.

#### OA 7

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficie y el volumen del cono:

- Desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie.
- Experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono.
- Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p><b>OA 11</b> Mostrar que comprenden el círculo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.</li> <li>• Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.</li> <li>• Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria.</li> <li>• Identificándolo como lugar geométrico.</li> </ul>			<p><b>OA 7</b> Desarrollar las fórmulas del área de la superficie y del volumen de la esfera:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjeturando la fórmula.</li> <li>• Representando de manera concreta y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>• Resolviendo problemas de la vida diaria y de geometría.</li> </ul>
<p><b>OA 12</b> Construir objetos geométricos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.</li> <li>• Puntos, como el punto medio, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito de un triángulo.</li> <li>• Triángulos y cuadriláteros congruentes.</li> </ul>			

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### PLANO CARTESIANO, TRANSFORMACIONES Y RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

#### OA 14

Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.

#### OA 14

Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con *software* educativo, y aplicar a la simetría de polígonos y poliedros y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

#### OA 8

Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:

- Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos.
- Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados.
- Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas.

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
	<p><b>OA 13</b></p> <p>Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, utilizando:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los vectores para la traslación.</li> <li>• Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.</li> <li>• Los puntos del plano para las rotaciones.</li> </ul>	<p><b>OA 8</b></p> <p>Mostar que comprenden el concepto de homotecia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.</li> <li>• Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.</li> <li>• Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>• Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.</li> </ul>	<p><b>OA 9</b></p> <p>Aplicar las razones trigonométricas en diversos contextos en la composición y descomposición de vectores y determinar las proyecciones de vectores.</p>
		<p><b>OA 9</b></p> <p>Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.</p>	

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### OA 12

Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con *software* educativo.

### OA 10

Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.

### OA 11

Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con *software* educativo.

## PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### DATOS Y MUESTRAS

**OA 15**

Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.

**OA 16**

Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con *software* educativo.

**OA 17**

Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:

- Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.
- Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.
- Utilizándolos para comparar dos poblaciones.
- Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.

**OA 15**

Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:

- Identificando la población que está sobre o bajo el percentil.
- Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con *software* educativo.
- Utilizándolas para comparar poblaciones.

**OA 12**

Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.

**OA 13**

Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos “xy” para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica:

- Utilizando nubes de puntos en dos colores.
- Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.

**OA 10**

Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas:

- Definiendo la variable.
- Determinando los posibles valores de la incógnita.
- Calculando su probabilidad.
- Graficando sus distribuciones.

## PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
	<p><b>OA 16</b></p> <p>Evaluar la forma en que los datos están presentados:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno.</li> <li>• Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos.</li> <li>• Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.</li> </ul>		

## PROBABILIDAD Y COMBINATORIA

<p><b>OA 18</b></p> <p>Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimándolas de manera intuitiva.</li> <li>• Utilizando frecuencias relativas.</li> <li>• Relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.</li> </ul>	<p><b>OA 17</b></p> <p>Explicar el principio combinatorio multiplicativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A partir de situaciones concretas.</li> <li>• Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>• Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.</li> </ul>	<p><b>OA 14</b></p> <p>Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, en el contexto de la resolución de problemas.</p>	<p><b>OA 11</b></p> <p>Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas.</p>
---	---	--	--

## PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p><b>OA 19</b> Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con <i>software</i> educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.</p>		<p><b>OA 15</b> Mostrar que comprenden el concepto de azar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Experimentando con la tabla de Galton y con paseos aleatorios sencillos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>• Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas.</li> <li>• Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso.</li> <li>• Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.</li> </ul>	<p><b>OA 12</b> Mostrar que comprenden el rol de la probabilidad en la sociedad:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisando informaciones de los medios de comunicación.</li> <li>• Identificando suposiciones basadas en probabilidades.</li> <li>• Explicando cómo una probabilidad puede sustentar suposiciones opuestas.</li> <li>• Explicando decisiones basadas en situaciones subjetivas o en probabilidades.</li> </ul>









